ИЗВЕСТИЯ ВЫСШИХ УЧЕБНЫХ ЗАВЕДЕНИЙ

Том II, № 5 РАДИОФИЗИКА 1959

К СИНТЕЗУ ЛОГИЧЕСКИХ МНОГОПОЛЮСНИКОВ

А. Д. Закревский

Функционально описываемый системой m булевых функций от n переменных (n, m) - полюсник представляется одной булевой функцией от $n+s$ переменных, где $m = 2^s$. Минимизация этой функции эквивалентна минимизации упомянутой системы и является существенным звеном в двух рассматриваемых методах синтеза (n, m)-полюсников.

1. Рассмотрим (n, m)-полюсник, каждый из m выходных полюсов которого представляется двоичной функцией от n входных двоичных переменных, т. е. булевой функцией n аргументов (рис. 1):

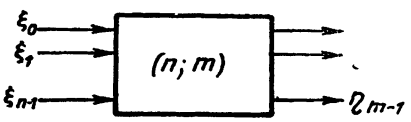

Рис. 1.

$$\eta_i = \varphi_i(\xi_0, \xi_1, \ldots, \xi_{n-1}) \quad (i = 0, 1, \ldots, m-1). \tag{1}$$

Положив для простоты*

$$m = 2^s, \tag{2}$$

где s — натуральное число, введем двоичные параметрические переменные $\varsigma_1, \varsigma_2, \ldots, \varsigma_s$ и булеву функцию

$$\delta = \Psi(\xi_0, \xi_1, \ldots, \xi_{n-1}; \varsigma_1, \varsigma_2, \ldots, \varsigma_s) = \bigvee_{i=0}^{m-1} \left(\varphi_i(\xi_0, \xi_1, \ldots, \xi_{n-1}) \bigwedge_{k=1}^{s} \varsigma_k^{\alpha_k(i)}\right), \tag{3}$$

где $\alpha_j(i)$ представляет значение j-го разряда двоичного кода натурального числа i, а

$$\varsigma_k^{\alpha_j(i)} = \begin{cases} \varsigma_k & \text{при } \alpha_j(i) = 1 \\ \bar{\varsigma}_k & \text{при } \alpha_j(i) = 0 \end{cases} \tag{4}$$

($\vee$ и $\wedge$ являются символами булевых суммы и произведения, соответственно).

Как видно из (3),

$$\delta = \Psi(\xi_0, \ldots, \xi_{n-1}; \varsigma_1, \ldots, \varsigma_s) = \varphi_i(\xi_0, \ldots, \xi_{n-1}), \tag{5}$$

если

$$\bigwedge_{k=1}^{s} \varsigma_k^{\alpha_k(i)} = 1. \tag{6}$$

Следовательно, можно считать доказанной следующую теорему.

Функция (3) эквивалентна системе булевых функций (1), так как представляет любую из них при наборе значений параметрических переменных ς_k, определяемом соотношением (6).

Поскольку указанная эквивалентность сохраняется при тождественных преобразованиях булевой функции Ψ, отсюда вытекают следующие два метода синтеза (n, m)-полюсников.

---

* Условию (2) всегда можно удовлетворить, добавляя фиктивные выходные полюса многополюсника, т. е. добавляя произвольные булевы функции.

2. Функция

$$\delta = \Psi(\xi_0, \ldots, \xi_{n-1}; \varsigma_1, \ldots, \varsigma_s)$$

представляет функциональное описание некоего $(n + s, 1)$-полюсника, энтропия которого, определяемая через двоичный логарифм числа функционально-различимых $(n + s, 1)$-полюсников, равна

$$H_{(n+s,1)} = 2^{n+s} \tag{7}$$

и равна энтропии (n, m)-полюсника (при $m = 2^s$). Следствием этого является возможность установления взаимнооднозначного соответствия между элементами множеств (n, m)- и $(n + s, 1)$-полюсников. Суть первого метода синтеза (n, m)-полюсников состоит в их замене функционально-эквивалентными $(n + s, 1)$-полюсниками с соблюдением некоторых условий, которые мы сейчас определим.

