ЛИТЕРАТУРА

1. Б. Н. Гершман, ЖЭТФ, **24**, 659 (1953).
2. Б. Н. Гершман, В. Л. Гинзбург и Н. Г. Денисов, УФН, **61**, 561 (1957).
3. А. Г Ситенко и К. Н. Степанов, ЖЭТФ, **31**, 642 (1956).
4. Б. Н. Гершман, ЖЭТФ, **37**, 695 (1959).

Научно-исследовательский радиофизический институт при Горьковском университете

Поступила в редакцию 12 ноября 1959 г.

О НАРАСТАНИИ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ В ДИСПЕРГИРУЮЩЕЙ СРЕДЕ, ДВИЖУЩЕЙСЯ В СРЕДЕ БЕЗ ДИСПЕРСИИ

В. О. Рапопорт

В последнее время в ряде работ [1—4] рассматривалась задача о нарастании электромагнитных волн в движущихся взаимно-проникающих средах. Для случая, когда движущейся средой является электронный газ или плазма, в [2] найдены коэффициенты нарастания (затухания) электромагнитных волн. В настоящей заметке рассматривается задача о неустойчивости среды, состоящей из молекул— квазиупругих диполей— и движущейся в недиспергирующей среде. Для нахождения коэффициентов нарастания (затухания) электромагнитных волн используется дисперсионное уравнение, полученное в [2]. Решая его относительно частоты ω при действительных волновых числах k, можно найти коэффициенты нарастания плоских электромагнитных волн во времени.

Для системы двух сред, одна из которых неподвижна в лабораторной системе координат и имеет тензор диэлектрической проницаемости ε_{ij}, а вторая движется вдоль оси x с постоянной скоростью v и имеет тензор диэлектрической проницаемости ε'_{ij}, дисперсионное уравнение можно записать в виде [2]:

$$\left(\varepsilon_{11} + \varepsilon'_{11} - 1\right)\left[\left(\varepsilon_{22} + \varepsilon_{22}\gamma^2 - n^2\cos^2\vartheta\right)\left(\varepsilon_{33} + \overset{*}{\varepsilon}_{33}\gamma^2 - n^2\right) + \left(\varepsilon_{23} + \varepsilon_{23}\gamma^2\right)^2\right] -$$
$$- n^2\sin^2\vartheta\left[\left(\varepsilon_{22} + \overset{*}{\varepsilon}_{22} - \beta^2\varepsilon_{22}\overset{*}{\varepsilon}_{22}\right)\left(\varepsilon_{33} + \overset{*}{\varepsilon}_{33}\gamma^2 - n^2\right) + \left(\varepsilon_{23} + \overset{*}{\varepsilon}_{23}\gamma\right)^2 - \tag{1}$$
$$- \beta^2\left(\overset{*}{\varepsilon}_{22}\varepsilon_{23}^2 + \varepsilon_{22}\overset{*}{\varepsilon}{}_{23}^2\gamma^2\right)\right] = 0,$$

где приняты обозначения:

$$\overset{*}{\varepsilon}_{ii} = \left(\varepsilon'_{ii} - 1\right)\left(1 - \beta^2\right)^{-1};\ \varepsilon_{12} = \varepsilon_{13} = \varepsilon'_{12} = \varepsilon'_{13} = 0;$$

$$\overset{*}{\varepsilon}_{23} = \frac{\varepsilon'_{23}}{1-\beta^2};\quad \gamma = 1 - n\beta\cos\vartheta;\quad \beta = v/c.$$

При этом вектор волновой нормали лежит в плоскости xy и составляет угол ϑ с осью x.

Если неподвижной средой является недиспергирующая среда с диэлектрической проницаемостью ε, а движущаяся среда состоит из квазиупругих диполей и имеет диэлектрическую проницаемость [5]

$$\bar{\varepsilon} = 1 + \frac{\omega_0^2}{\omega_1'^2 - \omega'^2},$$

где $\omega_0 = (4\pi e^2N/m)^{1/2}$, ω_1' — резонансная частота диполей, ω' — частота электромагнитной волны в системе отсчета, связанной со средой*, то дисперсионное уравнение распадается на два уравнения, которые после несложных преобразований приводятся к виду:

