

типа изображенной на рис. 1. При этом две волны — необыкновенная (или обыкновенная) и плазменная — представляют собой части одной и той же дисперсионной кривой.

Получим теперь формулы для затухания рассматриваемых волн. Полагая в (4) $p = -i\omega - \gamma$, при $\gamma \ll \omega$ мы во втором приближении получаем

$$\begin{aligned} \frac{\gamma}{\omega} &= \sqrt{\frac{\pi}{\epsilon}} \left[\left(\frac{m \omega^2}{2\chi T_e k^2} \right)^{3/2} \frac{M}{m} + \left(\frac{M \omega^2}{2\chi T_i k^2} \right)^{3/2} \exp \left(-\frac{M \omega^2}{2\chi T_i} \right) \right] = \\ &= \sqrt{\frac{\pi}{\epsilon}} \left[\left(\frac{T_i}{2\beta_i^2 n^2 T_e} \right)^{3/2} \sqrt{\frac{m}{M}} + \frac{1}{2^{3/2} \beta_i^3 n^3} \exp \left(-\frac{1}{2\beta_i^2 n^2} \right) \right]. \end{aligned} \quad (9)$$

Соотношение (9) отличается от приведенного в [1, 2] наличием экспоненциального слагаемого, который, вообще говоря, также существенен, особенно для ионной плазменной волны. Для акустической волны (8) выражение (9) сводится к виду:

$$\frac{\gamma}{\omega} = \sqrt{\frac{\pi}{\epsilon}} \left[\sqrt{\frac{m}{M}} + \left(\frac{T_e}{T_i} \right)^{3/2} \exp \left(-\frac{T_e}{2T_i} \right) \right]. \quad (10)$$

Из (10) следует, что в соответствии с исходными предположениями действительно $\gamma \ll \omega$. Второй член хотя и является экспоненциально малым, но его, в принципе, также нужно принимать во внимание, особенно для не очень сильно выраженной неизотермичности плазмы. Заметим кстати, что предположение $\gamma \ll \omega$ нарушается при $T_e \sim T_i$.

Для ионной плазменной волны (6)

$$\frac{\gamma}{\omega} = \sqrt{\frac{\pi}{\epsilon}} \left[\sqrt{\frac{m}{M}} \left(\frac{3v_i}{1 - v_i} \sqrt{\frac{T_i}{T_e}} \right)^3 + \frac{1}{\beta_i^3 n^3} \exp \left(-\frac{1}{2\beta_i^2 n^2} \right) \right]. \quad (11)$$

Первый член в силу условия, приведенного перед формулой (6), всегда много меньше единицы; значение второго члена возрастает по мере увеличения разности $1 - v_i$. Слабо затухающие волны могут иметь место только тогда, когда частота ω достаточно близка к собственной частоте ω_i .

ЛИТЕРАТУРА

1. Г. В. Гордеев, ЖЭТФ, 27, 19 (1954).
2. J. V. Bernstein, Phys Rev, 109, 10 (1958).
3. Л. Д. Ландау, ЖЭТФ, 16, 574 (1946).
4. Б. Н. Гершман, В. Л. Гинзбург, Н. Г. Денисов, УФН, 61, 561 (1957).
5. В. Л. Гинзбург, ЖЭТФ, 34, 1593 (1958).
6. Б. Н. Гершман, ЖЭТФ, 31, 707 (1956).

Научно-исследовательский радиофизический институт
при Горьковском университете

Поступила в редакцию
17 мая 1959 г.

К ТЕОРИИ ИСКУССТВЕННО АНИЗОТРОПНЫХ ДИЭЛЕКТРИКОВ

Ф. Г. Басс

В ряде работ [1–4], появившихся в последнее время, рассматривался вопрос о прохождении частицы и распространении электромагнитных волн в среде, диэлектрическая постоянная и магнитная проницаемость которых являются периодическими функциями одной координаты. В цитируемых работах было показано, что, если период изменения диэлектрической постоянной и магнитной проницаемости много меньше длины электромагнитной волны, электромагнитное поле в такой среде, усредненное по пространственному периоду структуры, совпадает с полем в некоторой однородной анизотропной среде. Авторы работ [1–4] решали одномерную задачу с явно заданным видом зависимости диэлектрической постоянной и магнитной проницаемости от координат.

