

О СПЕКТРЕ ЭДС ИНДУКЦИИ ПРИ ПЕРИОДИЧЕСКОМ ПЕРЕМАГНИЧИВАНИИ ФЕРРОМАГНЕТИКОВ

К. А. Горонина, А. А. Грачев

Излагаются результаты экспериментов по изучению сплошного спектра ЭДС индукции. Проводится сравнение спектра ЭДС индукции со спектром дробовых шумов.

Спектр ЭДС индукции, возникающей при перемагничивании ферромагнетика периодическим полем, содержит гармоники, кратные частоте перемагничивания, и сплошной спектр. Будем называть сплошную составляющую спектра ЭДС индукции магнитным шумом. Наличие магнитного шума показывает, что процесс перемагничивания не является строго периодическим.

Изучение сплошного спектра необходимо, чтобы получить данные для определения порога чувствительности магнитных усилителей и зондов; кроме того, можно надеяться получить новые сведения о процессах перемагничивания в ферромагнетиках. Имеется ряд теоретических и экспериментальных работ по этому вопросу [1–10]. В работе Биорки и Песцетти [9] отмечается, что наблюдавшаяся ими на опыте величина спектральной плотности магнитных шумов и ее зависимость от частоты находятся в согласии с расчетом магнитных шумов, проведенным тем же методом, каким рассчитывается дробовой шум электронных ламп. Такой расчет проводится в работах [1, 6]. Полученная при этом спектральная плотность постоянна, начиная от нулевой частоты до частот, сравнимых с $1/\tau_0$, где τ_0 — длительность импульсов ЭДС, возникающих при скачках Баркгаузена. Спектр магнитных шумов, измеренный в [10], имеет другой характер: спектральная плотность растет с ростом частоты; экспериментальные кривые, изображающие зависимость спектральной плотности мощности G от частоты f , на которой измеряется спектральная плотность, экстраполируются к значению $G = 0$ при $f = 0$. (Будем называть f частотой наблюдения спектра в отличие от частоты перемагничивания F .) Такой характер спектра наблюдался и для тех материалов, которые исследовались в работе Биорки и Песцетти. Области частот наблюдения в обеих работах перекрывались. В той области частот, где, по данным работы [9], спектральная плотность постоянна, по данным работы [10] она убывает в несколько раз при понижении частоты наблюдения. Создается впечатление, что экспериментальные данные противоречивы. Неясно, можно ли рассчитывать магнитный шум так же, как дробовой. Имея в виду такое состояние вопроса, приведем результаты последних наших экспериментов и сравним их с результатами других работ.

Если обозначить через $u(t)$ ЭДС индукции в момент t , то можно написать выражение, которое является определением спектральной плотности мощности:

$$G(f) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2f} \left| \int_{-\infty}^{\infty} u(t) e^{i2\pi ft} dt \right|^2; \quad (1)$$

здесь черта обозначает усреднение по коллективу реализаций случайной функции $u(t)$.

Для спектральной плотности на нулевой частоте это выражение принимает вид:

$$G(0) = \lim_{\theta \rightarrow \infty} \frac{1}{2\theta} \left| \int_{-\theta}^{+\theta} u(t) dt \right|^2.$$

Если учтем, что $\int_{-\theta}^{+\theta} u(t) dt$ равняется изменению потока за промежу-

ток времени от $-\theta$ до $+\theta$ и, следовательно, будет конечной величиной при любом θ , то получим $G(0) = 0$ независимо от исследуемого образца и других условий эксперимента. С этим выводом, как уже указывалось, согласуются эксперименты [10]. Чтобы выяснить, противоречат ли этому выводу результаты работы Биорки и Песцетти, надо принять во внимание зависимость магнитных шумов от частоты перемагничивания и учесть, что в этой работе исследовался спектр при частотах перемагничивания F , гораздо более низких, чем в работе [10].

Зависимость спектра от частоты перемагничивания более простая в ферритах, где явления не усложняются скин-эффектом. На рис. 1 изображены полученные нами данные для спектра шумов феррита*. По оси абсцисс отложено отношение частот f/F , по оси ординат $\sqrt{G/F}$. (Амплитуда перемагничающего поля одинакова при всех частотах F .) Этот рисунок показывает, что при постоянном f/F величина $\sqrt{G/F}$ не зависит от f и F . Такая закономерность должна иметь место в тех случаях, когда среднее значение магнитного потока при данном магнитном поле и статистические характеристики случайных отклонений потока от среднего значения не зависят от скорости изменения магнитного поля. Чтобы в этом убедиться, достаточно преобразовать выражение для спектральной плотности (1) с учетом того, что в описанном случае магнитный поток Φ , связанный с ЭДС соотношением $u(t) = -d\Phi/dt$, можно считать функцией относительного времени $\tau = t/T$ ($T = 1/F$ — период перемагничивания). При этом выражение (1) преобразуется к виду:

