ИЗВЕСТИЯ ВЫСШИХ УЧЕБНЫХ ЗАВЕДЕНИЙ

Том III, № 1 РАДИОФИЗИКА 1960

ОБ УСКОРЕНИИ ПЛАЗМЕННОГО СГУСТКА ПРИ ПРОХОЖДЕНИИ ЧЕРЕЗ НЕОДНОРОДНОЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЕ ПОЛЕ

В. Б. Гильденбург, М. А. Миллер

Рассмотрено нерелятивистское движение плазменного сгустка в слабо неоднородном переменном электромагнитном поле Получено общее выражение для усредненной силы, обусловленной взаимодействием поля с электрическим дипольным моментом сгустка, и оценены возможности ускорения сгустка в полях бегущей и стоячей волн Показано, что «многокаскадное» ускорение в системах с чередующимися областями слабо и сильно неоднородного поля затруднительно из-за наличия «рассортировки» сгустков по поляризациям и скоростям.

При исследовании движения плазменного сгустка в неоднородном переменном электромагнитном поле, в отличие от случая одиночных заряженных частиц [1,2], необходимо принимать во внимание возмущения, вносимые плазмой во внешнее поле. Хотя учет этих возмущений не удается провести в общем виде, основные особенности движения сгустка могут быть проанализированы на простейшем примере.

Возьмем в качестве модели сгустка плазменный шарик и будем считать, что за время взаимодействия с полем все его характеристики не изменяются, т. е. он ведет себя как абсолютно устойчивый объект. Предположим также, что плазма полностью ионизирована и квазинейтральна, а ее влияние на поле эквивалентно влиянию среды с чисто действительной (соударения игнорируются) диэлектрической проницаемостью $\varepsilon = 1 - \omega_{пл}^2/\omega^2 = 1 - 4\pi Ne^2/m_e \omega^2$, где e — заряд, m_e — масса электрона, N — концентрация электронов, ω — круговая частота внешнего поля. Далее, радиус шарика a считаем достаточно малым по сравнению с характерным размером L области неоднородности поля, а также по сравнению с длинами волн в свободном пространстве $(\lambda = 2\pi/k = 2\pi c/\omega)$ и в плазме $\left(\lambda_\varepsilon = \lambda/\sqrt{|\varepsilon|}\right)$:

$$a/L \ll 1; \quad ka \ll 1; \quad (\omega_{пл}/\omega)\, ka \ll 1. \tag{1}$$

Эти условия позволяют при вычислении возмущенного поля ограничиться дипольным приближением и записать уравнение нерелятивистского движения сгустка во внешнем поле $\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r})\, e^{i\omega t}$, $\boldsymbol{H}(\boldsymbol{r})\, e^{i\omega t}$ следующим образом:

$$\ddot{\boldsymbol{r}} = b\,(\boldsymbol{p}\nabla)\,\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r})\, e^{i\omega t} + \frac{b}{c}\,[\dot{\boldsymbol{p}}\boldsymbol{H}(\boldsymbol{r})]\, e^{i\omega t}, \tag{2}$$

где $b = Z/N\,(m_i + Zm_e) \simeq Z/Nm_i$, m_i — масса, Ze — заряд иона, $\boldsymbol{p}$ — вектор поляризации (дипольный момент единицы объема), удовлетворяющий (в силу требования малости амплитуд колебаний электронов в сгустке по сравнению с радиусом a) условию

$$|\boldsymbol{p}| \ll eNa \tag{3}$$

и определяемый уравнением *

$$\ddot{p} + \omega_0^2 p - \frac{\gamma_0}{\omega_0^2} \dddot{p} = \frac{Ne^2}{m_e} E(r) e^{i\omega t}. \quad (4)$$

Собственная частота ω_0 и коэффициент радиационного трения $\gamma = \gamma_0 \omega^2/\omega_0^2$ для плазменного шарика в свободном пространстве соответственно равны

$$\omega_0 = \omega_{\text{пл}}/\sqrt{3}, \quad \gamma = 2(ka)^3 \ \omega_{\text{пл}}^2/9\omega, \quad (5)$$

причем в силу (1) $\gamma \ll \omega, \omega_0$. При помещении диполя в экранированную полость следует произвести соответствующий пересчет импеданса излучения и, следовательно, величин ω_0 и γ^0.