В настоящей заметке мы выведем уравнения, определяющие усредненное по периоду электромагнитное поле в предположении, что отклонения диэлектрической постоянной ϵ и магнитной проницаемости μ от их средних значений $\bar{\epsilon}$ и $\bar{\mu}$ малы (черта

означает усреднение по пространственному периоду), а также, что ε и μ — действительные функции. В остальном ε и μ являются произвольными скалярными или тензорными действительными периодическими функциями координат, с периодом много меньше, чем длина волны в среде с $\bar{\varepsilon}$ и $\bar{\mu}$.

Представим электрическое и магнитное поля E и H в виде:

$$\begin{aligned} E &= E_0 + \xi; & H &= H_0 + \eta; \\ \bar{E} &= E_0; & \bar{H} &= H_0. \end{aligned} \quad (1)$$

Для получения уравнений, определяющих E_0 , H_0 , ξ и η из уравнений Максвелла для E и H , воспользуемся приемом, указанным в [5].

Усредним уравнения Максвелла для E и H и вычтем усредненные уравнения из неусредненных. В результате для E_0 , H_0 , ξ и η получим такую систему уравнений:

$$\text{rot } E_0 = \frac{i\omega}{c} (\bar{\mu} H_0 + \beta \eta); \quad \text{rot } H_0 = -\frac{i\omega}{c} (\bar{\varepsilon} E_0 + \alpha \xi); \quad (2)$$

$$\text{rot } \xi = \frac{i\omega}{c} (\bar{\mu} \eta + \beta H_0); \quad \text{rot } \eta = -\frac{i\omega}{c} (\bar{\varepsilon} \xi + \alpha E_0), \quad (3)$$

где

$$\beta = \mu - \bar{\mu}; \quad \alpha = \varepsilon - \bar{\varepsilon}.$$

В системе (2) — (3) мы пренебрегли членами порядка $\alpha \bar{\xi}/\bar{\varepsilon}$, $\beta \eta/\bar{\mu}$. Представим α и β в виде рядов Фурье:

$$\alpha = \sum_n \alpha_n e^{inr}; \quad \beta = \sum_n \beta_n e^{inr} \quad (\alpha_n^* = \alpha_{-n}, \beta_n^* = \beta_{-n}). \quad (4)$$

Из (3) и (4) для ξ и η получаем:

$$\xi = -\sum_n \frac{\alpha_n n}{\varepsilon n^2} (nE_0) e^{inr}; \quad \eta = -\sum_n \frac{\beta_n n}{\mu n^2} (nH_0) e^{inr}. \quad (5)$$

Заметим, что при решении с точностью до членов $\sim \frac{\omega}{c} \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} L$ можно считать E_0 и H_0 не зависящими от координат (L — величина порядка пространственного периода α и β).

Подставляя (5) в (2) и производя усреднение для E_0 и H_0 , находим следующие уравнения:

$$(\text{rot } E_0)_i = \frac{i\omega}{c} \mu'_{ik} H_{0k}; \quad (\text{rot } H_0)_i = -\frac{i\omega}{c} \varepsilon'_{ik} E_{0k}, \quad (6)$$

где

$$\mu'_{ik} = \bar{\mu} \delta_{ik} - \frac{1}{\bar{\mu}} \sum_n |\beta_n|^2 \frac{n_i n_k}{n^2}; \quad \varepsilon'_{ik} = \bar{\varepsilon} \delta_{ik} - \frac{1}{\bar{\varepsilon}} \sum_n |\alpha_n|^2 \frac{n_i n_k}{n^2}. \quad (7)$$

Полученные результаты без труда обобщаются на случай, когда средняя диэлектрическая проницаемость и средняя магнитная проницаемость являются тензорами

Выражения для тензоров диэлектрической и магнитной эффективных проницаемостей имеют следующий вид

$$\varepsilon'_{ik} = \bar{\varepsilon}_{ik} - \sum_n \frac{\alpha_{im}^{(n)} \alpha_{kl}^{(-n)} n_l n_m}{\varepsilon_{pq} n_p n_q}; \quad \mu'_{ik} = \bar{\mu}_{ik} - \sum_n \frac{\beta_{im}^{(n)} \beta_{kl}^{(-n)} n_m n_l}{\mu_{pq} n_p n_q}. \quad (8)$$

Здесь обозначения очевидны. При расчеге мы пренебрегли членами порядка $(\omega/c) \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} L$ и $(\omega^2/c^2) \bar{\mu} L^2$. Члены порядка $(\omega/c) \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} L$ обуславливают оптическую активность искусственного диэлектрика. Однако если α и β обладают центральной симметрией, то члены первого порядка по $(\omega/c) \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} L$ равны нулю. Удержание членов второго порядка по $(\omega/c) \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} L$ приводит к квадратичной пространственной дисперсии, которая в ряде случаев может быть существенна [6]. Изучение оптической активности и квадратичной дисперсии явится предметом специального сообщения.

