ЛИТЕРАТУРА

1. M. Chodorow, E. L. Ginzton, Rev. Sc. Instr., **26**, 135 (1955).
2. Г. Н. Рапопорт, Радиотехника, 8, 3, 36 (1953).
3. Техника сверхвысоких частот, 1, пер. с англ., изд. Сов. радио, М., 1952.
4 Измерения на свервысоких частотах, пер. с англ., Сов радио, М., 1952.

Физико-технический институт АН УССР

Поступила в редакцию
21 апреля 1959 г.

ЭНЕРГООБМЕН ПРИ ДИСКРЕТНОМ ВЗАИМОДЕЙСТВИИ ЭЛЕКТРОНОВ С БЕГУЩЕЙ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ ВОЛНОЙ

В. Н. Шевчик, Л. Д. Покровский

Анализ энергообмена между электронами и электромагнитной волной, распространяющейся в периодической структуре, может проводиться путем рассмотрения дискретного взаимодействия электронного потока с последовательностью высокочастотных полей, разделенных промежутками, свободными от поля [1]. Такое рассмотрение является одним из возможных способов описания электроники систем с бегущими волнами и отличается известной общностью.

В работе [1] проведен анализ каскадного взаимодействия электронов и волны постоянной амплитуды в предположении малых углов пролета через области взаимодействия. В настоящей статье этот анализ развивается на случай, когда соотношение между протяженностью высокочастотного промежутка и длиной пространства, разделяющего соседние зазоры, может быть произвольным.

Схема, в рамках которой производится анализ взаимодействия электронного потока и бегущей электромагнитной волны, представляет систему из высокочастотных промежутков (зазоров) протяженности d, разделенных свободным от поля пространством длины l. Период системы, отсчитываемый от начала предыдущего до начала последующего зазора, равен $d + l$. Указанная система пронизывается электронным пучком, причем на входе в первый зазор электроны имеют начальную скорость v_0 и создают ток I_0. Будем полагать, что момент t_k соответствует времени входа электрона в k-ый зазор, а момент t'_k — времени выхода из него.

Считаются справедливыми следующие упрощающие предположения: 1) электромагнитная волна, распространяющаяся в области связи (вне зазоров), возбуждает в них стоячие электромагнитные поля, амплитуда которых одинакова во всех зазорах; 2) амплитуды высокочастотных полей в зазорах малы; 3) при подсчете действия высокочастотного электрического поля на электронный поток обратное влияние луча на поле системы выражается лишь через энергетическое взаимодействие; изменение распределения электромагнитного поля в системе вследствие этого взаимодействия не рассматривается (приближение заданного поля) [2].

Интегрируя при указанных предположениях уравнения движения электрона в полях последовательных зазоров, получим выражение для скорости электрона в точке x k-го зазора:

$$v_{kx} = v_0 \left\{1 - j\mu\, e^{j\omega t_1} \left[\sum_{p=1}^{k-1} \left(e^{j\varphi_{pd}} - 1\right) e^{j(p-1)\Phi_0} + e^{j(k-1)\Phi_0} \left(e^{j\varphi_{kx}} - 1\right)\right]\right\}, \tag{1}$$

где p — индекс суммирования, $\mu = \xi/2\varphi_{0d}$; $\xi = V_1/V_0$ (V_0 — ускоряющий потенциал, V_1 — амплитуда высокочастотного напряжения), $\varphi_{kx} = \omega x/v_{kx}$, $\Phi_0 = \omega (d + l)\rho/v_0$ ($\rho = 1 - v_0/v_ф$; $v_ф$ — фазовая скорость).

Вычислив аналогично значение текущей координаты электрона в k-ом зазоре x_k и полагая $\omega(t - t_k) = \varphi_{kx}$; $\omega x_k/v_0 - (k-1)\,p\,\omega/v_0 = \varphi_{0kx}$, получим выражение для возмущенного угла пролета:

$$\varphi_{kx} = \varphi_{0kx} + \mu\, e^{j\omega t_1} \left\{ j\varphi_{kx} \sum_{p=1}^{k-1} \left(e^{j\varphi_{pd}} - 1\right) e^{j(p\ 1)\Phi_0} + e^{j(k-1)\Phi_0} \left(e^{j\varphi_{kx}} - 1 - j\varphi_{kx}\right)\right\}. \tag{2}$$

