ИЗВЕСТИЯ ВЫСШИХ УЧЕБНЫХ ЗАВЕДЕНИЙ

Том III, № 1 РАДИОФИЗИКА 1960

КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ И ПИСЬМА В РЕДАКЦИЮ

О ГРУППОВОЙ СКОРОСТИ ПЛАЗМЕННЫХ ВОЛН ПРИ НАЛИЧИИ МАГНИТНОГО ПОЛЯ

Б. Н. Гершман

В данной заметке будет найдена величина и направление групповой скорости плазменных волн, распространяющихся в однородной плазме в присутствии постоянного магнитного поля H_0. Мы укажем на некоторые особенности, которые отличают распространение группы плазменных волн от случая обыкновенных или необыкновенных волн.

В работе [1] (см. также [2, 3]) было получено следующее выражение для квадрата показателя преломления плазменной волны:

$$n^2 = \frac{1 - u - v + uv \cos^2 \alpha}{\beta^2 v R}, \tag{1}$$

где $u = \omega_H^2/\omega^2$, $v = \omega_0^2/\omega^2$ ($\omega_H = e H_0/mc$ — гирочастота электронов, $\omega_0 = \sqrt{4\pi e^2 N/m}$ — плазменная частота, e и m — заряд и масса электрона), N — концентрация электронов, $\beta^2 = \varkappa T/mc^2$ — квадрат отношения средней тепловой скорости к скорости света c, α — угол между направлением распространения фазового фронта, определяемого волновым вектором $\boldsymbol{k}$, и полем H_0. Для коэффициента R в (1) имеем:

$$R = \frac{3 \sin^4 \alpha}{1 - 4u} + \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha \left[1 + \frac{5 - u}{(1 - u)^2} \right] + 3 (1 - u) \cos^4 \alpha. \tag{2}$$

Далее рассматривается только тот случай, когда в (1) $n^2 > 0$ и распространение не является запрещенным.

Соотношение (1) справедливо при некоторых ограничениях, которые указаны в [1, 2]. Здесь для нас особенно существенно выполнение условия

$$| 1 - u - v + uv \cos^2 \alpha | \ll 1. \tag{3}$$

При нарушении этого неравенства плазменные волны должны интенсивно затухать [3, 4], и понятие групповой скорости для них вообще становится неприменимым.

В анизотропной среде без поглощения групповая скорость определяется известным соотношением

$$\boldsymbol{V}_{\text{гр}} = \partial \omega / \partial \boldsymbol{k} \tag{4}$$

Найдем компоненты вектора $\boldsymbol{V}_{\text{гр}}$, считая, что поле $\boldsymbol{H}_0$ направлено по оси z, а волновой вектор $\boldsymbol{k}$ ($k \sin \alpha, 0, k \cos \alpha$) лежит в плоскости xz. Полагая $c^2 k^2 / \omega^2 = n^2$ и используя формулы (1), (2) и (4), получаем:

$$\begin{gathered} V_{\text{гр}, x} = \frac{\partial \omega}{\partial k_x} = \frac{\omega}{k} \sin \alpha \frac{\{ v \beta^2 n^2 [R + (k^2/2k_x) (\partial R / \partial k_x)] + u v \cos^2 \alpha \}}{2 - u - v - (\beta^2 n^2 v \omega/2) \partial R / \partial \omega}; \\ V_{\text{гр}, y} = 0; \\ V_{\text{гр}, z} = \frac{\partial \omega}{\partial k_z} = \frac{\omega}{k} \cos \alpha \frac{\{ v \beta^2 n^2 [R + (k^2/2k_z) (\partial R / \partial k_z)] - u v \sin^2 \alpha \}}{2 - u - v - (\beta^2 n^2 v \omega/2) \partial R / \partial \omega}. \end{gathered} \tag{5}$$

В приведенных формулах возможны некоторые пренебрежения. Учитывая условие (3), можно показать, что в знаменателях величина $| 2 - v - u |$ всегда превосходит слагаемое с $\partial R / \partial \omega$. Для выражений, стоящих в числителях в квадратных скобках, можно при учете (1), (3), как правило, утверждать, что члены с $v \beta^2 n^2$ значительно меньше слагаемых $u v \cos^2 \alpha$ или $u v \sin^2 \alpha$. Исключение составляют лишь случаи, когда $\sin \alpha \ll 1$ или $\cos \alpha \ll 1$. Более детальный анализ показывает, что и в этих особых случаях можно пренебречь слагаемыми $(k^2/2k_x)\, \partial R/\partial k_x$ и $(k^2/2k_z)\, \partial R/\partial k_z$ по сравнению с R. В итоге в первом приближении можно при любых значениях угла α пользоваться соотношениями

$$\frac{\partial \omega}{\partial k_x} = \frac{\omega}{k} \sin\alpha \, \frac{1-u-v+2uv\cos^2\alpha}{2-v-u}\,; \quad \frac{\partial \omega}{\partial k_y} = 0\,;$$
$$\frac{\partial\omega}{\partial k_z} = \frac{\omega}{k}\cos\alpha\,\frac{1-u-v+uv\cos 2\alpha}{2-v-u}. \tag{6}$$

