

ДИНАМИКА ГЕНЕРАТОРА НА ПЛОСКОСТНОМ ПОЛУПРОВОДНИКОВОМ ТРИОДЕ

Л. В. Постников

Методом точечных преобразований исследуются автоколебания генератора с контуром в цепи коллектора. Исследование проводится при пренебрежении инерционностью носителей заряда в триоде на основе кусочно-линейной аппроксимации статических характеристик. Решен вопрос о существовании, единственности и устойчивости предельного цикла, дано разбиение наиболее интересной с точки зрения приложений части пространства параметров на области различного качественного поведения системы.

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Рассмотрим генератор на плоскостном полупроводниковом триоде, изображенный на рис. 1*.

Будем считать, что напряжения на коллекторе и эмиттере относительно базы меняются достаточно медленно, чтобы можно было пренебречь переходными процессами в самом триоде и пользоваться для его описания статическими характеристиками. Тогда в обозначениях рис. 1 уравнения движения рассматриваемого генератора имеют следующий вид:

$$\begin{aligned} L_1 \frac{dJ_e}{dt} + M \frac{dJ}{dt} + v_e &= E_e; \\ L \frac{dJ}{dt} + M \frac{dJ_e}{dt} + r_1 J + v_k &= -E_k; \\ C \frac{dv_k}{dt} + J_k - J &= 0; \\ v_k &= f_1^*(J_k, J_e); \quad v_e = f_2^*(J_e, J_k), \end{aligned} \tag{1}$$

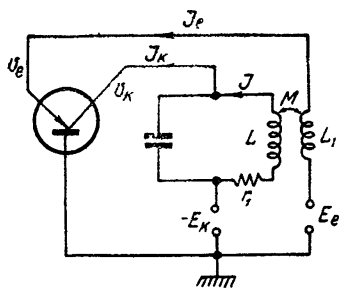


Рис. 1.

где первые три уравнения отражают линейную зависимость между переменными, т. е. зависимость, которая осуществляется через колебательный контур и катушку обратной связи, а последние два суть уравнения триода.

Сопоставление семейств статических характеристик плоскостного триода, снятых экспериментально, с соответствующими теоретическими уравнениями триода, полученными в работе [2], показывает, что два последних уравнения системы (1) с достаточной степенью точности можно представить в следующем кусочно-линейном виде:

* Генератор, собранный по этой схеме, исследовался методом малого параметра Капцовым [1]

$$v_k = R_m (J_k + \alpha J_e); \quad v_e = R_n (J_e + \beta J_k), \quad (2)$$

где α и β — некоторые безразмерные константы, меньшие единицы, m и n — индексы, принимающие значения 0 и 1, а R_m и R_n — постоянные, принимающие различные значения в областях G_{mn} , определяемых неравенствами

$$(-1)^m v_k \leq 0; \quad (-1)^n v_e \leq 0. \quad (3)$$

Очевидно, R_m есть сопротивление коллекторного перехода при $J_e = 0$ (R_m обычно велико при $m = 0$ и мало при $m = 1$), а R_n — сопротивление эмиттерного перехода при $J_k = 0$ (R_n велико при $n = 0$ и мало при $n = 1$).

Согласно неравенствам (3), вся плоскость v_e, v_k делится на четыре области линейности, определяющие режим работы полупроводникового триода. В области G_{00} „сопротивления“ R_m и R_n велики и, как видно из уравнений (2), токи через коллекторный и эмиттерный переходы J_k и J_e будут относительно малыми. В области G_{11} величины R_m и R_n малы и, следовательно, токи J_k и J_e большие. В области G_{01} величина R_m большая, а величина R_n — малая, так что здесь токи J_k и J_e будут слабо зависеть от напряжения v_k и их величина будет в основном определяться напряжением v_e . В области G_{10} , наоборот, R_m — мало, а R_n — велико, и, следовательно, величина токов определяется напряжением v_k . Наличие этой области отражает свойство симметрии полупроводникового триода.

Вводя проводимости

$$g_m = 1/R_m (1 - \alpha\beta), \quad g_n^* = 1/R_n (1 - \alpha\beta), \quad (4)$$

уравнения (2) можно записать в виде соотношений

$$J_k = g_m^* v_k - \alpha g_n^* v_e, \quad J_e = g_n^* v_e - \beta g_m^* v_k, \quad (5)$$

для которых области G_{mn} по-прежнему определяются неравенствами (3).

