

К ФЕНОМЕНОЛОГИЧЕСКОЙ ТЕОРИИ СВОБОДНОЙ ПРЕЦЕССИИ МАГНИТНЫХ МОМЕНТОВ АТОМНЫХ ЯДЕР¹

В. М. Рыжков, Г. В. Скроцкий, Ю. И. Алимов

Обсуждаются условия получения свободной прецессии вектора ядерной намагниченности образца по методу Паккарда—Вариана. Рассмотрено влияние неоднородности измеряемого поля на затухание сигнала свободной прецессии.

ВВЕДЕНИЕ

Явление свободной прецессии вектора ядерной намагниченности, предсказанное Блохом [1], было обнаружено экспериментально в земном магнитном поле Паккардом и Варианом [2]. В последнее время оно нашло себе применение в технике геомагнитных измерений [3–8] и начинает использоваться для исследования физических свойств и структуры вещества [9–10]. Теория этого явления приобретает в настоящее время практическое значение.

Сущность метода Паккарда—Вариана заключается в следующем. Образец вещества с большим временем релаксации (порядка секунды) намагничивается достаточно большим вспомогательным полем H_0 в направлении, перпендикулярном слабому измеряемому полю h_0 . При быстром выключении вспомогательного поля вектор намагниченности M не успевает изменить свою величину и ориентацию относительно поля h_0 и начинает прецессировать вокруг него с частотой $\omega_0 = \gamma h_0$. Коэффициент γ практически равен гиromагнитному отношению исследуемых ядер [11].

Для практически наиболее важного случая, когда переходные процессы, связанные с выключением вспомогательного поля, затухают за время, значительно меньшее времени релаксации системы ядерных спинов, движение вектора намагниченности в период протекания этих переходных процессов можно описывать уравнением:

$$\dot{M} = \gamma [MH]. \quad (1)$$

При этом пренебрегается несущественным в течение этого промежутка времени затуханием, обусловленным релаксационными процессами. После окончания переходных процессов, когда остается только слабое поле h_0 , т. е. имеет место свободная прецессия вектора намагниченности, будем считать справедливыми уравнения [12]:

$$\dot{M} = \gamma [MH] + i \frac{\chi_0 H_x - M_x}{T_\perp} + j \frac{\chi_0 H_y - M_y}{T_\perp} + k \frac{\chi_0 H_z - M_z}{T_\parallel}, \quad (2)$$

учитывающие релаксационные процессы в системе ядерных спинов. Здесь χ_0 — статическая ядерная магнитная восприимчивость образца, а T_\parallel и T_\perp — продольное и поперечное времена релаксации, характеризующие скорость установления равновесного состояния намагниченности M . Для жидкостей, обычно используемых в экспериментах по свободной прецессии в слабых магнитных полях, можно считать $T_\parallel = T_\perp = \tau$ [11]. В этом случае решение уравнения (2) для постоянного по величине и направлению поля H имеет вид:

$$\begin{aligned} \mathbf{M}(t) = \chi_0 \mathbf{H} + [\mathbf{H}(\mathbf{HM}(0)) \mathbf{H}^{-2} - \chi_0 \mathbf{H} + [\mathbf{M}(0) \mathbf{H}] \mathbf{H}^{-1} \sin(\bar{\omega} t) + \\ + [\mathbf{H}[\mathbf{M}(0) \mathbf{H}]] \mathbf{H}^{-2} \cos(\bar{\omega} t)] e^{-t/\tau}, \end{aligned} \quad (3)$$

где $\bar{\omega} = \gamma H$.

Такой подход к решению поставленной задачи позволяет рассматривать независимо влияние процесса выключения вспомогательного поля H_0 на начальную амплитуду прецессии и характеристики затухания сигнала свободной прецессии.

