О ВЗАИМОДЕЙСТВИИ СЛАБЫХ СИГНАЛОВ С ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫМИ УДАРНЫМИ ВОЛНАМИ

Л. А. Островский

В работе [1] было показано, что при распространении электромагнитных волн в средах с нелинейной связью векторов магнитной индукции $\boldsymbol{B}$ и напряженности магнитного поля $\boldsymbol{H}$ (или электрической индукции $\boldsymbol{D}$ и напряженности электрического поля $\boldsymbol{E}$) возможно образование ударных волн, т. е. разрывов непрерывности векторов полей. В простейшем случае плоской линейно поляризованной волны в однородной среде величины, характеризующие разрыв, связаны условиями:

$$\frac{v}{c} = \frac{E_2 - E_1}{B_2 - B_1} = \frac{H_2 - H_1}{D_2 - D_1}, \tag{1}$$

где v—скорость распространения разрыва, c—скорость света; индексы 1 и 2 соответствуют значениям полей перед фронтом ударной волны (область I) и за ним (область II).

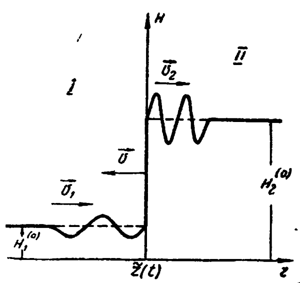

Рис. 1.

Рассмотрим взаимодействие стационарной ($v = \mathrm{const}$) ударной волны, имеющей вид перепада постоянных значений полей (рис. 1), с распространяющимся перпендикулярно ее фронту слабым сигналом (возмущением) произвольного вида, поляризованным в том же направлении*. Задача, таким образом, сводится к скалярной. Положим для определенности, что в рассматриваемой среде $dD/dE = \varepsilon = \mathrm{const}$, а $dB/dH = \mu(H)$ — монотонно убывающая функция абсолютного значения поля H.

Применяя к уравнениям Максвелла метод возмущений, найдем, что в первом приближении в каждой из областей I и II вне разрыва могут существовать, вообще говоря, две слабых волны вида

$$H^{(1)}_{1,2} = {}_{1,2}\left(t \mp z/v_{1,2}\right); \quad E^{(1)}_{1,2} = \pm\sqrt{\mu_{1,2}\left(H^{(0)}_{1,2}\right)/\varepsilon}\, H^{(1)}_{1,2}, \tag{2}$$

где $H^{(0)}_{1,2}$ — невозмущенные значения поля, $H^{(1)}_{1,2}$, $E^{(1)}_{1,2}$ — поля сигнала, $v_{1,2} = c\,/\sqrt{\varepsilon\,\mu_{1,2}\left(H^{(0)}_{1,2}\right)}$ — значения скорости распространения возмущений.

Используя далее граничные условия (1), учтем, что для устойчивого разрыва**

$$v_1 < v < v_2. \tag{3}$$

Пусть, например, возмущение вида (2) распространяется навстречу ударной волне, как показано на рис. 1. В силу (3) отраженной волны в области I не образуется, и условия (1) дают связь между полями падающей (в I) и прошедшей (в II) волн непосредственно на плоскости разрыва (с координатой $\tilde{z}(t)$):

---

* Аналогичная задача в газодинамике рассматривалась Блохинцевым [2].

** Если условие (3) не выполнено, возможно существование большего числа волн, наличие которых указывает на неустойчивость разрывной волны [3].

$$H_2^{(1)}(\tilde{z}) = H_1^{(1)}(\tilde{z})\left(\frac{1+v/v_1}{1+v/v_2}\right)^2. \tag{4}$$

Пользуясь (4), нетрудно показать, что, если $H_1^{(1)} = f_1(t - z/v_1)$, то *

$$H_2^{(1)} = a^2 f_1[a(t - z/v_2)];\ a = \frac{1+v/v_1}{1+v/v_2}. \tag{5}$$

Если падающая волна — монохроматическая с амплитудой $H_{10}^{(1)}$ и частотой ω_1, то для амплитуды $H_{20}^{(1)}$ и частоты ω_2 прошедшей волны получаем:

$$H_{20}^{(1)} / H_{10}^{(1)} = a^2;\quad \omega_2/\omega_1 = a. \tag{6}$$

Из (3) следует, что $a > 1$, т. е. в рассмотренном случае имеет место возрастание как амплитуды, так и частоты слабого сигнала. В частности, если $\mu_1 \gg 1$ и ударная волна достаточно сильна $\left(\mu_2 \simeq 1 \text{ и } v \simeq v_2 \simeq c/\sqrt{\varepsilon}\right)$, то

$$H_{20}^{(1)} / H_{10}^{(1)} \simeq \mu_1/4;\quad \omega_2/\omega_1 \simeq \sqrt{\mu_1}/2. \tag{7}$$

При этом средний поток мощности $\bar{S}$ также возрастает:

$$\bar{S}_2 / \bar{S}_1 \simeq \mu_1^{3/2}/16. \tag{8}$$

Аналогично могут быть рассмотрены и другие случаи.

Если ударная волна догоняет сигнал, то, как и выше, существует лишь одна волна в каждой из областей I и II. Направления распространения волн противоположны, а связь полей в них отличается от (4) только заменой $+1$ на -1 в числителе. Формулы (7) остаются справедливыми и в этом случае.

Если, наоборот, сигнал догоняет ударную волну, то в области I возмущений нет, а в области II поле отраженной волны связано с полем падающей условием на разрыве:

$$H_2^{(1)\,\text{отр}}(\tilde{z}) = -H_2^{(1)\,\text{пад}}(\tilde{z})\left(\frac{v_2 - v}{v_2 + v}\right)^2. \tag{9}$$

Отсюда для амплитуды и частоты монохроматической волны получаем:

$$H_{20}^{(1)\,\text{отр}} / H_{20}^{(1)\,\text{пад}} = -b^2;\quad \omega^{\text{отр}} / \omega^{\text{пад}} = b, \tag{10}$$

где

$$b = \frac{v_2 - v}{v_2 + v} < 1.$$

Интересно отметить, что изменение частоты в (6) и (10) такое же, как в соответствующих случаях падения плоской волны на границу движущегося магнетика. Однако в этой последней задаче амплитуды соответствующих волн, в отличие от (6) и (10), изменяются пропорционально частотам.

В заключение отметим, что все приведенные формулы верны до тех пор, пока длина волны слабого сигнала значительно больше ширины ударного фронта. В противном случае для решения задачи необходимо знать структуру последнего.

Заметим также, что, хотя выше всюду рассматривались плоские волны в безграничной однородной среде, полученные результаты могут быть распространены на случай волн в некоторых линиях передачи с нелинейными параметрами, в частности, в искусственных линиях задержки с нелинейными индуктивными или емкостными элементами**.

Автор благодарит А. В. Гапонова за внимание к работе и ценные замечания.

ЛИТЕРАТУРА

1. А. В. Гапонов, Г. И. Фрейдман, ЖЭТФ, **36**, 957 (1959).
2. Д. И. Блохинцев, ДАН СССР, **47**, 22 (1945).
3. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, Механика сплошных сред, ГИТТЛ, 404—406, 1953.

Научно-исследовательский радиофизический институт при Горьковском университете

Поступила в редакцию 11 июля 1959 г.

* Начало отсчета выбрано так, чтобы движение плоскости разрыва описывалось уравнением $\tilde{z} + vt = 0$.

** Ударные волны в таких линиях были впервые получены И. Г. Катаевым.