

ОПТИМАЛЬНЫЕ ПАРАМЕТРЫ РАДИОМЕТРА

А. Н. Малахов

Рассмотрен вопрос о выборе параметров радиометра, таких как форма полосы пропускания, величина полосы пропускания, величина связи кристаллического детектора с лампой и т. д., приводящих к максимальной чувствительности радиометра.

Показано, например, что соответствующим выбором параметров можно получить чувствительность радиометра, равную (для постоянной времени 1 сек) 0,6°К.

1. Общеизвестно выражение для чувствительности модуляционного или компенсационного радиометра [1]*

$$\Delta T = \frac{NT}{B} \left(2\Delta\Phi \int_0^{\infty} \varphi^1(f) df \right)^{1/2} \equiv \frac{NT}{Q}, \quad (1)$$

где ΔT — минимально обнаружимое приращение температуры T входного импеданса радиометра, N — шум-фактор радиометра, отнесенный к T , Q — модуляционный (или компенсационный) выигрыш радиометра, $\varphi(f)$ — модуль высокочастотной характеристики** радиометра (функция $\varphi(f)$ нормирована, так что $\max \varphi(f) = \varphi(f_0) = 1$), $\Delta\Phi$ — энергетическая полоса низкочастотной части радиометра,

$$B = \int_0^{\infty} \varphi^2(f) df \quad (2)$$

— энергетическая полоса высокочастотной части радиометра.

Выражение (1) справедливо только в том случае, если считать, что спектральная плотность собственных шумов усилителя, пересчитанная на вход, постоянна в полосе усилителя. В действительности, однако, это не так, а именно, спектральная плотность собственных шумов, перечисленных на вход, зависит от частоты. Это связано с тем, что имеются источники шума, дающие заметный вклад в шум-фактор и стоящие после селективных (входных) цепей (например, шум лампы). Для того, чтобы учесть эту неравномерность собственных перечисленных на вход шумов, необходимо оперировать с дифференциальным шум-фактором N_f , определенным как отношение мощностей (сигнал/шум)_{вход} / (сигнал/шум)_{выход} для бесконечно малой полосы частот от f до $f + df$.

Нетрудно показать, что N_f связан с обычным шум-фактором N следующим соотношением, справедливым для произвольного четырех-полюсника, имеющего частотную характеристику (модуль) $\varphi(f)$:

$$N = \frac{1}{B} \int_0^{\infty} N_f \varphi^2(f) df, \quad (3)$$

* В пренебрежении флюктуациями параметров усилителя.

** В случае приемника прямого усиления $\varphi(f)$ определяется входными каскадами ВЧ, а в случае супергетеродинного — входными каскадами УПЧ

т. е. что N есть усредненный по полосе шум-фактор N_f . Оперирова с N_f , можно получить вместо (1) следующее, более точное выражение для чувствительности радиометра:

$$\Delta T = \frac{T}{B} \left(2\Delta\Phi \int_0^{\infty} N_f^2 \varphi^4(f) df \right)^{1/2}, \quad (4)$$

совпадающее с (1) при $N_f = N = \text{const}$.

Выражение (4) с учетом (2) позволяет поставить вопрос о таком выборе $\varphi(f)$ (при заданном N_f), который минимизирует ΔT , т. е. вопрос об оптимальной форме ВЧ полосы пропускания радиометра. Разумеется, при этом следует требовать, чтобы сама полоса пропускания была постоянной, т. е. $B = \text{const}$.

Легко видеть, что отыскание оптимальной формы сводится к решению вариационной задачи на минимум интеграла

$$\int_0^{\infty} N_f^2 \varphi^4(f) df$$

при постоянстве другого интеграла

$$\int_0^{\infty} \varphi^2(f) df = B = \text{const}.$$

Решая эту вариационную задачу обычными методами, можно получить для искомой функции выражение

$$\varphi(f) = A/N_f, \quad (5)$$

где A — некоторая постоянная.