Используя предположение о малости сигнала ($\mu \ll 1$), преобразуем (1) и (2) к виду:

$$v_{kx} = v_0 \left\{ 1 - j\mu\, e^{j\omega t_1} \left[(e^{j\varphi_{0d}} - 1) \sum_{p=1}^{k-1} e^{j(p-1)\Phi_0} + e^{j(k-1)\Phi_0} (e^{j\varphi_{0x}} - 1) \right] \right\}; \quad (1a)$$

$$\varphi_{kx} = \varphi_{0x} + \mu\, e^{j\omega t_1} \left\{ j\varphi_{0x} (e^{j\varphi_{0d}} - 1) \sum_{p-1}^{k-1} e^{j(p-1)\Phi_0} + e^{j(k-1)\Phi_0} (e^{j\varphi_{0x}} - 1 - j\varphi_{0x}) \right\}. \quad (2a)$$

Определив скорость электрона в момент его вылета из $(k-1)$-го зазора, найдем угол пролета в пространстве между $(k-1)$-ым и k-ым высокочастотными промежутками:

$$\Theta_{k-1} = \omega (t_k - t'_{k-1}) = \omega\, l / v_{k-1} (t = t'_{k-1}) = \Theta_0 + j\mu\Theta_0 (e^{j\varphi_{0d}} - 1) e^{j\omega t_1} \sum_{p=1}^{k-1} e^{j(p-1)\Phi_0}, \quad (3)$$

где $\Theta_0 = \omega\, l/v_0$. Суммируя (2a) и (3) по всем зазорам и пространствам дрейфа, получим выражение для полного угла пролета электрона через всю систему:

$$\omega t - \omega t_1 = (k-1)(\varphi_0 + \Theta_0) + \varphi_{0x} + j\mu\Theta_0 e^{j\omega t_1} (e^{j\varphi_{0d}} - 1) \sum_{n=2}^{k} \sum_{p=2}^{n} e^{j(p-2)\Phi_0} +$$

$$+ \mu\, e^{j\omega t_1} \left\{ j\varphi_{0d} (e^{j\varphi_{0d}} - 1) \sum_{n=0}^{k-2} \sum_{p=1}^{n} e^{j(p-1)\Phi_0} + j\varphi_{0x} (e^{j\varphi_{0d}} - 1) \sum_{p=1}^{k-1} e^{j(p-1)\Phi_0} + \right. \quad (4)$$

$$\left. + (e^{j\varphi_{0d}} - 1 - j\varphi_{0d}) \sum_{n=0}^{k-2} e^{jn\Phi_0} + (e^{j\varphi_{0x}} - 1 - j\varphi_{0x})\, e^{j(k-1)\Phi_0} \right\}.$$

Используя (4) и предположение $\mu \ll 1$, из закона сохранения заряда найдем сгруппированный ток:

$$i_k = I_0 + \mu I_0 e^{j\omega t_1} \left\{ -j \left[j\varphi_{0d} (e^{j\varphi_{0d}} - 1) \sum_{n=0}^{k-2} \sum_{p=1}^{n} e^{j(p-1)\Phi_0} + \right. \right.$$

$$+ j\varphi_{0x} (e^{j\varphi_{0d}} - 1) \sum_{p=1}^{k-1} e^{j(p-1)\Phi_0} + (e^{j\varphi_{0d}} - 1 - j\varphi_{0d}) \sum_{n=0}^{k-2} e^{jn\Phi_0} + \quad (5)$$

$$\left. \left. + (e^{j\varphi_{0x}} - 1 - j\varphi_{0x})\, e^{j(k-1)\Phi_0} \right] + \Theta_0 (e^{j\varphi_{0d}} - 1) \sum_{n=2}^{k} \sum_{p=2}^{n} e^{j(p-2)\Phi_0} \right\}.$$

Выделяя из (5) переменную составляющую тока $\tilde{i}_k$, вычислим мощность взаимодействия сгруппированного тока и высокочастотного поля в k-ом промежутке, которая определяется интегралом

$$\overline{P} = \frac{1}{2} \int_0^d \tilde{i}_k E_k^* dx,$$

где $E'_k = (V_1/d)\, e^{-j[\omega t_1 + (k-1)\Phi_0 + \varphi_{0x}]}$.