1. ВЛИЯНИЕ ПРОЦЕССА ВЫКЛЮЧЕНИЯ ВСПОМОГАТЕЛЬНОГО ПОЛЯ НА АМПЛИТУДУ СИГНАЛА СВОБОДНОЙ ПРЕЦЕССИИ

Начальная амплитуда прецессии в методе Паккарда — Вариана получается наибольшей при мгновенном выключении вспомогательного намагничивающего поля: $\mathbf{H}\{H_0, 0, h_0\}$ для $t \leq 0$, $\mathbf{H}\{0, 0, h_0\}$ для $t > 0$. В этом случае из (3) при начальном условии $\mathbf{M}(0) \equiv \chi_0 \mathbf{H}(0)$ получим:

$$\begin{aligned} M_x &= \chi_0 H_0 \exp(-t/\tau) \cos(\omega_0 t); \\ M_y &= -\chi_0 H_0 \exp(-t/\tau) \sin(\omega_0 t); \\ M_z &= \chi_0 h_0. \end{aligned} \quad (4)$$

Полученные уравнения описывают свободную прецессию вектора намагченности \mathbf{M} вокруг поля \mathbf{h}_0 , затухающую со временем. Начальная амплитуда ЭДС, наведенной в катушке, окружающей образец, для идеально однородного поля h_0 в этом случае будет равна

$$\mathcal{E} = k \chi_0 H_0 \omega_0, \quad (5)$$

где k — коэффициент, зависящий от конструкции катушки; ось катушки направлена по X .

Практически вспомогательное поле H_0 создается пропусканием постоянного тока через катушку индуктивности, окружающую исследуемый образец. При разрыве намагничивающей цепи (после исчезновения электрической дуги на контактах выключателя) в катушке имеет место переходный процесс, и изменение вспомогательного поля со временем может быть представлено в виде:

$$H = H_0 e^{-\alpha t} \cos(\omega t),$$

где α — постоянная затухания, а ω — частота переходного процесса. Таким образом, задача сводится к решению уравнения (1) для магнитного поля вида:

$$\mathbf{H}\{H_0 e^{-\alpha t} \cos(\omega t), 0, h_0\} \quad (6)$$

при $H_0 \gg h_0$.

Систему уравнений (1) можно либо свести при помощи подстановки Дарбу к уравнению Риккати [13], либо преобразовать к интегральному уравнению типа Вольтерра [14]. К сожалению, в рассматриваемой задаче нельзя выделить малого параметра, в связи с чем решение уравнений во всей области значений $t \geq 0$ удается получить в виде медленно сходящихся рядов, мало пригодных для приложений. Поэтому в дальнейшем мы ограничимся только качественной оценкой влияния процесса выключения, которую можно сделать и не отыскивая решения уравнений (1) для всей области $t \geq 0$.

Для выяснения характерных особенностей рассматриваемой задачи разберем частный случай, когда вектор напряженности магнитного

поля \mathbf{H} поворачивается с постоянной угловой скоростью Ω на угол 90° :

$$\begin{aligned} \mathbf{H} \{ H_0 \cos(\Omega t), 0, H_0 \sin(\Omega t) \} & \text{ для } 0 \leq t \leq \pi/2\Omega; \\ \mathbf{H} \{ 0, 0, H_0 \} & \text{ для } t > \pi/2\Omega. \end{aligned} \quad (7)$$

В системе координат $X'Y'Z'$ (рис. 1), вращающейся с угловой скоростью Ω , магнитное поле (7) преобразуется к виду: $\mathbf{H} \{ H_0, -\Omega/\gamma, 0 \}$. Решение уравнения (1) в этой системе координат при условии, что в момент $t = 0$ вектор \mathbf{M} (0) имеет компоненты $\chi_0 H_0, 0, 0$, имеет вид:

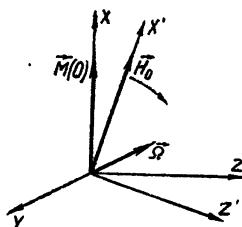


Рис. 1.