В общем случае N_f имеет на частоте f_0 минимальное значение $N_{f_0} \equiv N_{\text{мин}}$ (обычно f_0 — это центральная частота полосы пропускания усилителя, для которой $\varphi(f_0) = 1$). Тем самым имеем окончательное выражение для оптимальной частотной характеристики:

$$\varphi_{\text{опт}}(f) = \begin{cases} N_{\text{мин}}/N_f & (f_1 \leq f \leq f_2) \\ 0 & (f_2 < f < f_1) \end{cases}, \quad (6)$$

где f_1, f_2 определяются величиной полосы B :

$$B = \int_{f_1}^{f_2} \varphi_{\text{опт}}^2(f) df. \quad (7)$$

Легко видеть, что если $N_f = N$, то оптимальной формой полосы пропускания является прямоугольник.

Достижение максимальной чувствительности в случае (5) объясняется тем, что при той же полосе усилителя лучше пропускаются (большое $\varphi(f)$) частотные участки с малыми шумами (малое N_f) и слабее пропускаются (меньшее $\varphi(f)$) участки с большими шумами (большое N_f).

Определим теперь чувствительность приемника при оптимальной форме полосы пропускания. Из (4) с учетом (6) и (7) можно получить:

$$\Delta T_{\text{опт}} = N_{\text{мин}} T \sqrt{2\Delta\Phi/B} \equiv N_{\text{мин}} T/Q. \quad (8)$$

Если не вводить N_f , а оперировать лишь с N , то, как легко получить из (1), для прямоугольной полосы усилителя

$$\Delta T = NT/Q'. \quad (9)$$

Таким образом, при оптимальном выборе формы полосы усилителя, согласно (8), чувствительность приемника определяется не усредненным шум-фактором N , а минимальным значением N_{\min} , который всегда меньше первого. Как показывают оценки, для широкополосных усилителей ($B \approx 20 \div 30$ мГц) N_{\min} может быть меньше N примерно на 25÷30%. Следовательно, выбором оптимальной формы полосы широкополосного приемника можно повысить чувствительность схемы на 25÷30%.

Будем в дальнейшем считать, что $\Delta\Phi = 0,5$ гц (постоянная времени выходного прибора τ равна 1 сек). В этом случае, выражая B в мГц, полагая $T = 300^\circ\text{K}$ и вводя для простоты записи новое обозначение

$$\Theta \equiv (\Delta T_{\text{опт}})_{\tau=1 \text{ сек}}, \quad (10)$$

получим, что чувствительность приемника численно равна

$$\Theta = 0,3N_{\min} / \sqrt{B}. \quad (11)$$

Например, у обычных сантиметровых приемников $N = 25, B = 10$ мГц, тем самым $\Theta = 2,4^\circ\text{K}$.

Следует отметить, что при отыскании оптимальной формы полосы мы считали N_f и $\varphi(f)$ независимыми. В общем случае это, конечно, неверно. Они могут быть независимыми, например, тогда, когда $\varphi(f)$ определяется не первыми каскадами (дающими наибольший шумовой вклад и, следовательно, определяющими N_f), а последующими. Обычно же N_f и $\varphi(f)$ определяются первыми каскадами. В связи с этим интересно рассмотреть, насколько N_f и $\varphi(f)$ близки к оптимальному соотношению.

Рассмотрим для определенности входной каскад, эквивалентная схема которого представлена на рис. 1. Нетрудно найти, что для этой схемы

$$N_f = N_{\min} + R_{\text{ш}} b^2(f)/g_r, \quad (12)$$

где

$$N_{\min} = 1 + g_k / g_r + R_{\text{ш}} (g_r + g_k)^2 / g_r, \quad (13)$$

$b(f) = 2\pi C (f^2 - f_0^2) / f$ — полная реактивность входной цепи, f_0 — резонансная частота, g_r, g_k — активные проводимости генератора и контура, $R_{\text{ш}}$ — эквивалентное шумовое сопротивление первой лампы, C — полная емкость входной цепи. Отсюда

$$N_{\min} / N_f = N_{\min} / [N_{\min} + R_{\text{ш}} b^2(f) / g_r]. \quad (14)$$

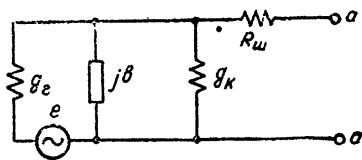


Рис. 1.

