ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДОВ ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ ОПТИКИ ДЛЯ РАСЧЕТА ПОЛЯ ПРИ НАЛИЧИИ ПРИВОДНЫХ ИЛИ ПРИПОДНЯТЫХ ВОЛНОВОДОВ И ПРИ БОЛЬШОЙ ВЫСОТЕ ОДНОГО ИЗ КОРРЕСПОНДИРУЮЩИХ ПУНКТОВ

Н. Н. Комаров, И. Е. Островский, Б. Д. Замараев, А. Д. Розенберг

Определены пределы применимости геометрической оптики для волноводов в случае большой высоты одного из корреспондирующих пунктов. Выяснена возможность возникновения „радиоям" при наклонных инверсиях. Приведены результаты расчетов по формулам геометрической оптики и формулам Фока для реально встречающихся волноводов и инверсий.

В работах Фока, Вайнштейна и Белкиной [1,2] получены формулы, определяющие дальность горизонта при волноводном распространении, и найдена функция ослабления для гиперболического хода M-кривой в случае идеально проводящей поверхности земли и большой высоты одного из корреспондирующих пунктов.

Приведенное в работе [2] выражение (33) для множителя ослабления плоской волны $V_1(\zeta, y)$ * представляет собой отражательную формулу при неоднородной атмосфере ** (с учетом волновых поправок, зависящих от величины ν, значение которой определяется параметрами M-кривой).

При достаточно больших ν формула (33) в [2] переходит в обычную отражательную формулу, вытекающую из законов геометрической оптики в неоднородной атмосфере. Представляет интерес выяснить, каковы размеры той области, где ν достаточно велико и можно пользоваться лучевыми представлениями для неоднородных сред, в частности, при волноводном распространении радиоволн. Выяснению этого вопроса и получению расчетных формул на основе лучевых представлений и посвящена настоящая работа.

1. ОБЛАСТЬ ПРИМЕНИМОСТИ ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ ОПТИКИ ПРИ ВОЛНОВОДЕ И ФОРМУЛЫ ЛУЧЕВОЙ ТРАКТОВКИ

В работе [2] было получено выражение для множителя ослабления $V_1(\zeta, y)$ в освещенной области для гиперболического хода M-кривой. Формула для $V_1(\zeta, y)$ имеет структуру обычных отражательных формул

---

* Обозначения x, ζ, y, y', встречающиеся в дальнейших выкладках, представляют собой безразмерные величины, связанные с горизонтальным расстоянием между корреспондирующими пунктами и высотами пунктов следующими формулами:

$$x = (k/2m^2)\, S;\quad y = (k/m)\, h;\quad y' = (k/m)\, h';$$

$$\zeta = x - \sqrt{y'};\quad m = \sqrt{ka/2};\quad k = 2\pi/\lambda$$

(a — радиус земного шара, S — горизонтальное расстояние между корреспондирующими пунктами, отсчитанное по дуге земного шара, h и h' — высоты корреспондирующих пунктов, причем $h' > h$).

** Предполагается, что показатель преломления атмосферы зависит только от высоты.

при неоднородной атмосфере с учетом волновых поправок, величина которых зависит от ν:

$$V_1(\zeta, y) = \frac{e^{i\omega(t_1)}}{\sqrt[4]{p(y)-t_1}} \cdot \frac{A(t_1)}{\sqrt{-2\omega''(t_1)}} - \frac{e^{i\varphi(t_2)}}{\sqrt[4]{p(y)-t_2}} \cdot \frac{A(t_2)}{\sqrt{-2\varphi''(t_2)}}.$$

Здесь

$$A(t) = \frac{1}{|\chi(\nu)|\,(1-\Lambda)}; \quad \Lambda = \frac{1}{\chi(\nu)}\, e^{-\pi\nu + 2iS_0};$$

$$\omega(t) = \zeta t + \Omega(t); \quad \Omega(t) = \zeta_0 - S(y) + 2S_0 - \arg\chi(\nu);$$

$$\varphi(t) = \zeta t + \Phi(t); \quad \Phi(t) = \Omega(t) + 2S(y);$$

$$|\chi(\nu)| = \sqrt{1+e^{-2\pi\nu}}; \quad |\Lambda| = 1/\sqrt{1+e^{2\pi\nu}};$$

$$-\arg\chi(\nu) = \nu\ln\nu - \nu + \arg\Gamma(1/2 - i\nu);$$

$$\zeta_0 = \lim_{y\to\infty}\left[S(y) - 2S_0 - \frac{2}{3}y'^{/2} + t\sqrt{y}\right];$$

$$S(y) = \int_0^y \sqrt{p(y)-t}\,dy;$$

$$S_0 = \frac{1}{2}\int_0^{y_1}\sqrt{p(y)-t}\,dy + \frac{1}{2}\int_0^{y_2}\sqrt{p(y)-t}\,dy;$$