$$\begin{aligned} M'_x &= \chi_0 H_0 \{ H_0^2/H^2 + (\Omega^2/\gamma^2 H^2) \cos(\bar{\omega}t) \}; \\ M'_y &= \chi_0 H_0 \{ -(\Omega H_0/\gamma H^2) [1 - \cos(\bar{\omega}t)] \}; \\ M'_z &= -\chi_0 H_0 (\Omega/\gamma H) \sin(\bar{\omega}t), \end{aligned}$$

где $\bar{\omega} = \gamma H$; $H = [H_0^2 + (\Omega/\gamma)^2]^{1/2}$.

Переходя в исходную систему координат, для $t_0 = \pi/2\Omega$ найдем:

$$\begin{aligned} M_x^0 &= (\chi_0 H_0 \Omega/\gamma H) \sin(\pi\bar{\omega}/2\Omega); \\ M_y^0 &= -(\chi_0 H_0^2 \Omega/\gamma H^2) [1 - \cos(\pi\bar{\omega}/2\Omega)]; \\ M_z^0 &= \chi_0 H_0 [H_0^2/H^2 + (\Omega^2/\gamma^2 H^2) \cos(\pi\bar{\omega}/2\Omega)]. \end{aligned} \quad (8)$$

Теперь, используя в качестве начальных условий уравнения (8), для $t > t_0$ имеем:

$$\begin{aligned} M_x &= A \sin(\Omega_0 t + \varphi); \\ M_y &= A \cos(\Omega_0 t + \varphi); \\ M_z &= M_z^0, \end{aligned} \quad (9)$$

где $\Omega_0 = \gamma H_0$, $A = [(M_x^0)^2 + (M_y^0)^2]^{1/2}$ и $\varphi = \arctg(M_x^0/M_y^0)$. Уравнения (9) описывают свободную прецессию вектора намагниченности вокруг поля H_0 , параллельного оси Z . Используя (8) и (9), для амплитуды ЭДС, наведенной в катушке, окружающей образец, получим следующее выражение:

$$\xi = k \chi_0 H_0 \Omega_0 \left[1 - \frac{1 + x^2 \cos(\pi \sqrt{1+x^2}/2x)}{1+x^2} \right]^{1/2},$$

где $x = \Omega/\Omega_0$.

Зависимость амплитуды сигнала прецессии $\xi/k \chi_0 H_0 \Omega_0$ от угловой скорости вращения вектора магнитного поля Ω/Ω_0 изображена графически на рис. 2. Как видно из графика, для $\Omega < 0,5 \Omega_0$ вектор намагниченности практически следует за направлением поля при его повороте (адиабатический случай). Для $\Omega > \Omega_0$ вектор намагниченности практически не успевает изменить свою ориентацию (неадиабатический случай). Таким образом, для получения большой начальной амплитуды сигнала свободной прецессии следует осуществить поворот вектора напряженности магнитного поля \mathbf{H} за время, меньшее периода ларморовской прецессии в этом поле.

Для выяснения влияния переходных колебаний выключаемого поля рассмотрим другой частный случай, когда имеется только одно осциллирующее поле $\mathbf{H} \{ H_0 \cos(\omega t), 0, 0 \}$. Решение системы уравнений (1) для начальных условий $\mathbf{M}(0) \{ M_x(0), 0, M_z(0) \}$ в этом случае имеет вид:

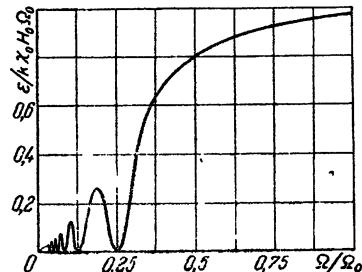
$$M_x = M_x(0);$$

$$M_y = M_y(0) \sin [(\Omega_0/\omega) \sin (\omega t)];$$

$$M_z = M_z(0) \cos [(\Omega_0/\omega) \sin (\omega t)].$$

Полученные уравнения описывают прецессию вектора намагниченности вокруг направления осциллирующего поля с переменной частотой. Составляющая вектора \mathbf{M} в направлении поля при этом не изменяется.