Подставим теперь в систему (1) вместо двух последних уравнений полученные соотношения (5). Тогда система будет линейной в каждой из четырех областей G_{mn} , определяемых неравенствами (3). Исключая из этой системы и неравенств (3) величины J_k и v_e и переходя к безразмерным переменным

$$\tau' = t/\sqrt{LC}, \quad X = \rho J, \quad Y' = v_k, \quad Z = \rho J_e,$$

получим:

$$\begin{aligned} Y' &= X - Y'/r_m + \alpha Z = f_1(X, Y', Z); \\ \mu(1 - k^2) \dot{X} &= -\mu r X - (\mu - k\beta g_m/g_n) Y' + \\ &+ kZ/g_n - kE_e - \mu E_k = f_2(X, Y', Z); \\ \mu^2(1 - k^2) \dot{Z} &= \mu krX + (\mu k - \beta g_m/g_n) Y' - \\ &- Z/g_n + E_e + \mu kE_k = f_3(X, Y', Z); \\ G_{mn} \{ &(-1)^m Y' \leq 0, \quad (-1)^n (Z + \beta g_m Y') \leq 0 \}, \end{aligned} \quad (6)$$

где

$$k = M/\sqrt{LL_1}, \quad \mu = \sqrt{L_1/L}, \quad \rho = \sqrt{L/C}, \quad r = r_1/\rho, \quad g_i = \rho g_i, \\ r_i = R_i/\rho \quad (i = m, n).$$

Вообще говоря, $R_m \neq R_n$ при $m = n$; поэтому при подстановке конкретных значений индексов m и n будем различать эти величины, перенося их индексы вверх. Например, R_m при $m = 0$ будет обозначаться через R_0^m . Аналогично будем поступать с другими встречающимися ниже величинами, имеющими индексы m и n .

Исследуем эту систему уравнений при малом μ . В этом случае (см. [3]) движения в фазовом пространстве X, Y', Z разобьются на „медленные“ вблизи поверхности $f_3(X, Y', Z)=0$ и „быстрые“ вдали от этой поверхности. Нетрудно усмотреть, что фазовые траектории „быстрых“ движений представляют собой параллельные оси Z полупрямые, движения по которым направлены к поверхности $f_3(X, Y', Z)=0$. Поэтому „медленные“ движения по этой поверхности будут устойчивыми, и в дальнейшем можно ограничиться рассмотрением только этих движений.

2. ИССЛЕДОВАНИЕ УРАВНЕНИЙ „МЕДЛЕННЫХ“ ДВИЖЕНИЙ

Для рассмотрения „медленных“ движений исключим Z из уравнений (6) с помощью уравнения $f_3(X, Y', Z)=0$ и введем новую переменную $Y = -Y' - rX - E_k$. Тогда получим:

$$\dot{Y} + 2\sigma\omega Y + (1 + \sigma^2)\omega^2 X = -a; \quad \dot{X} = Y; \quad (7)$$

где $G_{mn} \{(-1)^m (Y + rX + E_k) \geq 0; \quad (-1)^n (Y - E_e/h) \geq 0\}$,

$$2\sigma\omega = r + g_m - \alpha h g_n; \quad (1 + \sigma^2)\omega^2 = 1 + r g_m; \quad a = E_k g_m + \alpha E_e g_n; \quad h = k\mu.$$

Индексы у σ , ω и a не указаны, чтобы не усложнять запись уравнений.

Разбиение фазовой плоскости на области G_{mn} дано на рис. 2. Внутри каждой области уравнения (7) линейны, и, следовательно,

фазовые траектории непрерывны и имеют непрерывно вращающуюся касательную. Рассмотрим поведение фазовых траекторий при переходе через границы областей линейности. Поскольку X и Y непрерывны как линейная комбинация непрерывных величин — напряжения на конденсаторе и тока через индуктивность —, то фазовые траектории на границах непрерывны. Используя дифференциальные уравнения и уравнения

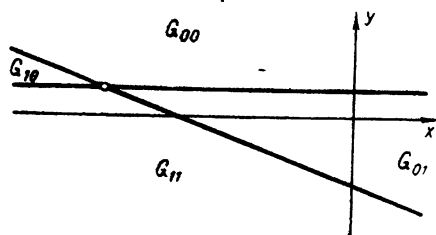


Рис. 2.