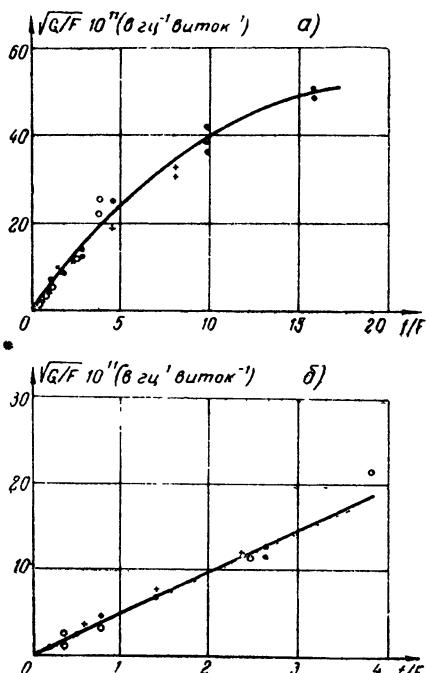


Рис. 1. Спектр магнитного шума феррита НЦ-1000 (амплитуда перемагничающего поля 0,18 эрстед, $\dots f = 44$ кгц, $+++ f = 21$ кгц, $\circ \circ \circ f = 11$ кгц).

$$G(f) = F \lim_{\theta_F \rightarrow \infty} \frac{1}{2\theta_F} \left| \int_{-\theta_F}^{+\theta_F} \left(\frac{d\Phi}{d\tau} e^{i2\pi(f/F)\tau} \right) d\tau \right|^2.$$

Из этого выражения видно, что отношение G/F зависит лишь от отношения частот f и F .

* На этом рисунке не изображена спектральная плотность вблизи гармоник частоты (в полосе порядка 10 гц). Спектр вблизи гармоник будет рассмотрен особо.

В проводящих материалах величина $\sqrt{G/F}$ зависит не только от отношения частот; при данном f/F она убывает с ростом F , причем в тонких образцах убывание меньше, чем в толстых (рис. 2). Причиной такой зависимости от частоты перемагничивания может быть скин-эффект.

На рис. 1 и 2 спектральная плотность убывает при уменьшении f/F лишь в области малых значений f/F . Для ферритов и железа это уменьшение имеет место, когда f/F меньше 30. В работе Биорки и Песцетти наименьшая величина f/F была равна 30, поэтому то обстоятельство, что они не обнаружили уменьшение спектральной плотности при понижении частоты наблюдения, не противоречит нашим опытам. Однако наблюдавшаяся в [9] зависимость спектральной плотности G от частоты перемагничивания F не согласуется с нашими данными (в [9] спектр измерялся только для двух частот перемагничивания 1,5 и 3 Гц).

На основании изложенного можно сделать вывод, что в области малых f/F спектр магнитных шумов отличается от спектра дробовых шумов. В то время как спектр дробовых шумов не зависит от частоты f , спектральная плотность магнитного шума равна нулю на нулевой частоте наблюдения и растет с ростом f до некоторой частоты f_1 , которая зависит от частоты перемагничивания.

Посмотрим, что дает сравнение спектра дробовых шумов со спектром магнитных шумов при больших отношениях частот f/F . Наши эксперименты, а также эксперименты Биорки и Песцетти показывают, что при больших отношениях f/F спектральная плотность с повышением f сначала практически не меняется, а затем уменьшается.

Если вычислять спектральную плотность магнитного шума, считая независимыми импульсы ЭДС, возникающие при перемагничивании различных доменов, то получим спектр, совпадающий со спектром дробовых шумов (так как импульсы тока при дробовом эффекте независимы). В этом случае спектральная плотность магнитных шумов запишется формулой

$$G(f) = \overline{|S(f)|^2} NF \quad (2)$$

(здесь $S(f)$ — фурье-разложение импульса ЭДС, возникающего при одном скачке Баркгаузена, $\bar{\cdot}$ — знак усреднения по всем скачкам,