Рис. 2. Зависимость начальной амплитуды сигнала прецессии $\varepsilon/k\gamma_0 H_0 \Omega_0$ от угловой скорости вращения Ω/Ω_0 вектора магнитного поля при повороте его на 90° .



При $\Omega_0 \ll \omega$ уравнения будут описывать малые колебания вектора намагниченности около начального положения. Таким образом, с точностью до этих малых колебаний осциллирующее поле не влияет на движение вектора намагниченности, если его угловая частота значительно больше частоты прецессии Ω_0 .

Для случая, когда внешнее поле имеет вид (6), будем предполагать, что влияние переходного процесса сводится к малому возмущению решения уравнения (1), полученного для мгновенного выключения. Решение уравнения (1) для составляющих M_x и M_y в этом случае можно представить в комплексной форме:

$$M_{xy} = M_{xy}(0) e^{-i\omega_0 t} + i\Omega_0 e^{-i\omega_0 t} \int_0^t M_z(t) e^{(i\omega_0 - \alpha)t} \cos(\omega t) dt, \quad (10)$$

где $M_{xy} = M_x + iM_y$. Первый член в правой части этого выражения представляет собой решение уравнения (1) для случая мгновенного выключения поля H_0 . Второй член определяет возмущение, вызванное переходным процессом при выключении поля H_0 . Если положить в первом приближении $M_z(t) \approx M_z(0)$, то, вычисляя интеграл в (10) и пренебрегая затухающими членами, найдем для $t \gg 1/\alpha$:

$$M_{xy} = M_{xy}(0) e^{-i\omega_0 t} + i\Omega_0 M_z(0) (\xi + i\eta) e^{-i\omega_0 t}, \quad (11)$$

где

$$\begin{aligned} \xi &= \frac{\alpha (\alpha^2 + \omega_0^2 + \omega^2)}{[\alpha^2 + (\omega_0 + \omega)^2] [\alpha^2 + (\omega_0 - \omega)^2]}, \\ \eta &= \frac{\omega_0 (\alpha^2 + \omega_0^2 - \omega^2)}{[\alpha^2 + (\omega_0 + \omega)^2] [\alpha^2 + (\omega_0 - \omega)^2]}. \end{aligned} \quad (12)$$

Для начальных условий $\mathbf{M}(0) \{ \chi_0 H_0, 0, \chi_0 h_0 \}$ из (11) получим:

$$M_x = B \sin(\omega_0 t + \psi); \quad M_y = B \cos(\omega_0 t + \psi),$$

где

$$B = \chi_0 H_0 [(\omega_0 \xi)^2 + (1 - \omega_0 \eta)^2]^{1/2}; \quad (13)$$

$$\psi = \operatorname{arctg} \frac{1 - \omega_0 \eta}{\omega_0 \xi}.$$

Полагая величины $\omega_0 \xi$ и $\omega_0 \eta$ малыми по сравнению с единицей и пренебрегая их квадратами в (13), для амплитуды ЭДС, наведенной в катушке, ось которой совпадает с осью X , получим:

$$\xi = k \gamma_0 H_0 \omega_0 (1 - \omega_0 \eta).$$

Это выражение отличается от (5) множителем $(1 - \omega_0 \eta)$, который близок к единице при $\omega_0 \eta \ll 0,5$. Для этого случая, используя (12), найдем:

$$\alpha^2 \gg -\omega^2 \pm \omega_0^2.$$

Учитывая, что $\alpha \geq 0$, получаем условия, которым должны удовлетворять α и ω для того, чтобы возмущение было малым (т. е. амплитуда ЭДС прецессии при спадании намагничивающего поля по закону $H_0 \exp(-\alpha t) \cos(\omega t)$ мало отличается от амплитуды ЭДС при мгновенном выключении поля H_0):

$$\begin{aligned} \alpha &\geq 0 \text{ при } \omega > \omega_0; \\ \alpha &\gg \omega_0 \text{ при } \omega < \omega_0. \end{aligned} \tag{14}$$