границ системы (7), легко усмотреть, что \dot{X} и \dot{Y} на границах тоже непрерывны. Следовательно, фазовые траектории на всей плоскости X, Y непрерывны и не имеют изломов.

Чтобы сделать менее громоздким дальнейшее исследование, перейдем к другим координатам и времени с помощью замены переменных:

$$\tau' = \tau/\omega; \quad Y = \omega(y + \sigma x); \quad X = x - a/\omega^2(1 + \sigma^2). \quad (8)$$

Тогда система (7) запишется так:

$$\dot{y} + \sigma y + x = 0; \quad \dot{x} + \sigma x - y = 0; \quad (9)$$

где $G_{mn} \{(-1)^m (y + k_n x + \gamma_n) \geq 0; \quad (-1)^n (y + k_m x + \gamma_m) \geq 0\}$,

$$k_n = r/\omega - \sigma; \quad k_m = -\sigma; \quad \gamma_n = (E_k - \alpha r g_n E_e)/\omega^3(1 + \sigma^2); \quad (10)$$

$$\gamma_m = -E_e/\omega h.$$

Обозначим через Γ_n и Γ_m^* границы областей G_{mn} , определяемых соответственно уравнениями*

* У Γ стоит тот индекс, который не меняется в обозначении областей при переходе границы; у величин k и γ указаны индексы границы; а индексы области у k , γ и σ опущены.

$$y + k_n x + \gamma_n = 0; \quad y + k_m x + \gamma_m = 0.$$

Как видно из уравнений (8), система уравнений (9) имеет в каждой области G_{mn} свою систему координат, в связи с чем геометрическая наглядность теряется. Поэтому для геометрической интерпретации будем по-прежнему использовать плоскость XY .

Исследуем состояние равновесия $x_0 = 0, y_0 = 0$ системы (9). Состояние равновесия находится в области G_{mn} , если выполнены неравенства

$$(-1)^m \gamma_n \geq 0; \quad (-1)^n \gamma_m \geq 0 \quad (11)$$

или (с учетом выражений для γ_n и γ_m из (10))

$$(-1)^m (E_k - \alpha r g_n E_e) \geq 0; \quad (-1)^n E_e \leq 0. \quad (12)$$

Разбиение плоскости параметров E_e и E_k на области с различным положением состояния равновесия, определяемым неравенствами (12), изображено на рис. 3. Согласно этому рисунку, состояние равновесия существует и единственно. Из уравнений (7) видно, что состояние равновесия может быть неустойчивым только в том случае, если оно находится в области G_{01} (где $h = k \mu$ мало).

Исследуем положение точек контакта, т. е. таких точек, в которых фазовые траектории касаются границ.

Координаты точки контакта на границе Γ_m :

$$\tilde{x}_m = -\frac{k_m - \sigma}{1 + k_m^2} \gamma_m; \quad \tilde{y}_m = -\frac{1 + k_m \sigma}{1 + k_m^2} \gamma_m, \quad (13)$$

на границе Γ_n :

$$\tilde{x}_n = -\frac{k_n - \sigma}{1 + k_n^2} \gamma_n; \quad \tilde{y}_n = -\frac{1 + k_n \sigma}{1 + k_n^2} \gamma_n. \quad (14)$$

Точки контакта находятся на границах области G_{mn} , если выполняются неравенства:

$$(-1)^m (\tilde{y}_m + k_n \tilde{x}_m + \gamma_n) \geq 0; \quad (-1)^n (\tilde{y}_n + k_m \tilde{x}_n + \gamma_m) \geq 0;$$

подставляя в них $\tilde{x}_m, \tilde{y}_m, \tilde{x}_n$ и \tilde{y}_n из (13) и (14), получим:

$$(-1)^m \{a_n - a_m [\cos(\varphi_n - \varphi_m) - \sigma \sin(\varphi_n - \varphi_m)]\} \geq 0; \quad (15)$$

$$(-1)^n \{a_m - a_n [\cos(\varphi_n - \varphi_m) + \sigma \sin(\varphi_n - \varphi_m)]\} \geq 0,$$