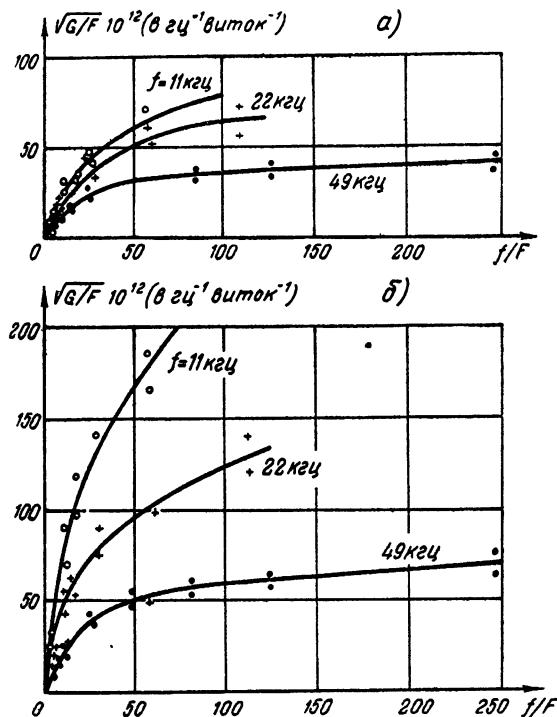


Рис. 2. Спектр магнитного шума железа „армко“ (амплитуда перемагничающего поля 0,92 эрстед, . . . $f = 49$ кгц, + + + $f = 21$ кгц, ○ ○ ○ $f = 11$ кгц):

а) полоска толщиной 3 μ , б) полоска толщиной 110 μ .

N — число скачков, происходящих в течение полного цикла перемагничивания).

Для области частот $f \ll 1/\tau_0$ $S(f) = S(0)$ и равняется изменению магнитного потока при скачке Φ . Для этих частот получим постоянную спектральную плотность

$$G(f) = \overline{\Phi^2} N F.$$

Если обозначить среднюю за период величину модуля ЭДС $|\tilde{e}| = N \overline{\Phi} F/2$, то

$$G(f) = 2 \frac{\overline{\Phi^2}}{\Phi} |\tilde{e}|. \quad (3)$$

Для сравнения расчета с экспериментом нужно иметь данные о величине, длительности и форме импульсов ЭДС, возникающих при скачках Баркгаузена. Мы не имеем всех этих данных. Для неотожженного пермаллоя и железа „армко“ мы знаем $\overline{\Phi^2}$, Φ и порядок величины длительности импульсов ЭДС, возникающих при перемагничивании медленно нарастающим полем (10^{-4} эрстед в сек)*. Импульсы имеют длительность от 10^{-3} до 10^{-5} сек. Длительных импульсов мало, но вклад в изменение потока, вносимый ими, существен. При перемагничивании с частотами от сотен герц до нескольких килогерц, при которых измерялись шумы, импульсы, по-видимому, будут иметь меньшую длительность.

К сожалению, характер экспериментального спектра нельзя сопоставить с формулой (2) в той области, где $|S(f)|$ и $G(f)$ спадают с ростом f , так как нет достаточных данных о форме и длительности импульсов. В спектре магнитных шумов можно выделить интервал частот наблюдения, где спектральная плотность имеет максимум и слабо зависит от частоты наблюдения: это интервал частот, в котором $1/\tau_0 < f < f_1$ (τ_0 — длительность импульсов ЭДС при скачках Баркгаузена). Величину спектральной плотности на этом участке уместно сравнить с величиной, вычисленной по формуле (3). Величины, необходимые для сравнения, приведены в таблице 1.

Таблица 1

Образец	$\overline{\Phi}$ в. сек. виток $^{-1}$	$\overline{\Phi^2}/\overline{\Phi}$ в. сек. виток $^{-1}$	$ \tilde{e} $ в. виток $^{-1}$	$\sqrt{\sigma_{\text{выч}}}$ в. гц $^{-1/2}$. виток $^{-1}$	$\sqrt{\sigma_{\text{макс}}}$ в. гц $^{-1/2}$. виток $^{-1}$
железо „армко“	$4 \cdot 10^{-13}$	$5,6 \cdot 10^{-13}$	$1 \cdot 10^{-4}$	$1 \cdot 10^{-8}$	$0,9 \cdot 10^{-8}$
пермаллоя	$2,7 \cdot 10^{-12}$	$1,2 \cdot 10^{-11}$	$1,8 \cdot 10^{-4}$	$6,5 \cdot 10^{-8}$	$6 \cdot 10^{-8}$

Величина $\sqrt{\sigma_{\text{макс}}}$, где $\sigma_{\text{макс}}$ — полученная экспериментально максимальная величина спектральной плотности, близка к величине $\sqrt{\sigma_{\text{выч}}}$, найденной по формуле (3). Если учесть погрешности измерений, то можно сказать, что эксперимент согласуется с формулой (3).