---

* Частота ω' связана с частотой ω в неподвижной системе отсчета преобразованием Допплера $\omega' = \omega(1 - n\beta\cos\vartheta)(1 - \beta^2)^{-1/2}$. Поэтому

$$\varepsilon' = \omega_0^2(1 - \beta^2)\left[\omega_1'^2(1 - \beta^2) - \omega^2(1 - n\beta\cos\vartheta)^2\right]^{-1}.$$

$$\varepsilon(\varepsilon - n^2) + \frac{\omega_0^2}{\omega_1^2 - (\omega - \tilde{\omega})^2}\left[(1-\beta^2)(\varepsilon - n^2) + \varepsilon\gamma^2 + (\varepsilon - 1)\frac{\tilde{\omega}^2}{\omega^2}\operatorname{tg}^2\vartheta\right] + \frac{\omega_0^4(1-\beta^2)\gamma^2}{\left[\omega_1^2 - (\omega - \tilde{\omega})^2\right]^2} = 0; \tag{2}$$

$$\varepsilon - n^2 + \frac{\omega_0^2}{\omega_1^2 - (\omega - \tilde{\omega})^2}\gamma^2 = 0, \tag{3}$$

где $\omega_1 = \omega_1' \sqrt{1-\beta^2}$, $\tilde{\omega} = kv\cos\vartheta$.

Уравнение (2) описывает распространение волны, вектор напряженности электрического поля которой расположен в плоскости xy, а уравнение (3) характеризует волну, вектор E которой параллелен оси z [1].

В дальнейшем предполагается, что движущаяся среда достаточно разрежена, так что $\omega_0 \ll \omega$, $\tilde{\omega}$, ω_1. Если члены дисперсионного уравнения, связанные с наличием разреженной движущейся среды, малы, уравнение можно решать методом последовательных приближений, полагая $n = \sqrt{\varepsilon} + \Delta n$. Опуская в (2) и (3) малые члены, содержащие $\omega_0^2\Delta n$, Δn^2, ω_0^4, для Δn получим уравнения

$$2\varepsilon^{3/2}\Delta n = -\frac{\omega_0^2}{\omega_1^2 - (\omega - \tilde{\omega})^2}\left[\varepsilon\gamma^2 + (\varepsilon - 1)\frac{\tilde{\omega}^2}{\omega^2}\operatorname{tg}^2\vartheta\right];$$

$$2\varepsilon^{1/2}\Delta n = \frac{\omega_0^2}{\omega_1^2 - (\omega - \tilde{\omega})^2}\gamma^2.$$

Эти уравнения имеют вид $\Delta n = \omega_0^2 A$, где A не зависит от ω_0. Поскольку поправка к показателю преломления Δn — величина действительная, нарастание электромагнитных волн в этом случае отсутствует.

Найденное решение несправедливо, очевидно, при условии $\omega_1^2 - (\omega - \tilde{\omega})^2 \to 0$. Если $\omega_1^2 - (\omega - \tilde{\omega})^2 \to 0$, то возможны два случая: случай сильных возмущений, который характеризуется тем, что при $\omega_0 \to 0$ n не стремится к $\sqrt{\varepsilon}$, и случай слабых возмущений, характеризуемый тем, что $n \to \sqrt{\varepsilon}$ при $\omega_0 \to 0$ (см. в этой связи [2]).

Случай сильных возмущений. Полагая $\omega_1 \pm (\omega - \tilde{\omega}) = \xi$ ($\xi \ll \omega$, $\tilde{\omega}$, ω_1) и пренебрегая в (2) и (3) членами порядка ξ по сравнению с членами порядка ω, $\tilde{\omega}$, ω_1, получим дисперсионные уравнения

$$\xi^2\varepsilon(\varepsilon - n^2) + \frac{\omega_0^2}{\omega_1 \mp (\omega - \tilde{\omega})}\left[(1-\beta^2)(\varepsilon - n^2) + \varepsilon\gamma^2 + (\varepsilon - 1)\frac{\tilde{\omega}^2}{\omega^2}\operatorname{tg}^2\vartheta\right]\xi + \frac{\omega_0^4(1-\beta^2)\gamma^2}{[\omega_1 \mp (\omega - \tilde{\omega})]^2} = 0;$$

$$\xi(\varepsilon - n^2) + \frac{\omega_0^2}{\omega_1 \mp (\omega - \tilde{\omega})}\gamma^2 = 0.$$

Решения этих уравнений порядка ω_0^2 относительно ξ. Как будет показано ниже, поправки к частоте для слабых возмущений получаются порядка ω_0, т. е. значительно больше, чем в данном случае, и поэтому поправки порядка ω_0^2 мы не будем принимать во внимание.