где

$$a_i = \gamma_i \cos \varphi_i; \quad \cos \varphi_i = (1 + k_i^2)^{-1/2}; \quad \sin \varphi_i = k_i (1 + k_i^2)^{-1/2} \quad (i = m, n)$$

подставляя в (15) k_i и γ_i из (10), имеем:

$$(-1)^m [(1 - r^2) E_e + h E_k] \geq 0; \quad (-1)^n [E_e + h E_k] \leq 0. \quad (16)$$

Неравенства (16) дают разбиение плоскости параметров E_e и E_k на области с различным положением точек контакта. Оно изображено на рис. 4 для $r < 1$ и показывает, что существует всего две точки контакта, которые лежат на разных границах одной области.

Теперь можно перейти к нахождению предельного цикла. Так как предельный цикл не может лежать в пределах какой-нибудь одной области, то отыскание его сводится к исследованию функций соответствия для точечных преобразований границ друг в друга. Чтобы функции соответствия были монотонны (что несколько облегчит их исследование), разобьем границы, содержащие точки контакта, на две

части — на отрезок, расположенный между точкой контакта и точкой пересечения границ, и полупрямую, находящуюся с другой стороны от точки контакта. Обозначим точки границы Γ_m через $S_{m\nu}$, а точки границы Γ_n через $S_{n\nu}$, и будем считать, что для точек отрезка $\nu = 1$, а для точек полупрямой $\nu = 0$. Тогда уравнения границ можно записать в параметрическом виде:

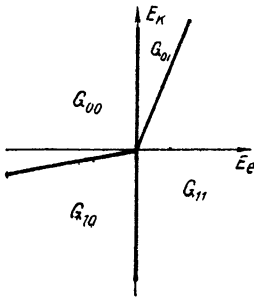


Рис. 3

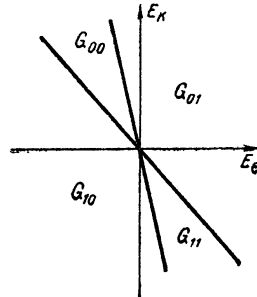


Рис. 4.

$$\Gamma_m \begin{cases} x_{m\nu} = (-1)^{m+\nu} \frac{S_{m\nu}}{\omega} \cos \varphi_m + \tilde{x}_m; \\ y_{m\nu} = -(-1)^{m+\nu} \frac{S_{m\nu}}{\omega} \sin \varphi_m + \tilde{y}_m; \end{cases} \quad (17)$$

$$\Gamma_n \begin{cases} x_{n\nu} = -(-1)^{n+\nu} \frac{S_{n\nu}}{\omega} \cos \varphi_n + \tilde{x}_n; \\ y_{n\nu} = (-1)^{n+\nu} \frac{S_{n\nu}}{\omega} \sin \varphi_n + \tilde{y}_n; \end{cases}$$

где $S_{m\nu}, S_{n\nu} \geq 0$.

Переходя к координатам X, Y с помощью преобразований (8), легко убедиться, что $S_{m\nu}$ для G_{mn} равно $S_{m\nu}$ для $G_{m\bar{n}}$ и $S_{n\nu}$ для G_{mn} равно $S_{n\nu}$ для $G_{\bar{m}n}$ (черта над индексом означает отрицание, т. е. $\bar{m} = 1 - m$ и $\bar{n} = 1 - n$).

Координаты точек границ $x_{m\nu}, y_{m\nu}$ и $x_{n\nu}, y_{n\nu}$, определяемые выражениями (17), должны удовлетворять неравенствам (9) и, следовательно,

$$\begin{aligned} & (-1)^\nu \frac{S_{m\nu}}{\omega} \sin(\varphi_n - \varphi_m) \geq - \\ & - (-1)^m \{a_n - a_m [\cos(\varphi_n - \varphi_m) - \sigma \sin(\varphi_n - \varphi_m)]\}; \\ & (-1)^\nu \frac{S_{n\nu}}{\omega} \sin(\varphi_n - \varphi_m) \geq - \\ & - (-1)^n \{a_m - a_n [\cos(\varphi_n - \varphi_m) + \sigma \sin(\varphi_n - \varphi_m)]\}. \end{aligned} \quad (18)$$

Эти неравенства дают границы для $S_{m\nu}$ и $S_{n\nu}$; из них, в частности, видно, что если точки контакта находятся на границах области G_{mn} , то $S_{\bar{m}1}$ и $S_{\bar{n}1}$ не существуют, а S_{m0} и S_{n0} существуют для всех положительных значений.