$$\chi(\nu) = \frac{\sqrt{2\pi}\,\exp\left[-\frac{\pi}{2}\nu + i(\nu - \nu\ln\nu)\right]}{\Gamma(1/2 - i\nu)};$$

$$\nu = \frac{1}{i\pi}\int_{y_1}^{y_2}\sqrt{p(y)-t}\,dy;$$

Γ — гамма-функция; y_1 и y_2 — корни уравнения $p(y) - t = 0$, где $p(y) = 2m^2 10^{-6} M(h)$; t_1 и t_2 — корни уравнений

$$\omega'(t_1) = 0, \quad \varphi'(t_2) = 0,$$

в которых штрихи обозначают производные по t.

Зависимость от ν входит в Ω и Φ, что дает поправку к фазам волн, и в A, Ω'' и Φ'', что дает поправку к амплитудам волн.

Оценим поправку к фазам. Согласно формуле (25) [2], фаза определяется выражением:

$$-\arg\chi(\nu) = \nu\ln\nu - \nu + \arg\Gamma(1/2 - i\nu).$$

Воспользуемся асимптотическим представлением $\Gamma(z)$ при больших значениях $|z|$ и $|\arg z| < \pi$:

$$\Gamma(z) = z^{z-1/2}\, e^{-z}\sqrt{2\pi}\left\{1 + \frac{1}{|2z|} + \frac{1}{288z^2} + \ldots\right\}.$$

Отсюда, если ограничиться первыми членами,

$$\ln\Gamma(z) = (z - 1/2)\ln z + (-z) + \ln\sqrt{2\pi}$$

или при $z = 1/2 - i\nu$

$$\arg \Gamma(z) = \operatorname{Im} \ln \Gamma(z) = (-\nu)(\ln|z|) - $$
$$-\operatorname{Im} z = -\nu \ln \sqrt{1/4 + \nu^2} + \nu.$$

Если пренебречь 1/4 под корнем, то получаем:

$$\arg \Gamma(1/2 - i\nu) \simeq -\nu \ln \nu + \nu; \quad \arg \chi(\nu) = 0.$$

Таким образом, при достаточно больших ν поправки к фазе, зависящие от ν, малы. Полагая в формулах (34), (29) и (30) статьи [2], что $e^{2\pi\nu} \gg 1$, получим следующее выражение для $A(t)$:

$$A(t) = \frac{1}{\sqrt{1 + e^{-2\pi\nu}}\left(1 - 1/\sqrt{1 + e^{2\pi\nu}}\right)} \simeq$$
$$\simeq 1 - e^{-2\pi\nu}/2 + e^{-\pi\nu} \simeq 1 + e^{-\pi\nu}.$$

Отсюда видно, что уже при $\nu \sim 1$ $A(t)$ отличается от единицы на $4 \div 5\%$.

Таким образом, в области, где $\nu > 1$, формула для множителя ослабления $V_1(\zeta, y)$ с большой степенью точности переходит в обычную отражательную формулу, вытекающую из законов геометрической оптики в неоднородной атмосфере.

Теперь мы можем определить примыкающую к горизонтам область, где $\nu < 1$ и, тем самым, существенны волновые поправки.

Пренебрегая величиной $\frac{d}{dt} S(y)$ по сравнению с $\frac{d}{dt}\Xi_0$ *, что соответствует отождествлению дальности горизонта с величиной $(\Gamma_1 + \Gamma_2)/2$, найдем величину $G_0 + \frac{d}{dt}\Xi_0 = \Delta J_b$, которая и определит размер области, где существенны волновые эффекты.

Для не слишком больших ν можно воспользоваться приближенной формулой

$$\nu = \frac{p(y_i) - t}{\sqrt{2p''(y_i)}};$$

полагая здесь $\nu = 1$, получим:

$$t = p(y_i) - 2/\sqrt{y_l + y_i}.$$

Подставим полученное выражение для t в формулу для модуля

$$k^2 = \frac{1}{2} + \frac{1}{4}\,\frac{y_l + t}{y_l + y_i}.$$

Для найденного t

$$k^2 = 1 - \frac{1}{2(y_l + y_i)^{1/2}} \tag{1}$$

---

* Здесь $\Xi_0 = \zeta_0 + 2S_0$; величина G_0 связана с параметрами M-кривой следующим образом. M-кривая построена по гиперболическому закону $M(h) = M(h_i) + (h - h_i)^2 a^{-1} (h + l)^{-1}$, в котором $M(h_i) = (l + 2h_i) a^{-1}$ (h_i и l — параметры M-кривой, связанные с безразмерными постоянными y_i и y_l соотношениями $y_i = kh_i/m$, $y_l = kl/m$, где h_i — высота атмосферного волновода). Обозначая $y_i + y_l$ через Y, имеем:

$$G_0 = \sqrt{y_l} - \frac{\sqrt{Y}}{2} \ln \frac{\sqrt{Y} + \sqrt{y_l}}{\sqrt{Y} - \sqrt{y_l}} + \frac{\sqrt{Y}}{2}\left[1{,}429 + \frac{1}{2}\ln(Y^3)\right].$$

и

$$\Delta J_b = G_0 + \frac{d}{dt}\,\Xi_0;$$

$$\Delta S_b = \Delta J_b \frac{2m^2}{k}\ (км).$$

На рис. 1 область $\Delta S_b = bn$ заштрихована. Вне области ΔS_b применима геометрическая оптика. Луч kab можно условно считать граничным лучом для области геометрической оптики.