Используя (5), после интегрирования и суммирования рядов получим

$$\overline{P_k} = \mu^2 I_0 V_0 \left\{ j\varphi_0 (2 - e^{j\varphi_0} - e^{-j\varphi_0}) \frac{1 - (k-1)\, e^{-j(k-2)\Phi_0} + (k-2)\, e^{-j(k-1)\Phi_0}}{(e^{j\Phi_0} - 1)^2} + \right.$$

$$+ 2 \left[2 - e^{j\varphi_0} - e^{-j\varphi_0} + j\varphi_0 (1 - e^{-j\varphi_0}) \right] \frac{1 - e^{j(k-1)\Phi_0}}{e^{j\Phi_0} - 1} + 2 - j\varphi_0 - 2e^{-j\varphi_0} - j\varphi_0 e^{-j\varphi_0} + \quad (6)$$

$$\left. + j\Theta_0 (2 - e^{j\varphi_0} - e^{-j\varphi_0}) \frac{e^{j\Phi_0} - ke^{-j(k-2)\Phi_0} + (k-1)\, e^{-j(k-1)\Phi_0}}{(e^{j\Phi_0} - 1)^2} \right\}.$$

Суммируя (6) по всем зазорам, после разделения действительной и мнимой частей для активной $\overline{P}_a$ и реактивной $\overline{P}_r$ компонент мощности взаимодействия найдем:

$$\overline{P}_a = \frac{1}{8} I_0 V_0 \xi^2 M^2 \left\{ \frac{(\varphi_0 + \Theta_0)}{(1 - \cos\Phi_0)^2} \left[\sin\Phi_0 (1 - \cos m\Phi_0) - m(1 - \cos\Phi_0)\sin m\Phi_0\right] + \right.$$
$$\left. + \frac{2(1 - \cos\varphi_0) - \varphi_0 \sin\varphi_0}{1 - \cos\varphi_0} \frac{1 - \cos m\Phi_0}{1 - \cos\Phi_0} \right\}; \tag{7}$$

$$\overline{P}_r = \frac{1}{8} I_0 V_0 \xi^2 M^2 \left\{ \frac{(\varphi_0 + \Theta_0)}{(1 - \cos\Phi_0)^2} \left[\sin\Phi_0 \sin m\Phi_0 - m(1 - \cos\Phi_0)(1 + \cos m\Phi_0)\right] + \right.$$
$$\left. + \frac{2(1 - \cos\varphi_0) - \varphi_0 \sin\varphi_0}{1 - \cos\varphi_0} \frac{\sin m\Phi_0 - m\sin\Phi_0}{1 - \cos\Phi_0} + m\frac{2\sin\varphi_0 - \varphi_0(1 + \cos\varphi_0)}{1 - \cos\varphi_0} \right\}, \tag{8}$$

где $M = \sin(\varphi_0/2)/(\varphi_0/2)$.

Соотношения (7) и (8) обладают известной общностью. Из них следуют формулы, соответствующие отдельным частным случаям, рассмотренным ранее. Так, при условии $m = 1$ из (7) и (8) находим мощность взаимодействия электронов с высокочастотным полем диода-монотрона [3]. Полагая $m = 2$; $\rho = 1 - v_0/v_ф \simeq 1$ и $\varphi_0 = 0$, получаем выражение, описывающее работу двухрезонаторного клистрона в линейном приближении.

При $\varphi_0 = 0$ соотношения (7) и (8) описывают систему с бесконечно узкими высокочастотными промежутками [1]. Частным случаем рассмотренного дискретного взаимодействия с бегущей волной является непрерывное взаимодействие электронов с волной постоянной амплитуды [4-7]. Соответствующий предельный переход осуществляется при условии

$$m \to \infty, \quad (d + l) \to 0, \quad \left(m - \frac{l}{d + l}\right)(d + l) = L.$$

Предельный переход может быть осуществлен также при конечной величине периода $d + l$ путем увеличения числа ячеек до бесконечности (сохраняя постоянным угол пролета через систему).

Формула (7) исследована графически. Рассмотрим зависимость высокочастотной мощности от полного относительного угла пролета при изменении некоторых параметров.

Рис. 1 иллюстрирует зависимость активной составляющей мощности от относи-

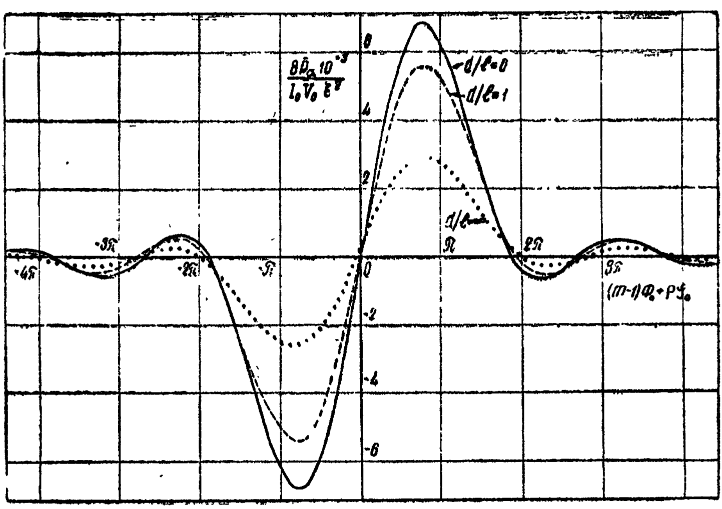

Рис. 1.