С другой стороны, можно показать, что

$$\varphi(f) = (g_r + g_k) / \sqrt{(g_r + g_k)^2 + b^2(f)}. \quad (15)$$

Сравнение (14) и (15) показывает, что соотношение (6) выполняется для рассматриваемой схемы рис. 1 лишь приближенно. Более детальный анализ показывает, что чувствительность этой схемы равна примерно (для реальных параметров схемы)

$$\Theta = 0,33 N_{\min} / \sqrt{B}, \quad (16)$$

т. е. что существующая зависимость между $\varphi(f)$ и $N_{\text{мин}}/N_f$ входной цепи близка к оптимальной.

Из этого, в частности, следует, что последующие каскады не должны сужать ВЧ полосу приемника; она должна определяться только входной цепью (т. е. той цепью, которая дает основной шум), поскольку в противном случае соотношение между $\varphi(f)$ и $N_{\text{мин}}/N_f$ будет далеко от оптимального.

2. Перейдем к последующему анализу, считая, что условие (6) достаточно хорошо выполнено. Нетрудно видеть, что в общем случае $N_{\text{мин}}$ и B взаимозависимы. Например, потери входного контура (например, за счет нагрузки входом) увеличивают и $N_{\text{мин}}$ и B . Тем самым возникает вопрос об оптимальных соотношениях между $N_{\text{мин}}$ и B , дающих минимум Θ .

Рассмотрим эквивалентную схему первых двух каскадов приемника (рис. 2). Здесь g_i — приведенная к сетке активная проводимость генератора (если перед усилителем находится кристаллический смеситель, то g_i — приведенная активная проводимость кристалла), g_k —

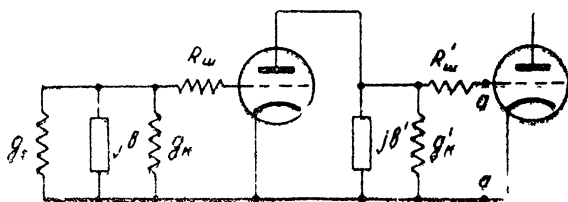


Рис. 2.

полная активная проводимость контура, включающая в себя активную проводимость входа лампы, потери самого контура и т. п., b — полная реактивная проводимость, включающая в себя входную емкость лампы, емкость контура, емкость монтажа, а также перечисленная реактивность входной цепи (например, емкость кристалла), $R_{\text{ш}}$ — эквивалентное сопротивление шумов лампы. Параметры b' , g_k' , $R_{\text{ш}}'$ относятся к цепи между первой и второй лампой; R_i , S — внутреннее сопротивление и крутизна первой лампы.

Разумно предполагать, что первые два каскада дают усиление, достаточное для того, чтобы можно было пренебречь шумами последующих каскадов.

Можно показать, что дифференциальный шум-фактор рассмотренных первых двух каскадов усилителя (до точек aa') равен

$$N_f' = 1 + g_k g_i^{-1} + |g_i + g_k + ib|^2 g_i^{-1} [R_{\text{ш}} + g_k' S^{-2} + R_{\text{ш}}' S^{-2} |R_i^{-1} + g_k' + ib'|^2]. \quad (17)$$

Настроим оба контура в резонанс на центральной частоте f_0 . В этом случае $b = b' = 0$ и шум-фактор N_f' принимает минимальное значение

$$N_{\text{мин}}' = 1 + g_k g_i^{-1} + (g_i + g_k)^2 g_i^{-1} [R_{\text{ш}} + g_k' S^{-2} + R_{\text{ш}}' S^{-2} (R_i^{-1} + g_k')^2]. \quad (18)$$

*Т. е. будем считать, что полоса супергетеродинного приемника определяется первым каскадом УПЧ.