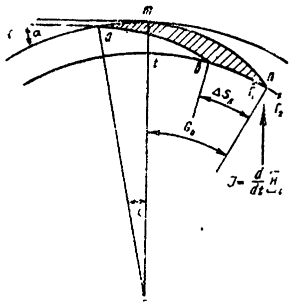
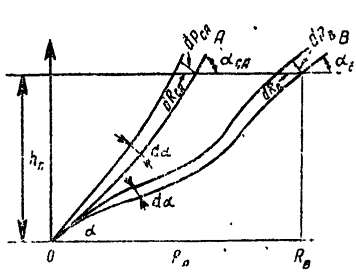


Рис. 1. Луч kab—условная граница области применимости геометрической оптики; заштрихованная область ΔS_b — область, где существенны волновые поправки; Γ_1 и Γ_2 — горизонты прямой и отраженной волн, G_0 — расстояние до радиогоризонта; t — точка, в которой падающая плоская волна касается земной поверхности.

В пространстве левее луча ab в силу применимости геометрической оптики влияние волновода можно учесть, рассмотрев прохождение лучей через него. При этом следует вычислить интенсивность поля, определенную как количество лучей, проходящих через единичную площадку, и определить набег фаз между двумя лучами: прямым и отраженным от земли. Полученные результаты должны совпадать со строгим расчетом по волновой теории.

Рассмотрим прежде всего прохождение лучей через слоистую среду. На рис. 2 показаны два положения энергетической трубки, выходящей из источника O под углом α: OA — при стандартной рефракции и OB — при слоистой атмосфере. Согласно рис. 2,

Рис. 2. Положение энергетической трубки при стандартной атмосфере (A) и неоднородной атмосфере (B) и принятые обозначения.



$$\rho_{CA} = W/d\,\alpha\, R_{CA} dP_C\,,\quad \rho_B = W/d\,\alpha\, R_b dP_b,$$

где ρ_{CA} и ρ_B — плотность энергии соответственно в точках A и B (индекс C относится к плотностям энергии в стандартной атмосфере), W — энергия трубки, определяемая углом $d\,\alpha$. Сравним плотность энергии для слоистой среды с плотностью энергии для свободного пространства в одной и той же точке B:

$$\rho_B/\rho_{CB} = (\rho_B/\rho_{CA})\ (\rho_{CA}/\rho_{CB}).$$

Однако

$$\rho_{CA}/\rho_{CB} = (d\,\alpha\,R_b)^2/(d\,\alpha\,R_{CA})^2$$

и, следовательно,

$$\rho_B/\rho_{CB} = (dP_{CA}/dP_B)\ (R_B/R_A)$$

или для поля

$$E_B/E_{CB} = \sqrt{(dP_{CA}/dP_B)\ (R_B/R_A)}\ .$$

Так как

$$dP_{CA}/dP_B = dR_{CA}\sin\alpha_{CA}/dP_B\sin\alpha_B,$$

определим dR_{CA}/dP_B для любого количества плоских слоев. Сначала рассмотрим два слоя произвольной толщины h_n и h_{n+1} и произвольных радиусов кривизны луча ρ_n и ρ_{n+1} (рис. 3). На рис. 3 показаны два случая: $\rho_n > 0$, $\rho_{n+1} < 0$ (сплошная линия) и $\rho_n < 0$, $\rho_{n+1} > 0$ (пунктирная линия).

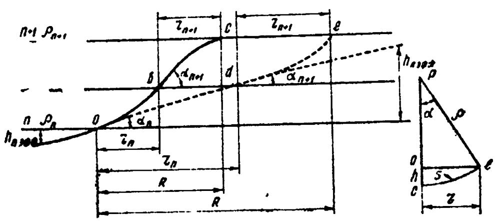


Рис. 3. Траектории лучей при прохождении через два слоя: сплошная линия — $\rho_n > 0$; $\rho_{n+1} < 0$, пунктирная линия — $\rho_n < 0$; $\rho_{n+1} > 0$.

Так как h много меньше ρ, и нас интересует область $h/R \ll 1$, будем пользоваться следующей формулой, связывающей высоту с горизонтальным расстоянием: $r = \sqrt{2\rho h}$.