Рассмотрим движение в слабо неоднородном поле, полагая, что расстояние порядка L сгусток проходит за время, содержащее большое число периодов $2\pi/\omega$ и $2\pi/|\omega - \tilde{\omega}|$, где $\tilde{\omega} = \omega_0 + i\gamma_0/2$. Подставляя в (2) решение уравнения (4) (т. е. суперпозицию вынужденных колебаний с медленно меняющейся амплитудой и собственных затухающих колебаний с комплексной частотой $\tilde{\omega}$), представим решение уравнения (2), в свою очередь, в виде суперпозиции быстро осциллирующего (с частотами 2ω и $\omega \pm \tilde{\omega}$) и усредненного движений. Последнее, как нетрудно показать, удовлетворяет уравнению**

$$\ddot{\boldsymbol{R}} = \boldsymbol{F}_\Sigma = \boldsymbol{F}_\nabla + \boldsymbol{F}_p, \quad (6)$$

где

$$\boldsymbol{F}_\nabla = \frac{Ze^2(\omega_0^2 - \omega^2)}{4m_e m_i[(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \omega^2\gamma^2]} \nabla |\boldsymbol{E}|^2; \quad (7)$$

$$\boldsymbol{F}_p = \frac{Ze^2\omega\gamma}{2m_e m_i[(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \omega^2\gamma^2]} \operatorname{Re}\{k[\boldsymbol{E}\boldsymbol{H}^*] - i(\boldsymbol{E}\nabla)\boldsymbol{E}^*\}. \quad (8)$$

Таким образом, суммарная усредненная сила $\boldsymbol{F}_\Sigma$ (отнесенная к единице массы) образуется из потенциальной силы $\boldsymbol{F}_\nabla$, обусловленной неоднородностью модуля амплитуды поля, и из силы $\boldsymbol{F}_p$, связанной с передачей импульса при рассеянии внешнего поля шариком, т. е. являющейся в известном смысле силой электромагнитного давления***.

Для оценки соотношения между силами F_∇ и F_p возьмем соответственно поля стоячей и бегущей волны с одинаковыми амплитудами, предполагая, что $E \simeq H$ и $\nabla \sim 1/L \simeq k$. Тогда $F_p/F_\nabla \simeq \omega\gamma/|\omega^2 - \omega_0^2|$. Это отношение всюду мало, кроме значений частоты, близких к резонансной частоте ω_0. При $\omega = \omega_0$ сила F_∇ обращается в нуль; однако уже при небольшом отклонении от резонанса $\Delta\omega \simeq \gamma$ величина F_∇ достигает максимального значения, равного по порядку величины резо-

* Предполагается, что движение происходит в областях, где $E \gg H$; в противном случае (при $H \gg E$) нельзя пренебречь в (4) лоренцовой силой.

** Выражения (7) и (8) являются обобщением полученных Аскарьяном [3] соотношений для усредненных сил, действующих на заряды в поле плоской однородной волны. Аналогичные расчеты приведены в работе [4], где вычисляются силы, действующие на плазменные сгустки в аксиально симметричных электромагнитных полях.

*** Интересно отметить, что эта сила отлична от нуля даже в тех местах, где $\boldsymbol{H} = 0$, если $\operatorname{Im}(\boldsymbol{E}\nabla)\boldsymbol{E}^* \neq 0$. Например, на оси круглого волновода в поле бегущей волны типа TM_{0n} $F_p \sim |E|^2 \neq 0$.