Для ферритов и отожженного пермаллоя величины $\overline{\Phi}$ и $\overline{\Phi^2}$ не были определены, но скачки Баркгаузена наблюдались, и можно утверждать, что они более мелкие, чем в рассмотренных выше материалах. В согласии с формулой (3) спектральная плотность магнитных

* Эти данные получены экспериментально Ю. А. Абрамовым для тех же образцов, на которых исследовался магнитный шум.

шумов в ферритах и отожженном пермаллое меньше, чем в неотожженном пермаллое и железе „армко“.

У ферритов при скачках Баркгаузена наблюдалась более короткие импульсы ЭДС, чем в проводящих материалах. В соответствии с этим спектральная плотность шумов в ферритах не спадала с ростом f в исследованном нами интервале частот (максимальная частота 44 кГц), в то время как спектр шумов проводящих материалов заметно спадал. Биорки и Песцетти наблюдали начало спада спектральной плотности феррита и железа при одинаковых частотах. Возможно, что это объясняется влиянием собственной емкости катушки (они использовали индикаторную катушку с 7500 витками).

Таким образом, приходим к следующим выводам. Спектр магнитных шумов имеет вид, схематически изображенный на рисунке 3а. Спектральная плотность растет с ростом частоты наблюдения до некоторой частоты f_1 , которая зависит от частоты перемагничивания и различна для разных материалов. Для частот $f > f_1$ спектр имеет тот же вид, как и спектр дробовых шумов. Частота f_2 , начиная с которой спектральная плотность убывает, порядка $1/\tau_0$, где τ_0 — длительность скачков Баркгаузена. Максимальная величина спектральной плотности равна $\Phi^2 NF$, т. е. определяется числом скачков Баркгаузена и величиной импульсов ЭДС, возникающих при скачках.

На рис. 3б схематически изображена функция корреляции $R(\tau)$, соответствующая

$G(0) = 0$, интеграл $\int_0^\infty R(\tau) d\tau$ также равен нулю. Интервал времени, на котором $R(\tau) > 0$, по порядку величины равен $\tau_0 = 1/f_2$. Весь

интервал, на котором $R(\tau)$ отличается от нуля, определяется частотой, начиная с которой магнитный шум можно рассчитывать как дробовой. По порядку величины этот интервал $\tau_{\text{кор}}$ равен $1/f_1$.

Если взять значения f_1 из экспериментов, то для пермаллоя $\tau_{\text{кор}}$ оказывается примерно равным времени пробегания крутой части петли гистерезиса в одном цикле перемагничивания; для ферритов $\tau_{\text{кор}}$ меньше времени пробегания крутой части петли в ~ 20 раз.

В спектрах всех образцов имеет место линейный рост $V\bar{G}$ с увеличением f при малых f/F . Чтобы подчеркнуть эту особенность, на рис. 1б участок спектра при малых f/F изображен в большом масштабе.

Покажем, что такая особенность спектра магнитных шумов всегда должна наблюдаться, если функция корреляции отлична от нуля лишь на конечном интервале времени. Пусть $R(\tau) \equiv 0$ для $\tau > \tau_{\text{кор}}$. Рассмотрим малые частоты f , для которых в разложении $\cos(2\pi f\tau)$ по его аргументу можно ограничиться двумя членами. Для этих частот можно написать:

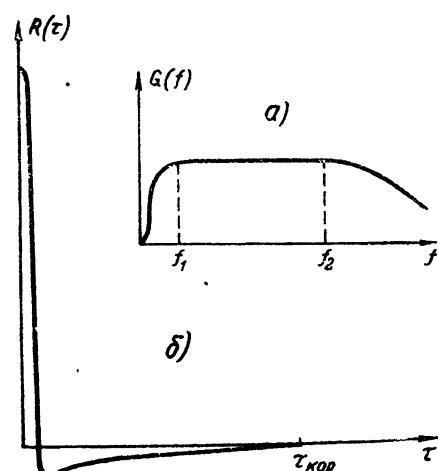


Рис. 3. а) Общий вид спектра магнитных шумов, б) - функция корреляции магнитных шумов.

$$G(f) = 2 \int_0^{\tau_{\text{кор}}} R(\tau) \cos(2\pi f \tau) d\tau = \\ = 2 \int_0^{\tau_{\text{кор}}} R(\tau) d\tau - 4\pi^2 f^2 \int_0^{\tau_{\text{кор}}} R(\tau) \tau^2 d\tau.$$

Так как $G(0) = 0$, то $\int_0^{\tau_{\text{кор}}} R(\tau) d\tau = 0$ и для спектральной плотности получим выражение

$$G(f) = 4\pi^2 f^2 \left| \int_0^{\tau_{\text{кор}}} R(\tau) \tau^2 d\tau \right|,$$

согласно которому $G(f)$ пропорциональна f^2 .