Рассмотрим условия, при которых имеет место это приближение. Из рис. 3 имеем: $r/\rho = \sin\alpha$; $1 - h/\rho \doteq \cos\alpha$. Так как $h/R \ll 1$, от тригонометрических функций можно перейти к углам, т. е. положить

$$r/\rho \simeq \alpha = s/\rho;\quad 1 - h/\rho \simeq 1 - \alpha^2/2 \tag{1a}$$

или $h/\rho = \alpha^2/2$. Отсюда $r^2/2\rho^2 = h/\rho$ или $r = \sqrt{2\rho h}$.

Таким образом, последняя формула справедлива, если разность между r и дугой s мала по сравнению с r и s.

Теперь мы можем вернуться к нашей задаче, согласно которой по данным h_n, ρ_n, α_n мы должны определить r_n и α_{n+1} и дать рекурентные соотношения для любого количества слоев. Из (1a) следует, что $h_{n\,\text{эфф}} = \rho_n\alpha_n^2/2$, а из рис. 3 — что

$$\alpha_{n+1} = \sqrt{\frac{2H_n}{\rho_n}} = \sqrt{\alpha_n^2 + (-1)^{k_n} h_n\,\frac{2}{\rho_n}}, \tag{2}$$

где

$$H_n = h_{n\,\text{эфф}} + (-1)^{k_n} h_n\ ;$$

$k_n = 1$ для $\rho < 0$ (волновод) и $k_n = 2$ для $\rho > 0$. В общем случае

$$\alpha_m = \sqrt{\alpha_0^2 + \sum^{m-1} \frac{2h_n}{\rho_n}(-1)^{k_n}}\ ;$$

$$r_n = (\alpha_{n+1} - \alpha_n)\,\rho_n\,(-1)^{k_n};\quad R = \sum_n r_n;\quad \frac{dR}{d\alpha_k} = \sum \frac{dr_n}{d\alpha_k}. \tag{3}$$

В то же время из (3)

$$\frac{\partial r_n}{\partial \alpha_n} = \rho_n \left(\frac{\partial \alpha_{n+1}}{\partial \alpha_n} - 1 \right) (-1)^{k_n}, \tag{4}$$

а из (2)

$$\frac{\partial \alpha_{n+1}}{\partial \alpha_n} = \frac{\alpha_n}{\sqrt{\alpha_n^2 + (-1)^{k_n} h_n \frac{2}{\rho_n}}}. \tag{5}$$

Поскольку $\partial r_n / \partial \alpha_n$ можно представить в виде

$$\frac{\partial r_n}{\partial \alpha_k} = \frac{\partial r_n}{\partial \alpha_n} \frac{\partial \alpha_n}{\partial \alpha_{n-1}} \cdots \frac{\partial \alpha_{n+1}}{\partial \alpha_k},$$

то этим задача полностью решена для любого количества слоев. Окончательно для n слоев будем иметь:

$$\frac{dP_B}{dP_{CA}} = \frac{\sin \alpha}{\sin \alpha_{CA}} \frac{dR_B}{dR_{CA}} = \frac{\sum\limits_{n=k} \partial r_n / \partial \alpha_k}{\partial R_{CA} / \partial \alpha_k} \frac{\alpha_{n+1}}{\alpha_{CA}}. \tag{6}$$

Из приведенных выше формул в случае трех слоев получаются следующие формулы для приподнятой инверсии:

$$\frac{dP_B}{dP_{CA}} = \left[\frac{\alpha_0 (\rho_0 + \rho_1)}{\sqrt{\alpha_0^2 + 2h_0/\rho_0}} - \frac{\alpha_0 (\rho_1 + \rho_2)}{\sqrt{\alpha_0^2 + 2h_0/\rho_0 - 2h_1/\rho_1}} - \rho_0 + \frac{\alpha_0 \rho_2}{\sqrt{\alpha_0^2 + 2h_0/\rho_0 - 2h_1/\rho_1 + 2h_2/\rho_2}} \right] \frac{\sqrt{\alpha_0^2 + 2h_0/\rho_0 - 2h_1/\rho_1 + 2h_2/\rho_2}}{\rho_0 \left(\alpha_0 - \sqrt{\alpha_0^2 + 2h/\rho_0} \right)}; \tag{7}$$

$$R_B = \sqrt{\alpha_0^2 + 2h_0/\rho_0}\, (\rho_0 + \rho_1) - \sqrt{\alpha_0^2 + 2h_0/\rho_0 - 2h_1/\rho_1 + 2h_2/\rho_2} - \alpha_0 \rho_0 \tag{8}$$

(здесь слой 1 — инверсия).

Приведенные формулы определяют только амплитудные значения для прямой и отраженной волн, причем для каждой в отдельности. Исходя из подобной методики, можно, однако, получить соответствующие выражения и для разности фаз прямой и отраженной волн.