Для удобства последующего анализа выразим этот шум-фактор в безразмерных величинах. Для этого введем следующие безразмерные величины:

$$x = g_r R_{ш}; \quad n = R'_{ш} / R_{ш}; \quad (19)$$

$$y = g_k R_{ш}; \quad d = 1 - R_{ш} / R_i S^2; \quad s = S R_{ш}.$$

Примем также, что

$$R_i^{-1} + g'_k = g_r + g_k, \quad (20)$$

т. е. что полные потери второго контура равны полным потерям первого контура. В этом случае минимальный шум-фактор усилителя будет равен

$$N'_{мин} = 1 + \frac{y}{x} + \frac{(x+y)^2}{x} \left[d + \frac{x+y}{s^2} + \frac{n}{s^2} (x+y)^2 \right] \quad (21)$$

или, считая фиксированной величину y и вводя обозначение $x+y=\lambda$,

$$N'_{мин} = \frac{\lambda + d\lambda^2 + s^{-2}\lambda^3 + ns^{-2}\lambda^4}{\lambda - y}. \quad (22)$$

Если считать первую лампу триодом, то, как известно (см., например, [2]), для триода

$$R_{ш} \approx 3/S. \quad (23)$$

Это значит, что $s^2 \approx 9$. Считая, что лампа шумит даже несколько больше, можно для последующих расчетов принять, что $s^2 = 10$. Вместе с тем, нетрудно видеть, что $n \approx 1$ и $d \approx 1$ ($R_{ш} \ll 10 R_i$) и, следовательно,

$$N'_{мин} = \frac{1}{\lambda - y} \left(\lambda + \lambda^2 + 0,1\lambda^3 + 0,1\lambda^4 \right). \quad (24)$$

Предположим теперь, что перед первым каскадом стоит смеситель на кристалле. В этом случае минимальный шум-фактор всего приемника будет равен, как известно,

$$N_{мин} = (t + N'_{мин} - 1)/G, \quad (25)$$

где t — относительная эквивалентная шумовая температура кристалла, G — его потери преобразования.

Собирая вместе (24) и (25), обозначая $t' = t - 1$ и подставляя результат в (11), получим окончательное выражение для чувствительности приемника:

$$\Theta = 0,3 \left(-t'y + t\lambda + \lambda^2 + 0,1\lambda^3 + 0,1\lambda^4 \right) / G(\lambda - y) \sqrt{B}. \quad (26)$$

Необходимо теперь решить, при каком значении λ (т. е. при какой величине g_r при заданной g_k) величина Θ будет минимальной. Однако, прежде чем искать это оптимальное значение $\lambda = \lambda^*$, следует записать более подробно выражение для полосы пропускания B . Дело в том, что B зависит от $g_r + g_k$, т. е., в сущности, $B = B(\lambda)$, и поэтому минимум для Θ (максимум чувствительности приемника) не будет совпадать с минимумом $N_{мин}$ (с минимальным шум-фактором приемника).

Полоса первого контура УПЧ (совпадающая, согласно вышеизложенному, с полосой всего приемника) равна, тем самым,

$$B = (g_r + g_k) / 2C, \quad (27)$$

где $C = C_r + C_k$, C_r — перечисленная емкость генератора (в частности, перечисленная емкость кристаллического смесителя), C_k — емкость контура, составленная из емкости монтажа и входной емкости лампы. Емкость $C_r = C_{кр} m$, где $C_{кр}$ — емкость кристаллического смесителя, а m — коэффициент пересчета.

С другой стороны,

$$m = R_{кр} g_1 - (R_{кр} / R_{ш}) x, \quad (28)$$

где $R_{кр}$ — сопротивление кристалла, пересчитываемое в g_1 .

Вводя обозначения

$$\delta = \tau_{кр} / C_k R_{ш}, \quad \rho = 1 - \delta y, \quad \tau_{кр} = C_{кр} R_{кр}, \quad (29)$$

можно записать (27) в виде

$$B = \delta \lambda B_{кр} / (\rho + \delta \lambda), \quad (30)$$

где $B_{кр} = (2\pi\tau_{кр})^{-1}$ — некоторая характеристическая полоса пропускания, определяемая параметрами кристалла. Подставляя (30) в (26), получим:

$$\Theta = \varepsilon(t, y, \lambda) \Theta_0, \quad (31)$$

где

$$\varepsilon(t, y, \lambda) = \frac{-t'y + t\lambda + \lambda^2 + 0,1\lambda^3 + 0,1\lambda^4}{(\lambda - y) \sqrt{\lambda}} \sqrt{\rho + \delta \lambda}; \quad (32)$$

$$\Theta_0 = 0,3 G^{-1} (\delta B_{кр})^{-1/2}. \quad (33)$$

Исследуя функцию $\varepsilon(t, y, \lambda) = \varepsilon(t, y, x + y)$ на минимум, нетрудно получить следующее.