нансной силе F_p. Впрочем, практически вряд ли следует особенно рассчитывать на резонансное увеличение сил F_∇ или F_p, поскольку условие (3) существенно ограничивает эти силы сверху: $F_{\text{рез}} \ll Z\,(e/m_i)\,kaE \ll Z\,(m_e/m_i)\,(ka)^5\,\omega c$. Кроме того, амплитуда поляризации p должна достаточно быстро достигать своего стационарного значения, что приводит к весьма жесткому условию $\gamma L \gg \dot{R}$, которое при $L \simeq 1/k$ чересчур сильно ограничивает интервал допустимых скоростей. Наконец, сам сгусток должен обладать достаточно высокой стабильностью, так чтобы его собственная частота оставалась постоянной, по крайней мере, с точностью до величин порядка γ/ω_0 *. Таким образом, в ряде случаев работа в нерезонансных условиях может оказаться заведомо предпочтительнее; при этом $F_\nabla \gg F_p$. В частности, при $\omega \gg \omega_0$, когда сила F_p становится пропорциональной полному числу частиц в сгустке (что положено Векслером в основу когерентного метода ускорения [6]), разгон частиц в поле стоячей волны в ω/γ раз эффективнее, чем в случае бегущей волны. Правда, подчеркнем, что речь идет только о нерелятивистском ускорении **.

Если можно пренебречь силой F_p по сравнению с F_∇, то усредненное уравнение (6) не отличается по виду от аналогичного уравнения для одиночной заряженной частицы. Поэтому большая часть результатов, полученных в работах [1,2], переносится на случай движения плазменного сгустка. Так, первый интеграл уравнения (6) записывается в виде:

$$N m_i \dot{R}^2/2Z + \frac{1}{2}\,\overline{pE}^{\,t} = \text{const}, \tag{9}$$

т. е. сохраняется сумма кинетической энергии усредненного движения и половины средней энергии взаимодействия дипольного момента с внешним полем***. Из (9) следует физически очевидный результат: при $\omega > \omega_0$ шарик выталкивается из поля, а при $\omega < \omega_0$ втягивается в него.

Оценим скорость, приобретаемую плазменным сгустком при его выталкивании из области неоднородного поля. Предполагая, что сгусток начинает движение в области $E = E_{\text{макс}}$, на выходе системы (в области $E = 0$) имеем:

$$\beta = \frac{\dot{R}_{\text{макс}}}{c} = \frac{e\sqrt{Z}\,E_{\text{макс}}}{c\sqrt{2m_e m_i}}\sqrt{\frac{|\omega_0^2 - \omega^2|}{(\omega_0^2-\omega^2)^2 + \omega^2\gamma^2}}. \tag{10}$$

В частности, в оптимальном режиме ($\omega^2 - \omega_0^2 \simeq 2\omega\,(\omega - \omega_0) = \omega\gamma$, $\gamma = 2\omega\,(ka)^3/3$) для случая водородной плазмы это дает $\beta = 8{,}5\cdot 10^2\,(ka)^{-3/2}\,\omega^{-1}\,E$ *в·см*$^{-1}$. Например, при $\omega = 10^{10}$ *сек*$^{-1}$, $ka \simeq 1/3$, $E = 300$ *в·см*$^{-1}$ $\beta = 1{,}3\cdot 10^{-4}$. При нерезонансном ускорении ($\omega \gg \omega_0$) $\beta = 0{,}8\cdot 10^3\,\omega^{-1}\,E$ *в·см*$^{-1}$. Например, при $\omega = 10^{10}$ *сек*$^{-1}$, $E = 3000$ *в·см*$^{-1}$ $\beta = 2{,}4\cdot 10^{-4}$. Для снижения напряженности поля в принципе могут быть использованы низкочастотные системы, но нужно иметь в виду, что, как правило, $kL \simeq 1$ и уменьшение ω связано с увеличением габаритов.

---

* В этом отношении более благоприятным должно, по-видимому, оказаться использование осциллятора, образуемого вращением частиц в постоянном магнитном поле [5].

** Обсуждению возможности применения слабо неоднородных переменных полей для ускорения плазмы до любых скоростей посвящена работа [7].