Таким образом, при частоте переходного процесса ω , значительно большей частоты прецессии ω_0 в измеряемом поле h_0 , переходный процесс практически не влияет на начальную амплитуду сигнала прецессии даже при отсутствии затухания ($\alpha = 0$). Этот вывод совпадает с полученным ранее для частного случая, когда имеется только одно осциллирующее поле. При частоте переходного процесса ω , меньшей частоты прецессии ω_0 , переходный процесс не будет влиять на начальную амплитуду сигнала прецессии только при быстром его затухании. В частности, при апериодическом спадании вспомогательного поля ($\omega = 0$) постоянная затухания α должна быть значительно больше частоты прецессии ω_0 .

2. ВЛИЯНИЕ НЕОДНОРОДНОСТИ ИЗМЕРЯЕМОГО ПОЛЯ НА ЗАТУХАНИЕ СИГНАЛА СВОБОДНОЙ ПРЕЦЕССИИ

Если пренебречь влиянием контура приемной катушки на затухание свободной прецессии [15], то для идеально однородного поля h_0 электродвижущая сила, индуцированная в катушке, будет, согласно (4), экспоненциально убывать с постоянной времени τ . Влияние неоднородности измеряемого поля с макроскопической точки зрения проявляется в том, что частоты прецессии магнитных моментов разных элементов объема образца оказываются различными, и они с течением времени расходятся по фазе, что приводит к дополнительному затуханию прецессии. Этот эффект был экспериментально исследован Уотерсом [16]; по его мнению, он может быть сведен к уменьшению постоянной времени затухания, которая в этом случае (по аналогии с таким же эффектом в ядерном магнитном резонансе) обозначается в [16] через T_2 . Однако ранее было показано [17], что форма сигнала ядерного резонанса при „быстром прохождении“ существенно зависит от вида функции распределения внешнего поля в образце, и в случае постоянного градиента в пределах образца могут наблюдаться „биения биений“ [18]. При „быстром прохождении“ узких резонансных линий реализуются условия, близкие к условиям свободной прецессии; поэтому можно ожидать при постоянном градиенте магнитного поля в пределах образца „биений“ сигнала свободной прецессии.

Рассмотрим влияние неоднородности измеряемого поля на затухание сигнала прецессии для практически важного случая цилиндрического образца (рис. 3). Будем предполагать, что магнитное поле

в пределах образца изменяется линейно: $\mathbf{H}\{Gx/2, Gy/2, h_0 - Gz\}$ и $2GR_0/h_0 \ll 1$. Считая, что к начальному моменту времени образец был однородно намагничен: $\mathbf{M}(0)\{\chi_0 H_0, 0, \chi_0 h_0\}$ и намагничивающее поле H_0 было мгновенно выключено при $t = 0$, и учитывая также, что $H_0 \gg h_0$; $\bar{\omega} \gg 1/\tau$, из (3) найдем:

$$\dot{M}_x = -\chi_0 H_0 \exp(-t/\tau) \bar{\omega} \sin(\bar{\omega} t), \quad (15)$$

где в первом приближении $\bar{\omega} = \omega_0(1 - Gz/h_0)$. Теперь для амплитуды ξ электродвижущей силы

$$\xi(t) = k_1 \iint_S \dot{M}_x dS,$$

индуцированной в катушке, намотанной на цилиндрическую поверхность образца (S — площадь сечения образца), пренебрегая изменением амплитуды \dot{M}_x в пределах образца, найдем выражение:

$$\xi = k \chi_0 H_0 \omega_0 2 \exp(-t/\tau) |I_1(\beta t)| / \beta t, \quad (16)$$

где $I_1(\beta t)$ — функция Бесселя первого порядка, а $\beta = \gamma GR_0$. Зависимость амплитуды сигнала свободной прецессии $\xi/k \chi_0 H_0 \omega_0$ от времени t/τ для разных величин $\beta \tau$ изображена на рис. 4.