Во-первых, $\varepsilon(t, y, \lambda)$ будет тем меньше, чем меньше y . Поскольку $y = g_k R_{ш}$, мы приходим к известному требованию минимальных потерь входного контура (включая потери входа лампы) и малых шумов лампы.

Во-вторых, для нахождения $\lambda = \lambda^*$, обращающего $\varepsilon(t, y, \lambda)$ в минимум при фиксированном y : $\varepsilon_{\min} = \varepsilon(t, y, \lambda^*)$, достаточно решить уравнение $d\varepsilon/d\lambda = 0$, которое сводится к уравнению:

$$\begin{aligned} & 0,6 \delta \lambda^6 + [0,5 \rho + 0,4 \delta (1 - 2y)] \lambda^5 + \\ & + \left[0,3 \rho \left(1 - \frac{7}{3} y \right) + 2\delta (1 - 0,3 y) \right] \lambda^4 + \left[\rho \left(1 - \frac{1}{2} y \right) - 4\delta y \right] \lambda^3 = \quad (34) \\ & = [\rho(t + 3y) + 2\delta y] \lambda^2 + \rho y (3 - 2t) \lambda + (t - 1) \rho y^2, \end{aligned}$$

положительным корнем которого (при $\lambda > y$) является λ^* .

Численные значения λ^* в зависимости от y и δ при выбранном значении $t = 2$ приведены в таблице 1.

Таблица 1

$\delta \backslash y$	$\leq 0,05$	0,1	0,15	0,2	0,3
0,25	0,93	0,99	1,05	1,1	1,22
0,5	0,83	0,89	0,94	1,0	1,13
1,0	0,71	0,77	0,83	0,89	1,01
1,5	0,63	0,69	0,75	0,82	0,94
2,0	0,58	0,64	0,70	0,77	0,89
2,5	0,54	0,60	0,67	0,73	0,86

Таким образом, задавая параметры кристалла t , G , $C_{кр}$, $R_{кр}$, параметры входного контура (вместе с лампой) g_k , C_k и параметры лампы $R_{ш}$, S , следует (определив y и δ) найти из таблицы 1 λ^* , а затем из формулы (32) $\epsilon_{мин}$. По параметрам кристалла следует определить $B_{кр}$ и Θ_0 . Тогда из формул (30) и (31) можно, наконец, получить оптимальную чувствительность радиометра $\Theta^* = \Theta(\lambda^*)$, реализуемую при оптимальной полосе $B^* = B(\lambda^*)$.

Рассмотрим теперь, при какой связи кристалла с входным контуром реализуется оптимальная чувствительность Θ^* . Нетрудно видеть, что активное перечисленное во входной контур сопротивление генератора $R_r^* = 1/g_r^*$, дающее Θ^* , определяется формулой (см. (19) и (23))

$$R_r^* = 3/(\lambda^* - y)S, \tag{35}$$

из которой следует, что $R_r^* \sim 1/S$.

Рассмотрим, например, лампу с $S = 30 \text{ ма} \cdot \text{в}^{-1}$ и возьмем $y \leq 0,05$. Из (35) легко найти, что при $\delta = 0,25$ $R_r^* = 110 \text{ ом}$, при $\delta = 1,0$ $R_r^* = 140 \text{ ом}$, при $\delta = 2,5$ $R_r^* = 190 \text{ ом}$. Если у нас $R_{кр} = 150 \text{ ом}$, то это значит, что при $\delta = 0,25$ связь, (например, автотрансформаторная) кристалла с контуром должна работать на понижение, а при $\delta = 2,5$ на повышение для достижения оптимальной чувствительности Θ^* . При $\delta = 1,0$ кристалл может быть прямо связан с контуром. Работа на понижение должна быть, как видно из (35), только для ламп с большой крутизной, т. е. только для слабо шумящих ламп.