*** Как известно, половина энергии взаимодействия расходуется на формирование квазиупругого диполя в заданном поле [8].

Важной особенностью движения сгустков в переменных полях является их неизбежная рассортировка по поляризациям в зависимости от фазы влета сгустка в поле $\varphi_в = \omega t_в$. Так, даже сгустки, инжектируемые в область неоднородного поля с одинаковыми начальными поляризациями (например, $p_в = \dot{p}_в = 0$), при выходе из этой области ($E(R_{вых}) = 0$) оказываются поляризованными по-разному, а именно, при $\omega^2 - \omega_0^2 \gg \omega\gamma$

$$p_{вых} = p_{инд}\left[\frac{\omega}{\omega_0}\sin\varphi_в \sin(\omega_0 \Delta t) - \cos\varphi_в \cos(\omega_0 \Delta t)\right] e^{-\gamma_0 \Delta t/2}, \qquad (11)$$

где $p_{инд} = Ne^2 E_0/m_e(\omega_0^2 - \omega^2)$ — амплитуда индуцированной поляризации в точке влета $R_в = R(t_в)$, $E_0 = E(R_в)$, Δt — время пролета через область неоднородного поля. Рассортировка по поляризациям отсутствует, согласно (11), только при достаточно сильном затухании собственных колебаний, т. е. при $\gamma_0 \Delta t \simeq \gamma_0 L/R_{макс} \gg 1$. Помимо этого, сгустки приобретают еще и небольшой разброс по скоростям; впрочем, при выполнении условия (3) этот разброс не выходит за пределы точности усредненного описания (10)*.

Однако, если сгусток проходит сквозь последовательный набор однотипных неоднородностей с крутыми передними „склонами", в пределах которых $L \ll \dot{R}/\omega$, и с плавными задними „склонами" ($L \gg \dot{R}/\omega$), на которых в соответствии с (9) происходит ускорение, то наличие начальной рассортировки по поляризациям (11) может привести уже к заметной последующей рассортировке по скоростям.

Поясним это на примере быстрого ($\omega L \ll \dot{R}$, $\omega_0 L \ll \dot{R}$) прохождения сгустка через область квазиэлектростатического поля $E(R) \cdot \cos\varphi_в$**. Легко убедиться непосредственно из (2), что при $\Delta t \simeq L/\dot{R} \to 0$, когда величина поляризации почти не отклоняется от ее начального значения на входе p_0, имеет место интеграл движения, подобный (9):

$$Nm_i \dot{R}^2/2Z + p_0 E(R) \cos\varphi_в = \mathrm{const}, \qquad (12)$$

т. е. взаимодействие носит характер удара и приводит к конечному изменению кинетической энергии.

Таким образом, если в результате прохождения через первую неоднородность сгустки, согласно (11), сортируются по поляризациям, то при пролете через последующие неоднородности появляется рассортировка по скоростям; причем, как нетрудно показать, сравнивая интегралы движения (9) и (12) и учитывая (11), максимальное отклонение скорости, приобретаемое в результате прохождения „крутого склона", во всяком случае не меньше ее приращения при скатывании сгустка „по пологому склону" неоднородности. Поэтому многокаскадное ускорение в системах такого типа можно осуществить либо при определенных строго выдержанных соотношениях между временем пролета Δt и периодом $2\pi/\omega$ (а также в некоторых случаях $2\pi/\omega_0$), либо при наличии сильного затухания ($\gamma_0 \gg 1/\Delta t$), предотвращающего рассортировку по поляризациям (11).

* Заметим, что это условие накладывает довольно сильное ограничение снизу на частоту ω_0: $\omega_0 \gg \sqrt{2m_i/Zm_e}\, R_{макс}/a$.

** Результат сохраняет силу и в случае произвольного поля $E \lessgtr H$.

ЛИТЕРАТУРА

1. А В Гапонов, М. А. Миллер, ЖЭТФ, **34**, 242 (1958).
2. М. А Миллер, Изв. высш. уч. зав.—Радиофизика, **1**, 3, 110 (1958).
3. Г. А. Аскарьян, ЖЭТФ, **36**, 619 (1959).
4. Г. А. Аскарьян, Атомная энергия, **5**, 644 (1958).
5. Я. Б. Файнберг, В. И. Курилко, ЖТФ, **29**, 939 (1959).
6. В. И. Векслер, Атомная энергия, **2**, 427 (1957).
7. М. А. Миллер, ЖЭТФ, **36**, 1909 (1959).
8. И. Е. Тамм, Основы теории электричества, ГИТТЛ, М., 143, 1957.

Научно-исследовательский радиофизический институт
при Горьковском университете

Поступила в редакцию
20 октября 1959 г.