2. РЕЗУЛЬТАТЫ ЧИСЛЕННОГО РАСЧЕТА ПОЛЯ

Выбранный авторами в работе [2] конкретный случай чрезвычайно малого дефицита M-кривой ($\Delta M = 0{,}381$) не является характерным, так как он более близок к случаю критической рефракции, чем к реально наблюдающимся волноводам, и не может в достаточной мере отражать влияние последних на распространение радиоволн.

Метеоизмерения показывают, что волноводы с высотой носа h_i несколько десятков метров и с $\mathrm{grad}\, n \sim (0{,}5 \div 1)$ $N м^{-1}$ — явление не редкое над морем. Поэтому для расчета был выбран волновод с высотой носа $h_i = 54$ *м* и $\Delta M = 54$.

Из формулы (55) статьи [2] имеем:

$$\Delta M = \frac{h_i^2}{l} \frac{1}{a} 10^6$$

(где $l = 8{,}48$ *м*) и

$$M\ (h) = 18{,}29 + \frac{(h-54)^2}{(h+8{,}48)\ 6{,}37}\ N.$$

Для волны $\lambda = 10$ *см* коэффициенты для перехода к безразмерным координатам, согласно (57) [2], равны:

$$\frac{k}{m} = 0{,}107\ M^{-1};\quad \frac{k}{m^2} = 0{,}923\cdot 10^{-4}\,M^{-1};$$

$$P\ (y) = 0{,}684\ M\ (h) = 12{,}47 + (y-5{,}78)^2/(y+0{,}91).$$

Так как нас интересует влияние волновода на распространение радиоволн в зоне прямой освещенности, то расчет необходимо вести по формулам (33) [2], задав меньшую высоту одного из корреспондирующих пунктов (в расчете было принято $h = 7$ *м*).

Поскольку выбранный волновод с достаточно большим ΔM не позволяет провести разложение по малому параметру, то воспользуемся точными выражениями для $S\ (y)$, $\frac{d}{dt}\ S\ (y)$, Ξ_0 и $\frac{d}{dt}\ \Xi_0$, полученными при помощи эллиптических интегралов:

$$\Xi_0 = -\frac{2}{3}\ [(y_l+y_i)^2\ y_l - y_l^2 t]^{1/2} + \frac{2}{3}\ (y_l+t)\ (y_l+y_i)^{1/2}\times$$

$$\times \operatorname{tg}\frac{\varphi_0}{2^k}\sqrt{1-k^2\sin^2\varphi_0} + \frac{2}{3}(y_l+t)\ (y_l+y_i)^{1/2}\ [2E\ (k) - E\ (k,\ \varphi_0)] +$$

$$+\frac{2\,(y_l+y_i)^2-(t+y_l)\ (y_l+y_i)}{3\ (y_l+y_i)^{1/2}}\ [2K(k)-F(k,\ \varphi_0)];$$

$$\frac{d}{dt}\ \Xi_0 = (y_l+y_i)^{1/2}\ [2E\ (k,\ \varphi_0)] -$$

$$-\frac{(y_l+y_i)^{1/2}}{2}\ [2K\ (k) - F\ (k,\ \varphi_0)] + \frac{\operatorname{tg}\frac{\varphi_0}{2}\sqrt{1-k^2\sin^2\varphi_0}}{(y_l+y_i)^{1/2}};$$

$$S\ (y) = \frac{2}{3}\ (y+y_l)^{1/2}\ [y^2+(y_l+t)\ y+(y_l+y_i)^2-y_l t]^{1/2} -$$

$$-\frac{2}{3}\ [(y_l+y_i)^2\ y_l - y_l^2 t]^{1/2} + \frac{2}{3}\ (y_l+y_i)^{1/2}\ (y_l+t)\ \Big[\operatorname{tg}\frac{\varphi_0}{2}\sqrt{1-k^2\sin^2\varphi_0} -$$

$$-\operatorname{tg}\frac{\varphi_y}{2}\sqrt{1-k^2\sin^2\varphi_y}\Big] + \frac{2}{3}\ (y_l+t)\ (y_l+y_i)^{1/2}\ [E\ (k,\ \varphi_y)-E\ (k,\ \varphi_0)] +$$

$$+\frac{2\,(y_l+y_i)^2-(t+y_l)\ (y_l+y_i)}{3\ (y_l+y_i)^{1/2}}\ [F\ (k,\ \varphi_y) - F\ (k,\ \varphi_0)];$$

$$\frac{d}{dt}\ S\ (y) = (y_l+y_i)^{1/2}\ [E\ (k,\ \varphi_y) - E\ (k,\ \varphi_0)] -$$

$$-\frac{(y_l+y_i)^{1/2}}{2}\ [F\ (k,\ \varphi_y) - F\ (k,\ \varphi_0)] - (y_l+y_i)^2\ \operatorname{tg}\frac{\varphi_y}{2}\sqrt{1-k^2\sin^2\varphi_y} +$$

$$+(y_l+y_i)^{1/2}\ \operatorname{tg}\frac{\varphi_0}{2}\sqrt{1-k^2\sin^2\varphi_0},$$