Чтобы написать выражение для преобразования произвольной точки $S_{k\xi}$ в произвольную точку $S_{l\nu}$ (где $k = m$ или n , $l = m$ или n , а $\xi = \nu$ или $\bar{\nu}$), определим, какие преобразования возможны. Фазовые траектории будут входить в область G_{mn} , если выполняются неравенства $(-1)^m [(\sigma - k_n) y_n + (1 + k_n \sigma) x_n] < 0$; $(-1)^n [(\sigma - k_m) y_m + (1 + k_m \sigma) x_m] < 0$; подставляя x_i и y_i из выражений (17), получим их в виде:

$$(-1)^m r^{n+\nu} S_{n\nu} > 0; \quad (-1)^{m+n+\nu} S_{m\nu} > 0.$$

Эти неравенства показывают, что возможны только те преобразования отрезков границ друг в друга, которые указываются следующей символической формулой:

$$S_{n\nu} \vee S_{m\bar{\nu}} \xrightarrow{\text{з}} S_{m\nu} \vee S_{n\bar{\nu}}, \quad (19)$$

где верхняя стрелка относится к четным значениям $m + n + \nu$, нижняя — к нечетным, а знак \vee означает „или“.

Решая уравнения (9) и используя то обстоятельство, что траектория в области G_{mn} пересекает границы этой области в точках, определяемых уравнениями (17), получим преобразование $S_{k\xi}$ в $S_{l\nu}$:

$$S_{k\xi} = -\omega (-1)^l \frac{a_l e^{-\sigma\tau_0} - a_k (\cos \tau + \sigma \sin \tau)}{\sin \tau}; \quad (20)$$

$$S_{l\nu} = -\omega (-1)^k \frac{a_k e^{-\sigma\tau_0} - a_l (\cos \tau - \sigma \sin \tau)}{\sin \tau},$$

где $\tau = \tau_0 + \varphi_k - \varphi_l$, $a_k = \gamma_k \cos \varphi_k$, $a_l = \gamma_l \cos \varphi_l$, τ_0 — время пробега изображающей точки из $S_{k\xi}$ в $S_{l\nu}$, которое принимает такие значения в промежутке $0 \leq \tau_0 < 2\pi$, чтобы обеспечивалась положительность $S_{k\xi}$ и $S_{l\nu}$ и выполнялось условие (18), k, l и ξ — произвольные индексы, непротиворечащие условию (19). Преобразование (20) написано для действительных значений σ и ω ; однако оно справедливо и для мнимых значений, если заменить круговые функции τ гиперболическими. Выражение для производной функции соответствия $S_{l\nu} = f(S_{k\xi})$, даваемой уравнениями (20),

$$\frac{dS_{l\nu}}{dS_{k\xi}} = \frac{S_{k\xi}}{S_{l\nu}} e^{-l\sigma\tau_0} \quad (21)$$

показывает, что все функции соответствия монотонно увеличиваются с ростом $S_{k\xi}$.

Рассмотрим теперь частный (практически наиболее интересный) случай, когда состояние равновесия находится в области G_{01} , а точки контакта на ее границах (см. условия (11) и (16)). Кроме того, будем считать, что предельный цикл не заходит в область G_{10} , т. е. выполняются условия (18) для $m = 0, n = 1$ и $\nu = 1$. Для этого случая введем новые обозначения:

$$\sigma = -\sigma_{01}, \quad \sigma_1 = \sigma_{00}, \quad c_2 = \sigma_{11}, \quad \varphi_0 = \varphi_{01}^m, \quad \varphi_1 = \varphi_{01}^n, \quad (22)$$

$$\zeta_1 = -\omega_{00} a_{00}^m / \omega_{01} a_{01}^m, \quad \zeta_2 = \omega_{11} a_{11}^n / \omega_{01} a_{01}^n, \quad a = -a_{01}^n, \quad b = a_{01}^n e^{\sigma(\tau_0 - \tau_1)},$$

