О ВЗАИМОДЕЙСТВИИ ТИПА „O" В СИСТЕМАХ С ЦЕНТРОБЕЖНОЙ ФОКУСИРОВКОЙ

В. М. Боков, А. В. Гапонов

Задача о взаимодействии непрямолинейных электронных потоков с электромагнитными волнами в линиях передачи рассматривалась в работах [1,2]. Развитый в этих статьях метод был использован в [2] для исследования систем с электронными пучками, направляемыми либо продольным магнитостатическим, либо скрещенными электростатическим и магнитостатическим полями. В настоящей заметке будут рассмотрены некоторые системы с центробежной фокусировкой электронного пучка.

1. Уравнения движения электрона в системе с центробежной электростатической фокусировкой полем $E_0 = Ar_0/r$ в цилиндрической системе координат r, θ, z имеют вид:

$$\begin{aligned} \ddot{r} - r\dot{\theta}^2 + \eta A/r &= -\eta\,\{\boldsymbol{E} + [\dot{\boldsymbol{r}}\boldsymbol{B}]\}_r; \\ r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta} &= -\eta\,\{\boldsymbol{E} + [\dot{\boldsymbol{r}}\boldsymbol{B}]\}_\theta; \qquad (1) \\ \ddot{z} &= -\eta\,\{\boldsymbol{E} + [\dot{\boldsymbol{r}}\boldsymbol{B}]\}_z, \end{aligned}$$

где $\eta = e/m$ — отношение заряда электрона к его массе, $\boldsymbol{E}$ и $\boldsymbol{B}$ — электрическая напряженность и магнитная индукция высокочастотного поля.

Для исследования системы (1) воспользуемся методом возмущений. Если в нулевом приближении (в отсутствие высокочастотного поля) пучок спиральный ($r^{(0)} = a$, $\dot{\theta}^{(0)} = \omega_E = v_0 h_E$, $\dot{z}^{(0)} = v_0$), то уравнения для компонент вектора $\boldsymbol{r}^{(1)}$ ($r^{(1)}, a\,\theta^{(1)}, z^{(1)}$), описывающего высокочастотные возмущения, будут иметь постоянные коэффициенты. Предполагая, что поле в системе имеет вид плоской волны ($\boldsymbol{E}, \boldsymbol{B} \sim e^{ihz}$), перейдем к переменным t, τ (τ — время пролета) и разложим компоненты „действующего" поля $\boldsymbol{E}_\partial = \boldsymbol{E} + [\dot{\boldsymbol{r}}^{(0)}\boldsymbol{B}]$ и возмущения $\boldsymbol{r}^{(1)}$ в ряды Фурье*:

$$\begin{aligned} \boldsymbol{E}\partial &= V_\theta \boldsymbol{G}(\tau)\, e^{-ihv_0\tau} = V_0\, e^{-ihv_0\tau} \sum_k \boldsymbol{G}_k\, e^{ikh_E v_0\tau}; \\ \boldsymbol{r}^{(1)} &= \frac{V_0}{2U_0}\, e^{-ihv_0\tau} \sum_k \boldsymbol{r}_k^{(1)}\, e^{ikh_E v_0\tau}. \end{aligned} \qquad (2)$$

Тогда из уравнений первого приближения получим:

$$\begin{aligned} r_k^{(1)} &= \frac{(h_e - h_k)\,G_{rk} - 2ih_E\,G_{\theta k}}{(h_e - h_k)\left[(h_e - h_k)^2 - 2h_E^2\right]}; \\ a\,\theta_k^{(1)} &= \frac{\left[(h_e - h_k)^2 + 2h_E^2\right] G_{\theta k} + 2ih_E\,(h_e - h_k)\,G_{rk}}{(h_e - h_k)^2\left[(h_e - h_k)^2 - 2h_E^2\right]}; \qquad (3) \\ z_k^{(1)} &= \frac{G_{zk}}{(h_e - h_k)^2}, \end{aligned}$$

* Подробнее об обозначениях см. [1,2].

где $h_e = \omega/v_0$, $h_k = h - kh_E$. U_0 — напряжение, соответствующее скорости v_0. Нетрудно видеть, что, как и в случае фокусировки магнитным полем [2], при $h \to h_e + mh_E$ имеет место возрастание возмущений в электронном потоке, что указывает на возможность эффективного („резонансного“) взаимодействия. Отметим, однако, что при центробежной фокусировке нарастание порядка Δ^{-2} (где $\Delta = h - h_e + mh_E$) имеется не только у продольной, но и у азимутальной компонент вектора $r^{(1)}$.