где

$$F(k, \varphi) = \int\limits_0^{\varphi} \frac{d\varphi}{\sqrt{1 - k^2 \sin^2\varphi}}; \quad E(k, \varphi) = \int\limits_0^{\varphi} \sqrt{1 - k^2 \sin^2\varphi}\, d\varphi$$

— эллиптические интегралы первого и второго рода, а $K(k)$ и $E(k)$ — полные эллиптические интегралы первого и второго рода;

$$k^2 = \frac{1}{2} + \frac{1}{4}\,\frac{y_l + t}{y_l + y_l}; \quad \varphi_y = 2\operatorname{arc\,tg} \sqrt{\frac{y + y_l}{y_l + y_l}};$$

$$\varphi_0 = 2\operatorname{arc\,tg} \sqrt{\frac{y_l}{y_l + y_l}}.$$

Величины S_0 и ν определялись графическим интегрированием; точки стационарной фазы t_1 и t_2 находились графическим решением уравнений (32) [2].

Результаты расчета представлены на рис. 4. По оси абсцисс отложена величина $\zeta = x - \sqrt{y}$, т. е. расстояние от точки касания плоской волны с поверхностью земли; для $\lambda = 10$ *см* то же расстояние указано в *км*. По оси ординат отложена функция ослабления плоской волны $V_1(\zeta, y)$. В случае стандартной атмосферы функция $V_1(\zeta, y)$ в зоне освещенности для идеально проводящей земли равна 2.

Как видно из рис. 4, влияние волновода сводится к следующему.

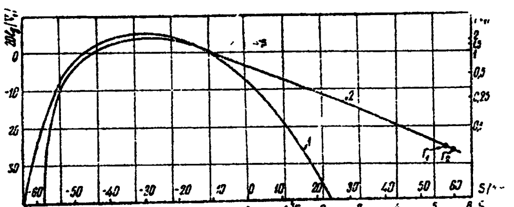


Рис. 4. Поле первого лепестка, рассчитанное для стандартной рефракции (кривая 1) и для приводного волновода по формулам Фока (кривая 2): Γ_0 — горизонт при стандартной рефракции, Γ_1 и Γ_2 — волноводные горизонты.

1) Увеличивается протяженность первого интерференционного лепестка, т. е. зона освещенности простирается на большее расстояние. Горизонты прямой и отраженной волн Γ_1 и Γ_2 находятся от точки 0 на расстоянии $50 \div 60$ *км*, в то время как при нормальной рефракции горизонт Γ_0 находится на расстоянии около 10 *км*.

2) Наряду с увеличением горизонтального расстояния первого лепестка общий уровень поля понижается, т. е. происходит некоторое перераспределение энергии в пространстве. Так, если сравнить величину сигнала в максимуме лепестка при волноводе и нормальной рефракции, то в последнем случае уровень поля будет на 2 *дб* выше. Что же касается горизонтальных расстояний максимумов лепестков, то они почти совпадают; максимум при волноводе немного сдвинут в сторону больших расстояний.

3) Сравнение с диффракционным полем при нормальной рефракции показывает, что за горизонтом Γ_0 ослабление поля при волноводе значительно меньше, чем при нормальной рефракции.

Что же касается положений и величины максимумов всех остальных лепестков, то они слегка сдвинуты по расстоянию и уменьшены по амплитуде (этот эффект стремится к нулю при приближении к источнику).

Следует отметить, что дальность горизонта увеличивается с уменьшением grad M и стремится к бесконечности, когда grad $M \to 0$.

Волновая область для рассмотренного случая оказалась равной 25 *км*. Чтобы выяснить зависимость ее размеров от других параметров, был проведен численный расчет по формулам первого раздела; результаты расчета представлены на рис. 5. Из рисунков видно, что

1) при фиксированном ΔM и Δh_l расстояния до границы освещенности G_0 и ΔS падают с увеличением длины радиоволны, т. е., как и следовало ожидать, увеличение длины радиоволны уменьшает эффективность волновода;

2) с увеличением высоты волновода, когда условия распространения приближаются к критической рефракции, граница освещенности G_0 сильно увеличивается, и хотя одновременно растет ΔS, геометрическая оптика применима на протяжении $78 \div 80\%$ от G_0, так как лучи в этом случае направлены под очень малыми углами;

3) увеличение ΔM приближает границу тени и уменьшает ΔS, что объясняется уменьшением абсолютной величины радиусов кривизны.