а также

$$S_2 = \frac{S_{00}^m}{\omega_{01}}; \quad S_1 = \frac{S_{01}^m}{\omega_{01}}; \quad S_3 = \frac{S_{10}^n}{\omega_{01}} e^{\sigma(\tau_0 - \tau_1)}; \quad S_4 = \frac{S_{11}^n}{\omega_{01}} e^{\sigma(\tau_0 - \tau_1)}. \quad (23)$$

Легко убедиться, что все вновь введенные величины (22) положительны кроме σ ; σ будет отрицательной в том случае, когда не вы-

полняется условие самовозбуждения для уравнений (7). Возможные преобразования для рассматриваемого случая даются формулой (19) и схематически показаны на рис. 5.

Обозначим преобразование точки S_i в точку S_j через T_{ij} , а функцию соответствия для этого преобразования через $S_j = f_{ij}(S_i)$. Выражение этой функции в параметрическом виде можно получить из уравнений (20) путем замены параметров и переменных согласно уравнениям (22) и (23). Параметр τ , входящий в уравнения (20), обозначим через τ_{ij} , а функцию соответствия для последовательных преобразований типа $S_j = f_{ij}(S_i)$ от точки S_i к точке S_j , от S_j к S_k и т. д. (с начальной точкой S_i и конечной S_l), обозначим через $S_l = F_{il}(S_i)$.

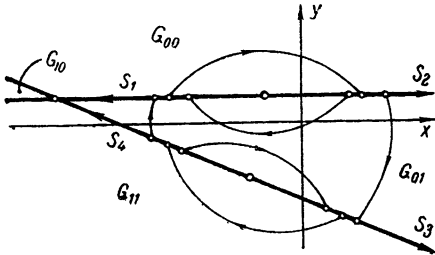


Рис. 5.

Исследование функций соответствия $S_j = f_{ij}(S_i)$ показало следующее.

Функции соответствия $S_2 = f_{12}(S_1)$ и $S_4 = f_{34}(S_3)$ проходят через начало координат с угловым коэффициентом, равным единице, и имеют асимптоты

$$S_2 = e^{-\tau_1 \tau} S_1 + 2a\tau_1 \sigma_1 (1 + e^{-\tau_1 \tau}); \quad S_4 = e^{-\tau_2 \tau} S_3 + 2b\tau_2 \sigma_2 (1 + e^{-\tau_2 \tau}).$$

Функции соответствия $S_3 = f_{13}(S_4)$, $S_1 = f_{11}(S_4)$, $S_1 = f_{21}(S_2)$ и $S_3 = f_{13}(S_4)$ имеют асимптоты

$$S_3 = S_2 + 2\sigma(a + b); \quad S_1 = S_4 + 2\sigma(a + b);$$

$$S_1 = e^{\tau \sigma} S_2 + 2a\sigma(1 + e^{\tau \sigma}); \quad S_3 = e^{\tau \sigma} S_4 + 2b\sigma(1 + e^{\tau \sigma})$$

и пересекают одну из осей в точке S^0 . Величина S^0 в зависимости от параметра a определяется графиками рис. 6а при $\sigma > 0$ и рис. 6б при $\sigma < 0$.

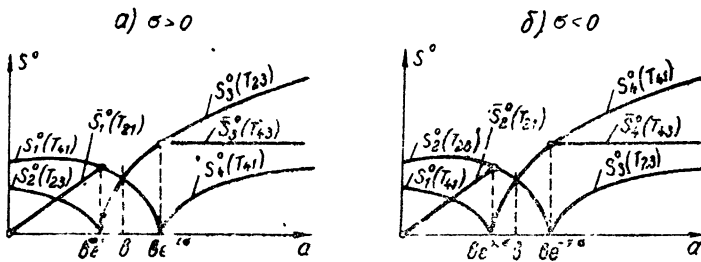


Рис. 6.

Функция соответствия $S_1 = f_{21}(S_2)$ (и $S_3 = f_{43}(S_4)$) проходит через точку с координатами $S_1 = S_1^0$, $S_2 = S_2^0$ ($S_3 = S_3^0$, $S_4 = S_4^0$) и при $S_1 > S_1^0$, $S_2 > S_2^0$ ($S_3 > S_3^0$, $S_4 > S_4^0$) не существует (S_1^0 , S_2^0 , S_3^0 , S_4^0 — координаты точек пересечения функций соответствия $S_1 = f_{41}(S_4)$, $S_3 = f_{23}(S_2)$ и $S_3 = f_{23}(S_2)$, $S_1 = f_{11}(S_1)$ с соответствующими осями S_1 , S_2 и S_3 , S_4).