Как видно из графика, влияние неоднородности магнитного поля не сводится к простому уменьшению постоянной времени затухания, как это принято в [16], а носит более сложный характер. В результате суперпозиции магнитных моментов разных элементов объема образца, имеющих разные скорости прецессии, возникают дополнительные максимумы сигнала. При учете изменения амплитуды \dot{M}_x в пределах образца характер затухания не изменяется, однако сигнал не будет затухать до нуля между последовательными максимумами. Влиянием неоднородности можно пренебречь при $\beta \tau < 1$. Например, для образца дистиллированной воды диаметром 10 см ($\tau = 3$ сек, $\gamma = 2,67 \cdot 10^4$ сек $^{-1}$ · эрстед $^{-1}$) влиянием неоднородности можно пренебречь при $G < 2,5 \cdot 10^{-6}$ эрстед · см $^{-1}$.

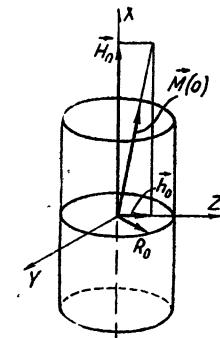
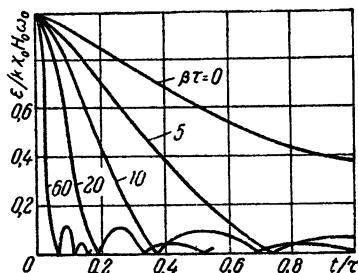


Рис. 3.

Рис. 4. Зависимость амплитуды сигнала прецессии $\xi/k \chi_0 H_0 \omega_0$ от времени t/τ для разных величин $\beta \tau = \gamma G R_0 \tau$.



При малом отношении сигнала к шуму, когда „биения“ не обнаружимы, можно приближенно считать, что сигнал длится до второго нуля функции Бесселя $I_1(\beta t)$ (формула (16))). Рассчитанные таким образом длительности сигнала свободной прецессии для $R_0 = 4$ см качественно совпадают с экспериментальными данными [16] для градиента от $5 \cdot 10^{-6}$ эрстед · см $^{-1}$ до $1,2 \cdot 10^{-4}$ эрстед · см $^{-1}$. Как показывает оценка, влиянием диффузии [19] на затухание сигнала можно пренебречь (для градиентов поля в рассмотренных пределах).

В работе [16] дополнительные максимумы сигнала не обнаружены, по-видимому, из-за недостаточно высокого отношения сигнала к шуму.

На рис. 5 приведены осциллограммы сигнала свободной прецессии от дистиллированной воды ($\tau = 2$ сек) при неоднородности магнитного поля $6,1 \cdot 10^{-5}$ эрстед \cdot см $^{-1}$ и $4,2 \cdot 10^{-5}$ эрстед \cdot см $^{-1}$, полученные с помощью аппаратуры, описанной в [8]. Неоднородность земного магнитного поля в области, занимаемой образцом, создана постоянным магнитом с магнитным моментом 2500 абс. сд., помещенным на рас-