Пусть значения входных переменных $(n+s, 1)$-полюсника $\varsigma_1, \varsigma_2, \ldots, \varsigma_s$ задаются соответствующими разрядами двоичного счетчика, считающего по модулю $m = 2^s$ подаваемые на его вход тактовые импульсы τ (рис. 2). Допустим, что входные переменные $\xi_0, \ldots, \xi_{n-1}$ сохраняют свои значения в течение периода счетчика (m тактов).

При этих условиях значения всех функций

$$\eta_i = \varphi_i(\xi_0, \ldots, \xi_{n-1})$$

$$(i = 0,1, \ldots, m - 1)$$

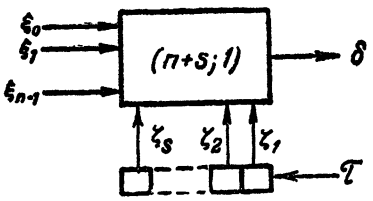

Рис. 2.

будут выданы схемой последовательно, за m тактов, причем значение функции $\varphi_k(\xi_0, \ldots, \xi_{n-1})$ будет выдаваться в тот момент, когда именно число k будет зафиксировано состоянием счетчика (в двоичном коде).

В случае надобности функции системы (1) могут быть разделены пространственно схемой с m выходами η_i^0, структура которой определяется формулой

$$\eta_i^0 = \delta \bigwedge_{k=1}^{s} \varsigma_k^{\alpha_k^{(i)}}, \tag{8}$$

и зафиксированы специальными регистрами.

Таким образом, реализация системы m булевых функций от n переменных заменяется реализацией одной булевой функции от $n+s$ переменных. Задача минимизации системы булевых функций сводится к задаче минимизации одной булевой функции, при решении которой полученная минимальная форма функции

$$\delta = \Psi(\xi_0, \ldots, \xi_{n-1}; \varsigma_1, \ldots, \varsigma_s)$$

принимается за структурную формулу $(n + s, 1)$-полюсника или за исходную для получения таковой (это зависит от набора операторов элементов, из которых синтезируется $(n + s, 1)$-полюсник).

Этот процесс отражает минимизацию формального выражения функциональной зависимости между входными и выходными переменными (n, m)-полюсника с учетом возможных подобий между функциями системы (1), т. е. соответствует минимизации этой системы булевых функций в целом.

Особый интерес рассмотренный метод может представить в случае реализации системы булевых функций пассивным многополюсником с большим затуханием, так как он может обеспечить сокращение числа выходных усилителей; это в ряде случаев может привести к общему сокращению аппаратуры.

Отметим, что аналогичный метод рассмотрен группой Айкена [1].

3. Второй метод синтеза (n, m)-полюсников заключается в том, что функция

$$\delta = \Psi(\xi_0, \ldots, \xi_{n-1}; \varsigma_1, \ldots, \varsigma_s)$$

рассматривается непосредственно как структурная формула синтезируемого (n, m)-полюсника, связь между входными и выходными переменными которого определяется соотношениями (1). Минимизация формулы (3) является в этом случае основным этапом минимизации структуры (n, m)-полюсника.

Определим правила интерпретации формулы (3) как структурной формулы схемы, состоящей из элементов типа „и", „или", „не".

1. Функция Ψ может быть представлена в виде любой суперпозиции функций „и", „или", „не"; однако символ отрицания не может стоять над группами символов более чем одной переменной, если в группе имеется символ ς_k.

2. После минимизации функции Ψ с соблюдением правила 1 соответствие формулы схеме определяется следующим образом:

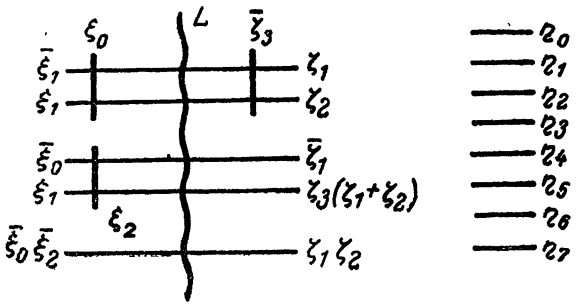

Рис. 3.