Так как $S_i, S_j \geq 0$, то все графики функций соответствия можно построить на одном чертеже. Возможные варианты их для различных значений параметров представлены на рис. 7.

3. СУЩЕСТВОВАНИЕ, ЕДИНСТВЕННОСТЬ И УСТОЙЧИВОСТЬ ПРЕДЕЛЬНОГО ЦИКЛА

Прежде чем приступить к выяснению вопроса о существовании, единственности и устойчивости предельного цикла, сделаем три геометрически очевидных утверждения.

1. Для значений параметров, удовлетворяющих неравенствам $\sigma < 0$, $a < be^{\pi\sigma}$ и $\sigma > 0$, $a < be^{-\pi\sigma}$. при $S_2 = S_2^0$ преобразование T_{21} переходит в последовательность преобразований $T_{23} T_{34} T_{41}$ (см. рис. 7а, б, е); при этом функция соответствия $S_1 = F_{21}(S_2)$ в точке $S_2 = S_2^0$ непрерывна (т. е. $F_{21}(S_2^0 + 0) = F_{21}(S_2^0 - 0)$) и $\tau_{34}(S_2^0) = 0$, $\tau_{21}(S_2^0) = \tau_{23}(S_2^0) + \tau_{41}(S_2^0)$.

2. Из справедливости первого утверждения следует непрерывность производной функции соответствия $S_1 = F_{21}(S_2)$ в точке $S_2 = S_2^0$, так как для преобразования T_{21} выражение для производной имеет вид

$$dS_1/dS_2 = (S_2/S_1) e^{2\sigma\tau_{21}},$$

а для последовательности преобразований $T_{23} T_{34} T_{41}$ —

$$dS_1/dS_2 = (S_2/S_1) e^{2[\sigma(\tau_{23} + \tau_{41}) - \sigma_2\tau_{12}]}$$

Оба эти утверждения справедливы и для преобразования T_{43} при переходе его в последовательность преобразований $T_{41} T_{12} T_{23}$ (см. рис. 7г, д, з).

3. При $\sigma > 0$ и $be^{-\pi\sigma} < a < be^{\pi\sigma}$ (для $a < be^{\pi\sigma}$ при $S_1 > S_1^0$, для $a > be^{\pi\sigma}$ при $S_1 < S_1^0$) функция $\vartheta(S_1) = \sigma(\tau_{23} + \tau_{41}) - \sigma_1\tau_{12} - \sigma_2\tau_{34}$ монотонно убывает с ростом S_1 , так как τ_{23} и τ_{41} убывают, а τ_{12} и τ_{34} растут.

Теперь, зная поведение функций соответствия $S_j = f_{ij}(S_i)$ (рис. 7) и используя сделанные выше утверждения, можно исследовать поведение функции последования $S'_i = F_{ii}(S_i)$. Это исследование проведем для каждого варианта отдельно.

I. $\sigma < 0$.

а) $be^{\pi\sigma} < a < be^{-\pi\sigma}$ (этот вариант представлен на рис. 7ж). Кривая $S'_1 = F_{11}(S_1)$ пересекает ось S_1 , монотонно растет с ростом S_1 и имеет производную $dS'_1/dS_1 < 1$ для всех значений S_1 . Следовательно, она не пересекает биссектрисы координатного угла и предельного цикла нет — все фазовые траектории идут к единственному и устойчивому состоянию равновесия.

б) $a < be^{\pi\sigma}$ (см. рис. 7е) и $a > be^{-\pi\sigma}$ (см. рис. 7з). Эти два случая аналогичны случаю а), если учесть сделанное выше утверждение 1. Здесь состояние равновесия также глобально устойчиво.