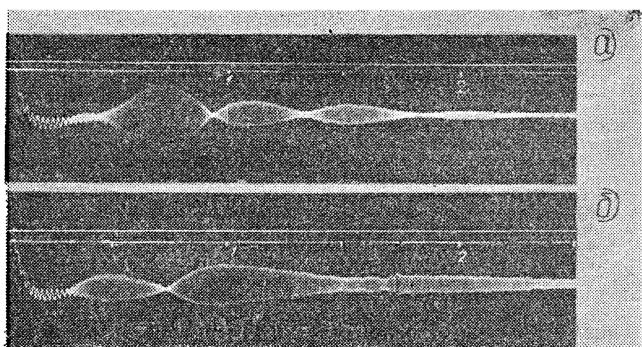


Рис. 5. Осциллограммы сигнала свободной прецессии от дистиллированной воды ($\tau = 2$ сек) при градиенте магнитного поля в пределах образца а) $G = 6,1 \cdot 10^{-5}$ эрстед \cdot см $^{-1}$, б) $G = 4,2 \cdot 10^{-5}$ эрстед \cdot см (масштаб в сек).

стоянии 125 и 138 см от образца. При диаметре образца, равным 9 см, градиент магнитного поля в его пределах можно приближенно считать постоянным. Сравнение интервалов времени t_n , соответствующих минимумам амплитуды сигнала, измеренных по осциллограммам и рассчитанных по формуле [16], дано в таблице 1. Совпадение измеренных и рассчитанных величин можно считать хорошим. Начальный участок сигнала прецессии на осциллограммах не получился из-за большого времени установления использованной регистрирующей аппаратуры.

Таблица 1

G (эрстед \cdot см $^{-1}$)	n	Измеренное значение t_n (сек)	Вычисленное значение t_n (сек)
$4,2 \cdot 10^{-5}$	1	0,72	0,78
	2	1,52	1,40
$6,1 \cdot 10^{-5}$	1	0,45	0,52
	2	0,93	0,95
	3	1,35	1,37
	4	1,83	1,80
	5	2,37	2,20

ЛИТЕРАТУРА

1. F. Bloch, Phys. Rev., **70**, 460 (1946).
2. M. Packard, R. Varian, Bull. American Phys. Soc., **28**, 7 (1953).
3. L. J. Cahill, Jr. J. A. Van Allen, J. Geophys. Res., **61**, 547 (1956).
4. A. L. Bloom, L. E. Johnson, Electronic Industries and Tele-Tech., **8**, 76 (1957).
5. G. S. Waters, P. D. Francis, J. Scient. Instr., **35**, 88 (1958).
6. А. В. Мельников, А. А. Морозов, А. Я. Ротштейн, Ф. И. Скрипов, С. В. Смирнов, ЖТФ, **28**, 910 (1958).

7. А. Я. Ротштейн, В. С. Цирель, Информационный сборник ВИТРа, 12, 13 (1958).
8. В. М. Рыжков, О. О. Бронзов, А. П. Степанов, Приборы и техника эксперимента (в печати).
9. D. E. Elliott, R. T. Schumacher, J. Chem. Phys., **26**, 1350 (1957).
10. А. А. Морозов, А. В. Мельников и Ф. И. Скрипов, Изв. АН СССР, сер. физ., **22**, 1141 (1958).
11. Г. В. Скроцкий, А. А. Кокин, ЖЭТФ, **36**, 481 (1959).
12. Г. В. Скроцкий, А. А. Кокин, ЖЭТФ, **36**, 169 (1959).
13. С. Д. Гвоздовер, Н. М. Померанцев, Вестн. МГУ, 6, 85 (1953).
14. С. Д. Гвоздовер, А. А. Магазаник, ЖЭТФ, **20**, 705 (1950).
15. N. Bloembergen, R. V. Pound, Phys. Rev., **95**, 8 (1954).
16. G. S. Waters, G. Phillips, Geophys. Prospect, **4**, 1 (1956).
17. R. Gabillard, Phys. Rev., **85**, 694 (1952).
18. G. J. Vene, P. M. Denis, R. C. Extermann, Helv. Phys. Acta, **26**, 267 (1953).
19. E. L. Hahn, Phys. Rev., **80**, 580 (1950).

Уральский политехнический институт

Поступила в редакцию
29 июня 1959 г.