Полученные размеры области волновых эффектов показывают, что для обычно встречающихся приводных волноводов геометрическую оптику можно применять во всей области освещенности, так как ΔS составляет обычно $20-30\%$ от области G_0, которая почти вся находится за горизонтом Γ_0 и составляет несколько процентов от общего расстояния между корреспондирующими пунктами.

Применим полученные в первом разделе расчетные формулы к изучению влияния приподнятых волноводов (инверсий) на распространение радиоволн. Расчет по этим формулам показывает, что приподнятые волноводы дают значительное увеличение дальности и некоторое ослабление поля по сравнению с законом $1/r$. Однако в области, примыкающей к граничному лучу, имеет место возрастание поля, т. е. эта область инверсии действует фокусирующим образом. Изложенные численные результаты находятся в хорошем согласии с экспериментом (см. рис. 6).

В заключение рассмотрим возможность получения „радиоям“, обусловленную наклонными слоями инверсий. Подобные наклоны облегчают условия поворота лучей и поэтому могут обусловить пропадание сигнала над слоем инверсии при приеме под соответствующим углом места.

Пусть участок 2 слоя приподнятой инверсии наклонен к горизонту под углом σ (см. рис. 7). Из геометрических соотношений для угла выхода α_2 луча из слоя приподнятой инверсии получается следующее выражение:

$$\alpha_2 = \sqrt{\alpha_1^2 - 2D_k/\rho_1}\ ; \quad D_k = h_1 + \rho_1\alpha\,(\alpha_1 - \alpha_2).$$

Здесь h_1 — примерная толщина слоя инверсии, а ρ_1 — радиус кривизны луча в нем. Определяя α_1 и α_0, получим соотношение, связывающее величины r_0, h_0, h_1, α и α_2 при произвольных ρ_0 и ρ:

$$\alpha_2^2 = \left(\frac{2h_0 - r_0^2/\rho_0}{2r_0}\right)^2 + \frac{2h_0}{\rho_0} - \frac{2}{\rho_1}\,h_1 - 2\alpha\left(\frac{2h_0 - r_0^2/\rho_0}{2r_0} + \frac{r_0}{\rho_0} - \alpha_2\right).$$

Учитывая, что при $\alpha_2 = \alpha$ лучи не выходят из слоя инверсии, можно записать условия поворота лучей и, следовательно, возникновения глубоких провалов поля вследствие наклона приподнятой инверсии на некотором участке трассы:

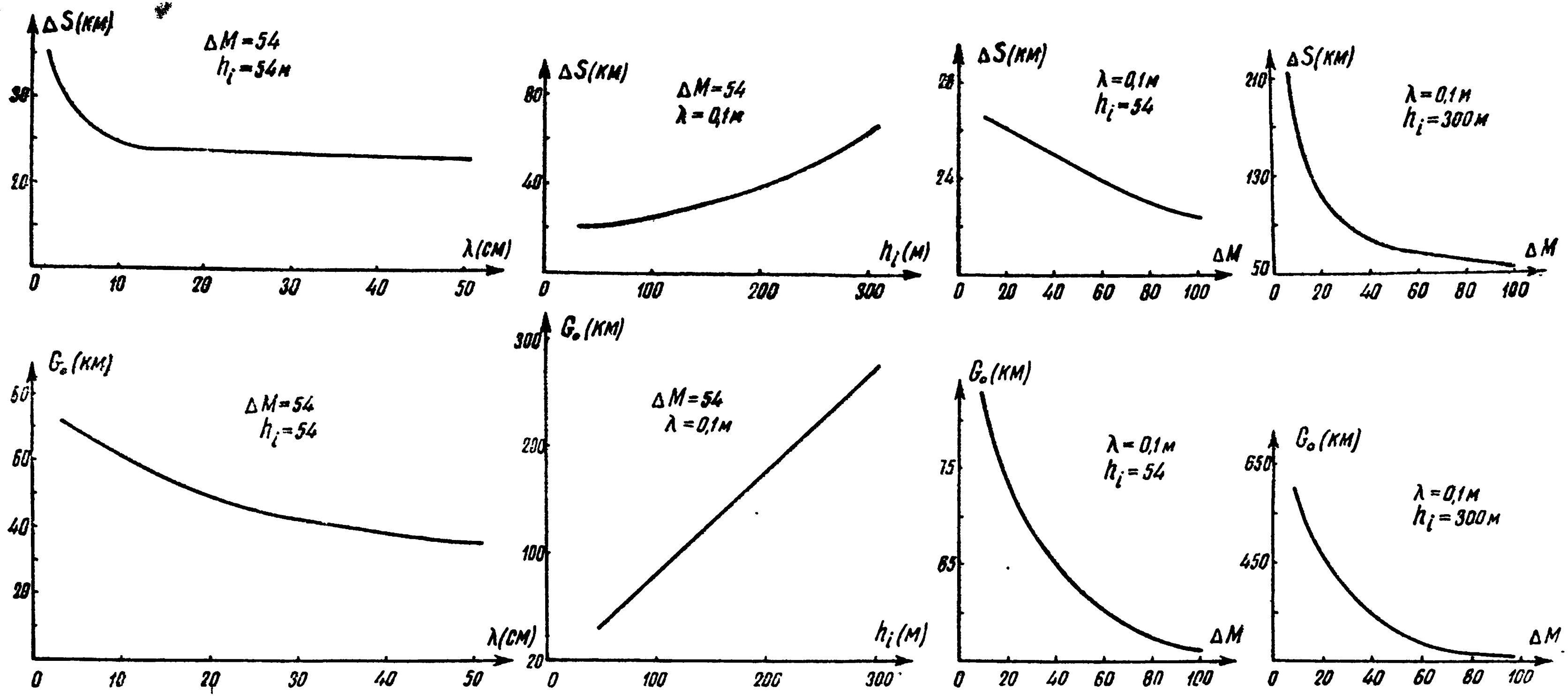


Рис. 5. Расстояние G_0 от точки касания земли плоской волной до радиогоризонта и размер области ΔS, где существенны волновые поправки, в зависимости от ΔM, длины волны λ и высоты волновода h_i.

$$(\alpha_2-\alpha)^2=\left(\frac{2h_0-r_0^2/\rho_0}{2r_0}\right)^2+\frac{2h_0}{\rho_1}-\frac{2h_1}{\rho_1}-2\alpha\frac{r}{\rho_0}=0.$$

Из этого уравнения определим α:

$$\alpha=\frac{h_0}{r_0}+\frac{1}{2}\frac{r_0}{\rho_0}-\sqrt{\frac{2h_1}{|\rho_1|}}. \tag{9}$$

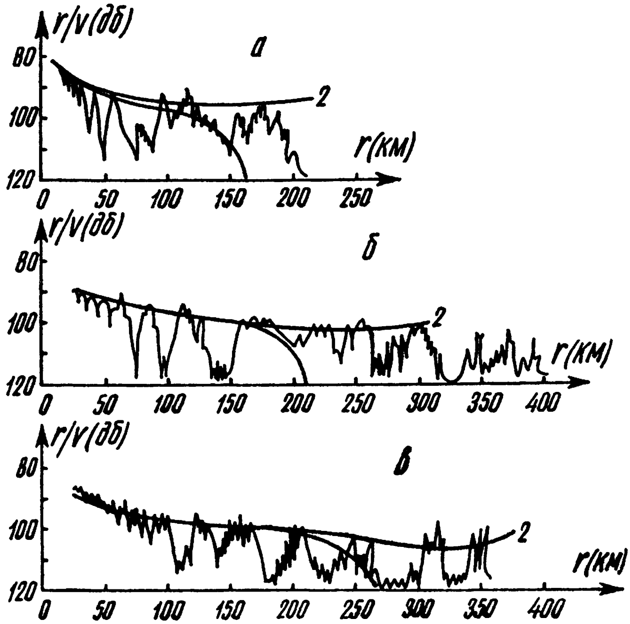


Рис. 6. Запись сигнала при наличии приподнятого волновода, расчетная огибающая для нормальной рефракции (кривая 1) и огибающая, вычисленная с учетом приподнятого волновода (кривая 2); а) H_z=1000 *м*, б) H_z=2000 *м*, в) H_z = 5000 *м*.

Пусть, например, инверсия находится на высоте h_0=500 *м* на расстоянии $r_0=70$ *км*, что, примерно, соответствует углу места, под которым виден первый лепесток. Если толщина слоя инверсии $h_1=100$ *м*, $\rho_0=8{,}5\ 10^6$ *м*, $|\rho_1|=5\cdot10^6$ *м*, то $\alpha=2\div0{,}0095$ *рад*. Таким образом, уже достаточно малый наклон слоя инверсии может привести к значительному ослаблению поля над этим слоем, т. е. к появлению „радиоям".

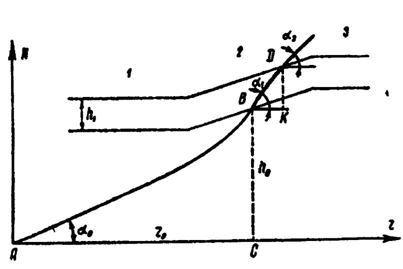


Рис. 7. Обозначения, принятые при анализе прохождения лучей через наклонный слой инверсии.

ЛИТЕРАТУРА

1. В. А. Фок, Радиотехника и электроника, 1, 560 (1956).
2. В. А. Фок, Л. А. Вайнштейн, М. Г. Белкина, Радиотехника и электроника, 1, 575 (1956).

Институт радиофизики и электроники АН УССР

Поступила в редакцию 11 мая 1959 г.