Физическая необходимость работы автотрансформаторной связи на понижение для достижения максимальной чувствительности приемника может быть объяснена следующим образом.

Рассмотрим предельный случай, когда $R_{ш} = 0$. В этом случае шум-фактор приемника не зависит от величины связи кристалла с контуром. Для повышения чувствительности приемника остается, следовательно, лишь увеличивать сколь угодно полосу, что и достигается при шунтировании кристаллом входного контура. Чем сильнее связь, тем сильнее шунтируется контур, тем больше его полоса и тем больше, следовательно, чувствительность приемника. Таким образом, чем меньше $R_{ш}$ (чем больше S), тем сильнее должна быть связь кристалла с контуром для достижения максимальной чувствительности приемника.

3. В качестве примера конкретного применения указанных выше расчетов оптимальных параметров радиометра приведена таблица 2 для гетеродинного приемника с кристаллическим детектором, имею-

Таблица 2

	6С3П	6С4П	6С15П	6Ж1П	6Ж9П	6Ж11П
y	0,064	0,14	0,074	0,2	0,17	0,11
δ	0,81	0,6	1,0	0,45	0,83	1,1
λ^*	0,76	0,9	0,73	1,0	0,85	0,75
x^*	0,70	0,76	0,654	0,82	0,68	0,64
$\epsilon_{мин}$	4,35	4,38	4,6	4,35	4,7	4,75
B^* (мгц)	28	26,6	32	23,6	32	34
Θ^* (°К)	0,69	0,80	0,65	0,93	0,74	0,65
$N'_{мин}$	2,0	2,43	2,0	2,7	2,47	2,17
$N_{мин}$	12	13,7	12	14,8	14	12,7
R_r^* (ом)	290	200	100	620	220	155

щим параметры $t=2$, $G=1/4$, $R_{кр}=150$ ом, $C_{кр}=15$ пф, и УПЧ, собранного на лампах 6СЗП, 6С4П, 6С15П, 6Ж1П, 6Ж9П, 6Ж11П, причем последние три пентода включены в триодном режиме. Значения u и δ получены на основании измеренных значений входных импедансов указанных ламп на центральной частоте УПЧ, равной 60 мгц. Кроме оптимальных значений λ^* , B^* , Θ^* , R_r , в таблице 2 указаны значения шум-фактора УПЧ $N'_{мин}$ и шум-фактора всего приемника $N_{мин}$ (см. (22) и (25)), при которых реализуется оптимальная чувствительность радиометра.

Аналогичные расчеты можно провести и для пентодного включения ламп, стоящих в первых каскадах УПЧ, причем оказывается, что включение лампы пентодом дает не худшую, а подчас и лучшую чувствительность.

Так, например, если использовать пентод 6Ж9П ($R_{ш}=350$ ом, $S=17,5$ ма·в⁻¹, $C_{ex}=8,5$ пф, $R_{вх}=5$ ком), то при прочих равных условиях получают следующие данные: $\delta=1,3$, $u=0,07$, $B^*=34$ мгц, $\Theta^*=0,6^\circ$ К. Лучшая (по сравнению с 6С15П) чувствительность объясняется тем, что хотя у 6Ж9П S меньше, а $R_{ш}$ больше, чем у 6С15П, $C_{вх}$ значительно меньше, а $R_{вх}$ больше соответствующих величин у 6С15П, что и играет решающую роль в величине оптимальной чувствительности.

В заключение следует отметить, что В. В. Хрулевым была измерена экспериментально на лампе 6С15П величина оптимальной чувствительности радиометра, которая хорошо совпала с теоретическим значением.

Выражаю искреннюю благодарность И. Л. Берштейну и В. С. Троицкому за ценные указания при составлении статьи.

ЛИТЕРАТУРА

1. В. С. Троицкий, ЖТФ, **21**, 994 (1951).
2. В. И. Си ф о р о в, Радиоприемники сверхвысоких частот, Воениздат, М., 1955.

Научно-исследовательский радиофизический институт
при Горьковском университете

Поступила в редакцию
25 мая 1959 г.