тельного угла пролета через систему $m\Phi_0 - \rho\Theta_0$ при различных значениях отношения протяженности высокочастотного зазора к длине пространства дрейфа ($d/l = 0$; 1; ∞); при этом число зазоров m и период $d + l$ были фиксированными ($m = 20$, $d + l = p$, где $p = \pi v_0/\omega$). Из графиков рис. 1 видно, что величина высокочастотной мощности с увеличением d/l уменьшается. Это объясняется тем, что при постоянном периоде зависимость мощности от d/l характеризуется тем, что она пропорциональна величине $M^2 = [\sin(\varphi_0/2)/(\varphi_0/2)]^2$. Величина же M при увеличении d падает.

При изменении периода системы $d + l$ качественно картина зависимости мощности от относительного угла пролета сохраняется, но меняется количественное соотношение между кривыми, что также объясняется указанной зависимостью от M^2.

Сравнительный анализ систем с различным числом зазоров затруднен, так как при изменении m меняется и ряд других параметров. Если же менять только m, сохраняя постоянными величины $d + l$ и d/l, то это приводит лишь к изменению длины системы, а поэтому к очевидному изменению мощности (увеличению $\overline{P_a}$ с увеличением m примерно по кубическому закону).

Чтобы поставить схемы с различным числом ячеек в одинаковые условия, будем полагать длину системы постоянной и считать, что напряженность электрического поля бегущей волны E в области связи остается одинаковой (используя соотношение $MV_1 = E(d + l)$ [8]). Положим, кроме того, $d/l = 1$ и $m = 5$; 20; 50 ($L = \text{const}$). Рассмотренный случай представлен графически на рис. 2. Из поведения графиков рис. 2 следует, что с увеличением m величина высокочастотной мощности уменьшается, аналогично тому, как это имеет место в случае бесконечно узких высокочастотных зазоров [1].

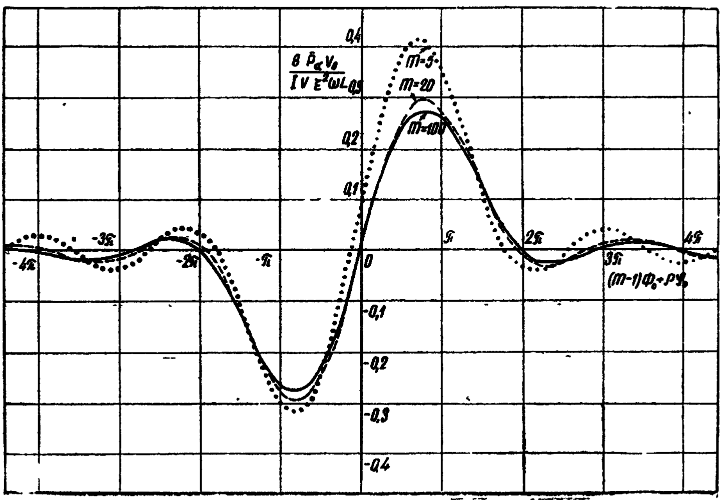

Рис. 2.

ЛИТЕРАТУРА

1. В. Н. Шевчик, Ю. Д. Жарков, Радиотехника и электроника, 2, 237 (1957).
2. В. М. Лопухин, Возбуждение электромагнитных колебаний и волн, ГИТТЛ. М., 1953.
3. С. Д. Гвоздовер, В. М. Лопухин, ЖЭТФ, 16, 528 (1946).
4. В. Н. Шевчик, Радиотехника и электроника, 2, 104 (1957).
5. В. Н. Шевчик, Доклад на конференции Радиосовета АН СССР, апрель, 1955.
6. С. Д. Гвоздовер, Исследование метода усиления электромагнитных колебаний с помощью трубки бегущей волны, отчет, физфак МГУ, 1946.
7. В. М. Лопухин, Диссертация, МГУ, 1947.
8. Лампа с бегущей волной, изд. Сов. радио, М., 1952.

Саратовский государственный университет

Поступила в редакцию
3 ноября 1958 г.,
после переработки —
20 сентября 1959 г.