Из этих формул следует, что проекция групповой скорости на направление волнового вектора

$$\frac{\partial\omega}{\partial k} = \frac{\boldsymbol{k}}{k}\frac{\partial\omega}{\partial \boldsymbol{k}} = \frac{\omega}{k}\,\frac{(1-u-v+uv\cos^2\alpha)}{2-u-v}. \tag{7}$$

Формула (7) может быть получена также и из соотношения (1) посредством дифференцирования по переменной k (значения угла α при этом нужно считать фиксированными).

Из соотношений (5) для абсолютного значения групповой скорости имеем:

$$V_{\text{гр}} = \frac{\omega}{k}\left|\frac{1-u-v+uv\cos^2\alpha}{2-u-v}\sqrt{1+\left(\frac{uv\sin\alpha\cos\alpha}{1-u-v+uv\cos^2\alpha}\right)^2}\right|. \tag{8}$$

Угол φ между направлениями групповой и фазовой скоростей (т. е. между направлениями $V_{\text{гр}}$ и $\boldsymbol{k}$) определяется из формулы:

$$\cos\varphi = \frac{1}{\left|\sqrt{1+[(uv\sin\alpha\cos\alpha)/(1-u-v+uv\cos^2\alpha)]^2}\right|}\,\operatorname{sgn}\frac{1-u-v+uv\cos^2\alpha}{2-v-u}. \tag{9}$$

Если учесть, что при условии (3) $2-v-u \simeq (1-u)\,[1+(uv\sin^2\alpha)/(1-u)^2]$, то легко видеть, что знак $\cos\varphi$ (9) совпадает со знаком отношения

$$a = \frac{1-u-v+uv\cos^2\alpha}{1-u}. \tag{10}$$

При определении положительности или отрицательности величины a следует иметь в виду, что значения параметра R (2) как при $u<1$, так и при $u>1$ для различных значений угла α могут быть, вообще говоря, и положительными, и отрицательными. В соответствии с (1) при $u<1$, $n^2>0$ и $R>0$ получаем, что $\cos\varphi>0$ $(a>0)$, а при $u<1$, $n^2>0$ и $R<0$ имеем $\cos\varphi<0$ $(a<0)$.

Таким образом, для плазменных волн возможны случаи, когда групповая скорость составляет с направлением фазовой скорости как острый угол ($\cos\varphi>0$), так и тупой угол ($\cos\varphi<0$). При $u>1$* в отличие от первого случая $\cos\varphi>0$, если $R<0$, и $\cos\varphi<0$, если $R>0$. Заметим, что в пренебрежении влиянием теплового движения электронов случай, когда $\cos\varphi<0$, никогда не осуществляется для обыкновенных и необыкновенных волн. Знак величины $\cos\varphi$ (9) можно установить и из формулы (7). Для необыкновенных и обыкновенных волн величина $\partial\omega/\partial k$ (7) всегда положительна, что не имеет места для плазменных волн.

Возможность существования отрицательных величин $\partial\omega/\partial k$ полезно иметь в виду при анализе вопросов поглощения плазменных волн (см., например, [3, 4]) При подобных расчетах следует помнить, что реальное убывание поля в поглощающей среде связано с направлением групповой скорости.

Укажем еще на одно следствие из формулы (9). При ограничении

$$|uv\cos\alpha\sin\alpha| \gg |1-u-v+uv\cos^2\alpha| \tag{11}$$

$|\cos\varphi| \ll 1$ $(\varphi\simeq\pi/2)$. При учете неравенства (3) легко установить, что условие (11) нарушается только для углов α, близких к $\alpha=0$ или $\alpha\simeq\pi/2$ (если $u \gg 1$ и $v \gg 1$). Таким образом, в большинстве случаев групповая скорость почти перпендикулярна к фазовой. Если выполнено условие, обратное (11) (например, при $\sin\alpha\ll 1$ или при $\cos\alpha\ll 1$), то фазовая и групповая скорости приблизительно параллельны или антипараллельны. При этом для распространения, близкого к продольному ($\alpha\simeq 0$), всегда имеет место параллельность, а при квазипоперечном распространении ($\alpha\simeq\pi/2$) возможна как параллельность, так и антипараллельность этих скоростей.

* Фактически при $u>1$ необходимо также считать, что $u\cos^2\alpha>1$, иначе распространение слабозатухающих плазменных волн оказалось бы невозможным [2].