II. $\sigma > 0$, $be^{-\pi\sigma} < a < be^{\pi\sigma}$ (см. рис. 7в).

В этом случае кривая $S'_1 = F_{11}(S_1)$ пересекает ось S'_1 , монотонно растет с ростом S_1 и имеет асимптоту с угловым коэффициентом, меньшим единицы. Последнее указывает на существование хотя бы одного пересечения кривой $S'_1 = F_{11}(S_1)$ с биссектрисой координатного угла. Пересечение может быть только одно, так как $\vartheta(S_1)$ монотонно убывает (см. утверждение 3) и первое пересечение имеет коэффициент наклона меньше единицы (т. е. $\vartheta(S_1) < 0$). Следовательно, в этом случае существует единственный и устойчивый предельный цикл.

III. $\sigma > 0$, $a < be^{-\pi\sigma}$ (рис. 7а и б).

Этот случай подразделяется на два варианта: а) Кривая $S'_1 = F_{11}(S_1)$ не пересекает биссектрису координатного угла при $S_1 < S_1^0$ (см. рис. 7б). При этом, как и в случае II, будет единственное пере-

сечение (при $S_1 > S_1^0$). б) Кривая $S_1' = F_{11}(S_1)$ пересекает биссектрису координатного угла при $S_1 < S_1^0$ (см. рис. 7а). Тогда, согласно утверждениям 1, 2 и 3, пересечений при $S_1 > S_1^0$ не будет, что свидетельствует о наличии единственного устойчивого предельного цикла, но уже при $S_1 < S_1^0$.

IV. $\sigma > 0$, $a > be^{-\pi\sigma}$ (см. рис. 7 г, д).

Этот случай аналогичен предыдущему.

Разбиение плоскости параметров σ и a/b на области различного качественного поведения системы представлено на рис. 8, где области обозначены теми же цифрами, которыми пронумерованы рассмотренные выше варианты. На основе этого разбиения можно сделать некоторые выводы о работе генератора.

При $\sigma < 0$ генератор не возбужден и предельного цикла не существует. При переходе оси a/b ($\sigma = 0$) состояние равновесия становится неустойчивым и возникает предельный цикл конечного „радиуса“ (так как он должен выйти за пределы области G_{01}). Такая бифуркация является неизбежной при кусочно-линейной идеализации (если состояние равновесия находится не на границе области линейности); на опыте она наблюдается только в том случае, если реальные характеристики по форме близки к кусочно-линейным. Как показывают экспериментальные данные, в рассмотренном генераторе этот режим возбуждения существует.

Если параметры находятся в области IIIб или IVб, то предельный цикл расположен в двух областях G_{01} и G_{00} (G_{01} и G_{11}). Если параметры находятся в одной из областей II, IIIа или IVа, то предельный цикл расположен в трех областях G_{01} , G_{00} и G_{11} . Область параметров II отличается от областей IIIа и IVа только процессом установления предельного цикла.

Если в области параметров IIIб приближаться к оси σ , то „радиус“ предельного цикла уменьшается и при $\sigma = 0$ предельный цикл стягивается к состоянию равновесия, передавая ему свою устойчивость; при этом само состояние равновесия переходит границу области G_{01} . На этом отрезке оси σ ($0 < \sigma < \sigma_1$) режим возбуждения генератора мягкий.

Другая картина будет при переходе оси σ в области IIIа. В этом случае предельный цикл не стягивается к состоянию равновесия, а продолжает пересекать три области. При $\sigma > \sigma_1$ имеет место жесткий режим возбуждения—предельный цикл пропадает при некотором отрицательном значении a , вновь же возникает при $a = 0$. Все выше изложенное относительно границы $a = 0$ справедливо и применительно к границе $b = 0$.

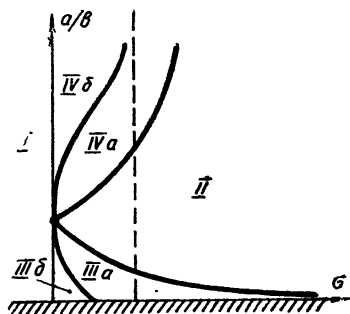


Рис. 8.

ЛИТЕРАТУРА

1. Л. Н. Капцов, Радиотехника и электроника, 2, 1127 (1957).
2. Дж. Эберс и Дж. Молл, Вопросы радиолокационной техники, 4, 113 (1955).
3. Н. А. Железцов, Изв. высш. уч. зав.—Радиофизика, 1, 1, 67 (1958).