Случай слабых возмущений. Предыдущее решение несправедливо при $\varepsilon - n^2 \to 0$, т. е. при условии $\varepsilon\beta^2\cos^2\vartheta = \tilde{\omega}^2(\tilde{\omega} \mp \omega_1)^{-2}$. Если $\varepsilon\beta^2\cos^2\vartheta$ определяется только что написанным условием, то $\varepsilon - n^2 = 2\varepsilon\xi(\tilde{\omega} \mp \omega_1)^{-1}$. Пренебрегая $\varepsilon - n^2$ по сравнению с ε, а также ξ по сравнению с $\omega, \tilde{\omega}, \omega_1$, получим дисперсионные уравнения

$$-2\varepsilon^2 \frac{\xi^3}{\tilde{\omega} + \omega_1} + \frac{\omega_0^2}{2\omega_1}\left[\varepsilon\gamma^2 + (\varepsilon - 1)\frac{\tilde{\omega}^2}{\omega^2}\operatorname{tg}^2\vartheta\right]\xi + \frac{\omega_0^4(1-\beta^2)\gamma^2}{4\omega_1^2} = 0, \tag{4}$$

$$-2\varepsilon \frac{\xi^2}{\tilde{\omega} + \omega_1} + \frac{\omega_0^2}{2\omega_1}\gamma^2 = 0 \tag{5}$$

при $\xi = \omega_1 - (\omega - \tilde{\omega})$ и

$$2\varepsilon^2 \frac{\xi^3}{\tilde{\omega} - \omega_1} + \frac{\omega_0^2}{2\omega_1}\left[\varepsilon\gamma^2 + (\varepsilon - 1)\frac{\tilde{\omega}^2}{\omega^2}\operatorname{tg}^2\vartheta\right]\xi + \frac{\omega_0^4(1-\beta^2)\gamma^2}{4\omega_1^2} = 0, \tag{6}$$

$$2\varepsilon \frac{\xi^2}{\tilde{\omega} - \omega_1} + \frac{\omega_0^2}{2\omega_1}\gamma^2 = 0 \tag{7}$$

при $\xi = \omega_1 + (\omega - \tilde{\omega})$.

Решение уравнений (4), (5) относительно ξ *:

$$\xi = \pm \frac{\omega_0}{2\varepsilon}\sqrt{\frac{\varepsilon\omega_1^2 + (\varepsilon - 1)\tilde{\omega}^2\operatorname{tg}^2\vartheta}{\omega_1(\tilde{\omega} + \omega_1)}}; \tag{8}$$

$$\xi = \pm \frac{\omega_0}{2}\sqrt{\frac{\omega_1}{\varepsilon(\tilde{\omega} + \omega_1)}}. \tag{9}$$

Поскольку ξ в данном случае—величина действительная, нарастающие решения отсутствуют.

Решение уравнений (6), (7) относительно ξ:

$$\xi = \pm \frac{\omega_0}{2\varepsilon}\sqrt{\frac{\varepsilon\omega_1^2 + (\varepsilon - 1)\tilde{\omega}^2\operatorname{tg}^2\vartheta}{\omega_1(\omega_1 - \tilde{\omega})}}; \tag{10}$$

$$\xi = \pm \frac{\omega_0}{2}\sqrt{\frac{\omega_1}{\varepsilon(\omega_1 - \tilde{\omega})}}. \tag{11}$$

При условии $\tilde{\omega} > \omega_1$ существуют нарастающие решения, характеризуемые коэффициентами нарастания (10), (11). Нарастающие решения возможны при условии $n\beta\cos\vartheta > 1$, т. е. в том случае, когда проекция скорости движения среды на направление волновой нормали больше фазовой скорости распространения волны, что согласуется с результатами работы [3].

Автор признателен Г. Г. Гетманцеву за обсуждение полученных результатов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Г. Г. Гетманцев, ЖЭТФ, **37**, 843 (1959).
2. Г. Г. Гетманцев, В. О. Рапопорт, ЖЭТФ (в печати).
3. В. В. Железняков, Изв. высш. уч. зав.—Радиофизика, **2**, 14 (1959).
4. Я. Б. Файнберг, В. С. Ткалич, ЖТФ, **29**, 491 (1959).
5. Р. Беккер. Электронная теория; ОНТИ, М.-Л., 1936.

Научно-исследовательский радиофизический институт
при Горьковском университете

Поступила в редакцию
21 ноября 1959 г.

* Третий корень уравнений (4), (6) опущен ввиду его малости по сравнению с (8), (10).