В заключение автор благодарит П. В. Блиола и Э. А. Канера за полезные дискуссии.

ЛИТЕРАТУРА

1. Я. Б. Файнберг, Н. А. Хижняк, ЖТФ, 25, 712 (1955)
2. Я. Б. Файнберг, Н. А. Хижняк, ЖЭТФ, 32, 883 (1957).
3. С. М. Рытов, ЖЭТФ, 29, 605 (1955)
4. П. В. Блиох, Диссертация, Харьков, 1955
5. И. М. Лифшиц, М. И. Каганов, М. В. Цукерник, Ученые записки ХГУ, 241 (1950).
6. В. Л. Гинзбург, ЖЭТФ, 34, 1993 (1958),

Институт
радиофизики и электроники
АН УССР

Поступила в редакцию
15 мая 1959 г.

КОЛЬЦЕВАЯ СОРТИРУЮЩАЯ СИСТЕМА ДЛЯ МОЛЕКУЛЯРНОГО ГЕНЕРАТОРА

А. Ф. Крупнов

Испытывалась конструкция сортирующей системы для молекулярного генератора и усилителя, состоящая из ряда колец, охватывающих пучок молекул. Соседние кольца несут заряды разных знаков. При этом минимум электрического поля E получается на оси системы, а максимум — на периферии, что и дает возможность сортировки молекул по уровням (рис. 1). Оптимальное для сортировки отношение радиуса колец ρ_0 к расстоянию между ними x_0 должно быть порядка единицы:

$$\xi_{\text{опт}} = (\rho_0/x_0)_{\text{опт}} \sim 1,$$

так как при $\xi \ll 1$ поле почти однородно по сечению, а при $\xi \gg 1$ все поле сосредоточено на периферии системы (т. е. центральная часть работает плохо)

В отличие от поля квадрупольного конденсатора поле системы в средней параллельно полю в резонаторе. Длина, на которой молекула взаимодействует с полем, меньше реальной длины системы, так как имеются участки внутри колец, где поле близко к нулю

Испытание кольцевых сортирующих систем было проведено на молекулярном генераторе со следующими данными источник — одно отверстие диаметром 1 мм, длиной 10 мм (без диафрагмы), резонатор на E_{010} длиной 100 мм (добротность $Q \approx 7000$), рабочее давление в молекулярном генераторе (2 — 3) 10^{-5} мм рт. ст. Испытывались кольцевые сортирующие системы с длиной, равной длине квадрупольного конденсатора (100 мм), и диаметром, равным диаметру внутренней части конденсатора (6 мм), изготовленные из никелевой проволоки диаметром 1 мм, с различными значениями $\xi = 0,7; 1,15; 1,55$. На всех образцах получена генерация, которая начиналась примерно с тех же сортирующих напряжений, что и с квадрупольной системой: амплитуды генерации с кольцевой и квадрупольной системами одного порядка. Из испытывавшихся образцов наибольшую амплитуду генерации дал образец с $\xi = 1,15$

Вариантом кольцевой сортирующей системы может быть двойная спираль

По нашему мнению, основное достоинство предлагаемой системы состоит в том, что она дает большую свободу изменения формы сечения пучка и его площади, нежели квадрупольный конденсатор. Об этом свидетельствует, например, а) возможная конструкция молекулярного генератора в субмиллиметровом диапазоне с дисковым резонатором, предложенная Прохоровым [1] (рис 2), б) метод увеличения мощности молекулярного генератора путем использования кольцевого пучка молекул и резонатора на высшем типе колебаний E_{020} (рис 3).

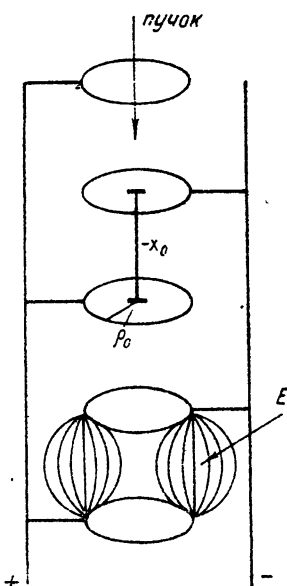


Рис. 1. Кольцевая сортирующая система.