ЛИТЕРАТУРА

1. Б. Н. Гершман, ЖЭТФ, **24**, 659 (1953).
2. Б. Н. Гершман, В. Л. Гинзбург и Н. Г. Денисов, УФН, **61**, 561 (1957).
3. А. Г Ситенко и К. Н. Степанов, ЖЭТФ, **31**, 642 (1956).
4. Б. Н. Гершман, ЖЭТФ, **37**, 695 (1959).

Научно-исследовательский радиофизический институт
при Горьковском университете

Поступила в редакцию
12 ноября 1959 г.

О НАРАСТАНИИ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ В ДИСПЕРГИРУЮЩЕЙ СРЕДЕ, ДВИЖУЩЕЙСЯ В СРЕДЕ БЕЗ ДИСПЕРСИИ

В. О. Рапопорт

В последнее время в ряде работ [1—4] рассматривалась задача о нарастании электромагнитных волн в движущихся взаимно-проникающих средах. Для случая, когда движущейся средой является электронный газ или плазма, в [2] найдены коэффициенты нарастания (затухания) электромагнитных волн. В настоящей заметке рассматривается задача о неустойчивости среды, состоящей из молекул— квазиупругих диполей— и движущейся в недиспергирующей среде. Для нахождения коэффициентов нарастания (затухания) электромагнитных волн используется дисперсионное уравнение, полученное в [2]. Решая его относительно частоты ω при действительных волновых числах k, можно найти коэффициенты нарастания плоских электромагнитных волн во времени.

Для системы двух сред, одна из которых неподвижна в лабораторной системе координат и имеет тензор диэлектрической проницаемости ε_{ij}, а вторая движется вдоль оси x с постоянной скоростью v и имеет тензор диэлектрической проницаемости ε'_{ij}, дисперсионное уравнение можно записать в виде [2]:

$$\left(\varepsilon_{11} + \varepsilon'_{11} - 1\right) \left[\left(\varepsilon_{22} + \varepsilon_{22}\gamma^2 - n^2\cos^2\vartheta\right)\left(\varepsilon_{33} + \overset{*}{\varepsilon}_{33}\gamma^2 - n^2\right) + \left(\varepsilon_{23} + \varepsilon_{23}\gamma^2\right)^2\right] -$$
$$- n^2\sin^2\vartheta \left[\left(\varepsilon_{22} + \overset{*}{\varepsilon}_{22} - \beta^2\varepsilon_{22}\overset{*}{\varepsilon}_{22}\right)\left(\varepsilon_{33} + \overset{*}{\varepsilon}_{33}\gamma^2 - n^2\right) + \left(\varepsilon_{23} + \overset{*}{\varepsilon}_{23}\gamma\right)^2 - \right. \qquad (1)$$
$$\left. - \beta^2\left(\overset{*}{\varepsilon}_{22}\varepsilon_{23}^2 + \varepsilon_{22}\overset{*}{\varepsilon}{}_{23}^2\gamma^2\right)\right] = 0,$$

где приняты обозначения:

$$\overset{*}{\varepsilon}_{ii} = \left(\varepsilon'_{ii} - 1\right)\left(1 - \beta^2\right)^{-1}; \quad \varepsilon_{12} = \varepsilon_{13} = \varepsilon'_{12} = \varepsilon'_{13} = 0;$$

$$\overset{*}{\varepsilon}_{23} = \frac{\varepsilon'_{23}}{1-\beta^2}; \quad \gamma = 1 - n\beta\cos\vartheta; \quad \beta = v/c.$$

При этом вектор волновой нормали лежит в плоскости xy и составляет угол ϑ с осью x.

Если неподвижной средой является недиспергирующая среда с диэлектрической проницаемостью ε, а движущаяся среда состоит из квазиупругих диполей и имеет диэлектрическую проницаемость [5]

$$\bar{\varepsilon} = 1 + \frac{\omega_0^2}{\omega_1'^2 - \omega'^2},$$

где $\omega_0 = (4\pi e^2 N/m)^{1/2}$, ω'_1 — резонансная частота диполей, ω' — частота электромагнитной волны в системе отсчета, связанной со средой*, то дисперсионное уравнение распадается на два уравнения, которые после несложных преобразований приводятся к виду:

---

* Частота ω' связана с частотой ω в неподвижной системе отсчета преобразованием Допплера $\omega' = \omega(1 - n\beta\cos\vartheta)(1 - \beta^2)^{-1/2}$. Поэтому

$$\varepsilon' = \omega_0^2(1 - \beta^2)\left[\omega_1'^2(1 - \beta^2) - \omega^2(1 - n\beta\cos\vartheta)^2\right]^{-1}.$$