2. Постоянные распространения электромагнитных волн h_s в системе с достаточно слабым электронным пучком мало отличаются от постоянных распространения h_{0s} в „холодной“ линии передачи. Поэтому условие „резонансного“ взаимодействия пучка с одной из нормальных волн можно записать:

$$h_0(1+\varepsilon) = h_e + mh_E; \quad |\varepsilon| \ll 1; \quad m = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots \tag{4}$$

При этом условии взаимодействием с другими нормальными волнами линии можно пренебречь, а приближенное дисперсионное уравнение для поправок к постоянной распространения „синхронной“ волны $\delta = (h - h_0)/h_0$ представить, согласно [2], в виде:

$$\delta = -\frac{|I_0|}{2U_0}\frac{h_e}{h_0}\frac{1}{N}\sum_k r_k^{(1)} G_k, \tag{5}$$

где I_0 — ток пучка, N — норма синхронной волны, а в сумме учитываются лишь резонансные члены наивысшего порядка. С учетом (3) для взаимодействия типа „O“ (резонансные члены порядка Δ^{-2}) в системе с центробежной электростатической фокусировкой получаем:

$$\delta(\delta-\varepsilon)^2 = -C_m^3 = -\frac{|I_0|}{2U_0N}\frac{h_e}{h_0^3}(|G_{zm}|^2 - |G_{\Theta m}|^2). \tag{6}$$

В том специальном случае, когда $|G_{zm}|^2 - |G_{\Theta m}|^2 = 0$, в (5) необходим учет резонансных членов порядка Δ^{-1}; при этом получается уравнение второго порядка относительно поправок δ (взаимодействие типа „M“).

3 Рассмотрим для примера две конкретные системы с центробежной фокусировкой.

Пример 1. Линия передачи — коаксиал с внутренним проводником пренебрежимо малого диаметра, имеющим положительный потенциал относительно наружного цилиндра радиуса R. Пусть спиральный пучок взаимодействует с волной типа H_{11} при синхронизме $h_0 \simeq h_e - h_E$. Нетрудно убедиться, что в этом случае учет магнитного поля волны дает члены порядка $h_0/h_e \ll 1$ и взаимодействие определяется лишь азимутальной составляющей электрического поля. При этом

$$|G_{zm}|^2 - |G_{\Theta m}|^2 = -|G_{\Theta,-1}|^2 = -\frac{0{,}85}{R^2}\left[J_1'\left(1{,}84\frac{a}{R}\right)\right]^2,$$

где J_1' — производная функция Бесселя первого порядка.

Пример 2 Центробежная фокусировка спирального пучка осуществляется радиальным электростатическим полем, создаваемым двумя коаксиальными трубами — наружной радиуса R_1 и внутренней радиуса R_2. Внутренняя труба состоит из двух разделенных продольной щелью полуцилиндров, между которыми распространяется главная волна *. Так же, как и в предыдущем примере, в этой системе взаимодействие определяется лишь азимутальной составляющей высокочастотного электрического поля; модуль коэффициента Фурье, соответствующего резонансу $h_0 \simeq h_e - h_E$, для бесконечно узкой щели получается равным

$$|G_{\Theta,-1}| = \frac{2}{\pi}\frac{R_2}{a^2}\frac{R_1^2 - a^2}{R_1^2 - R_2^2}.$$

* Результаты экспериментального исследования аналогичной системы (гелитрона) приведены в [3]. Однако содержащееся в [3] объяснение механизма взаимодействия подобных систем (например, утверждение об определяющем значении взаимодействия с радиальной компонентой поля волны, что действительно имело бы место при взаимодействии типа „M“) ошибочно, так как не учитывает возможность азимутальной группировки (взаимодействие типа „O“). Именно этим объясняются, по-видимому, завышенные теоретические значения пускового тока в режиме генерации на обратной волне.

Следует отметить, что при $|G_{zm}| < |G_{\Theta m}|$ дисперсионное уравнение (6) отличается от дисперсионных уравнений для ЛБВ (и для систем, рассмотренных в [2]) знаком перед C^3. Это означает, что поправки к фазовым скоростям волн также имеют другие знаки, и объясняется тем обстоятельством, что в системах с центробежной фокусировкой угловая скорость электронов, отдающих энергию, возрастает.

ЛИТЕРАТУРА

1. А. В. Гапонов, Изв высш. уч. зав.— Радиофизика, **2**, 443 (1959).
2. А. В. Гапонов, Изв. высш. уч. зав.— Радиофизика, **2**, 450 (1959).
3. D. Watkins, G. Wada, Proc. IRE, **46**, 1700 (1958).

Научно-исследовательский радиофизический институт при Горьковском университете

Поступила в редакцию 16 июля 1959 г.