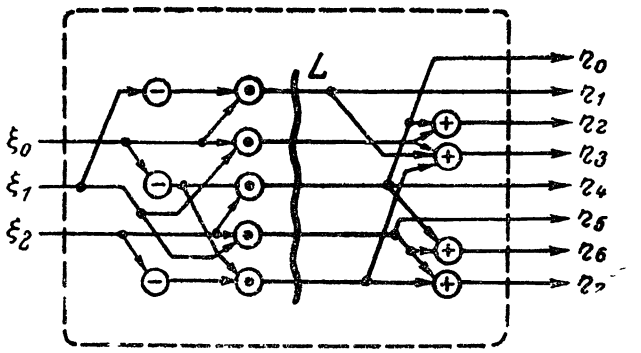

Рис. 4

а) переменные ς_k и их комбинации, встречающиеся в формуле, рассматриваются как коды параллельных цепей (n, m)-полюсника, рассекаемых его поперечным сечением L (представляемом на рис. 3 и 4 волнистой линией);

б) коэффициенты при этих комбинациях, являющиеся функциями входных переменных ξ_j, представляют структуру соответствующих цепей;

в) выходы η_i (n, m)-полюсника определяются дизъюнкцией тех проходящих через сечение L цепей, конъюнкция кодов которых с кодом номера выхода i не равна тождественно нулю.

Возможность предлагаемой интерпретации формулы (3) следует непосредственно из способа построения этой формулы.

Пример: Синтезировать (3,8)-полюсник, описываемый следующей системой булевых функций, задаваемых в совершенной дизъюнктивной нормальной форме:

$$\eta_0 = \bar{\xi}_0 \bar{\xi}_1 \xi_2 + \bar{\xi}_0 \xi_1 \xi_2 ;$$

$$\eta_1 = \xi_0 \bar{\xi}_1 \xi_2 + \xi_0 \bar{\xi}_1 \bar{\xi}_2 ;$$

$$\eta_2 = \bar{\xi}_0 \bar{\xi}_1 \xi_2 + \xi_0 \xi_1 \xi_2 + \bar{\xi}_0 \xi_1 \xi_2 + \bar{\xi}_0 \bar{\xi}_1 \bar{\xi}_2 ;$$

$$\eta_3 = \xi_0 \bar{\xi}_1 \xi_2 + \xi_0 \xi_1 \xi_2 + \bar{\xi}_0 \xi_1 \bar{\xi}_2 + \xi_0 \xi_1 \bar{\xi}_2 + \xi_0 \bar{\xi}_1 \bar{\xi}_2 + \xi_0 \overline{\xi_1 \xi_2}$$

$$\eta_4 = \bar{\xi}_0 \bar{\xi}_1 \xi_2 + \bar{\xi}_0 \xi_1 \xi_2 ;$$

$$\eta_5 = \xi_0 \xi_1 \xi_2 + \bar{\xi}_0 \xi_1 \xi_2 ;$$

$$\eta_6 = \bar{\xi}_0 \bar{\xi}_1 \xi_2 + \xi_0 \xi_1 \xi_2 + \bar{\xi}_0 \xi_1 \xi_2 ;$$

$$\eta_7 = \xi_0 \xi_1 \xi_2 + \bar{\xi}_0 \xi_1 \xi_2 + \bar{\xi}_0 \xi_1 \bar{\xi}_2 + \bar{\xi}_0 \bar{\xi}_1 \bar{\xi}_2 .$$

Введя три параметрические переменные ς_1, ς_2, ς_3, по формулам (3) и (4) построим функцию шести переменных

$$\delta = \Psi(\xi_0, \xi_1, \xi_2; \varsigma_1, \varsigma_2, \varsigma_3)$$

и, минимизировав ее, получим:

$$\delta = \xi_2 (\bar{\xi}_0 \bar{\varsigma}_1 + \xi_1 \varsigma_3 (\varsigma_1 + \varsigma_2)) + \varsigma_3 \xi_0 (\varsigma_1 \bar{\xi}_1 + \varsigma_2 \xi_1) + \varsigma_1 \varsigma_2 \bar{\xi}_0 \bar{\xi}_2 .$$

Использование полученной формулы при синтезе по первому методу не вызывает существенных затруднений. Ограничимся поэтому рассмотрением синтеза (3,8)-полюсника по второму методу. Два этапа синтеза по этому методу представлены на рис. 3 (сечение вертикальной прямой соответствует наличию общего множителя) и на рис. 4.

ЛИТЕРАТУРА

1. Айкен, Синтез электронных вычислительных и управляющих схем, ИЛ, М., 1952.

Томский государственный университет

Поступила в редакцию
25 апреля 1959 г.