Простая модель процесса перемагничивания, которая имеет спектр и функцию корреляции описанного вида, рассмотрена в работах [3, 7, 8, 10]. В этих работах принимается, что при перемагничивании флюктуируют только моменты перемагничивания доменов, все домены независимы и нет корреляции между моментами перемагничивания в разных периодах. Обозначим момент перемагничивания одного из доменов в некотором цикле t , его среднее значение \bar{t} , случайную величину отклонения t от среднего $\varepsilon = t - \bar{t}$. Если разные домены создают одинаковые по форме или по величине импульсы ЭДС, спектральная плотность, вычисленная для такой модели, может быть записана в виде:

$$G(f) = \overline{|S(f)|^2} NF [1 - |\varphi(f)|^2]; \quad (4)$$

здесь $\varphi(f) = \overline{\exp(i2\pi f \varepsilon)}$ — характеристическая функция, остальные величины имеют тот же смысл, что и в предыдущих формулах. При достаточно больших частотах f величина $\varphi(f)$ много меньше единицы и формула (4) совпадает с формулой (2), т. е. магнитный шум рассмотренной модели аналогичен дробовому шуму. При $f = 0$ характеристическая функция $\varphi(0) = 1$ и спектральная плотность равна нулю. При малых f , разложив $\varphi(f)$ в ряд и ограничившись членами порядка f^2 , получим:

$$G(f) = \overline{|S(0)|^2} NF 4\pi^2 \bar{\varepsilon}^2 f^2,$$

т. е. $G(f)$ пропорциональна f^2 .

Таким образом, формула (4) согласуется с опытом при достаточно малых и достаточно больших частотах. Можно подобрать закон распределения ε , в частности, величину $\bar{\varepsilon}^2$, так, что (4) будет правильно описывать спектр, полученный на опыте, во всем интервале частот. При этом для пермаллоя, например, нужно принять $\sqrt{\bar{\varepsilon}^2}$ порядка времени пробегания крутой части петли гистерезиса.

Хотя формула (4) хорошо описывает спектр при определенном законе распределения случайной величины ε , нельзя считать, что соответствует действительности принятая при выводе этой формулы модель ферромагнетика. Например, нельзя на основании совпадения (4) с экспериментом для пермаллоя делать вывод, что в реальном образце пермаллоя все домены флюктуируют независимо, причем каждый домен может перемагничиваться на любом участке петли гистерезиса (так как $\sqrt{\bar{\varepsilon}^2}$ — порядка времени пробегания крутой части петли гистерезиса). Можно предложить также другую модель ферромагне-

тика. Пусть перемагничивание ферромагнетика начинается иногда от одного зародыша, иногда от другого по случайному закону. Вся последовательность скачков Баркгаузена, наступающих после образования зародыша, однозначно определяется тем, от какого зародыша начинается перемагничивание, но для разных зародышей эта последовательность разная. Параметры последней модели (длительность последовательностей импульсов, распределение импульсов в них) можно подобрать так, что спектр шума, который дает эта модель, будет совпадать со спектром, полученным экспериментально. При этом $\tau_{\text{кор}}$ будет порядка средней длительности последовательности импульсов, а флюктуации моментов перемагничивания отдельных доменов могут быть гораздо меньше, чем это необходимо для согласования с опытом первой модели.

Таким образом, по спектру магнитных шумов нельзя однозначно установить характер связи между флюктуациями скачков Баркгаузена в различных областях ферромагнитного образца.

ЛИТЕРАТУРА

1. J. A. Klemhans, R. T. Beuerg, J. Appl. Phys., **20**, 582 (1949).
2. А. А. Грачев, ДАН СССР, **71**, 269 (1950).
3. Г. С. Горелик, Изв. АН СССР, сер. физ., **14**, 174 (1950).
4. F. S. Williams, S. W. Noble, Proc. IEE, **97 II**, 445 (1950).
5. А. А. Грачев, ДАН СССР, **85**, 741 (1952).
6. D. Напетап, J. Appl. Phys., **26**, 355 (1955).
7. Ф. В. Бункин, ЖТФ, **26**, 1782 (1956).
8. Ф. В. Бункин, ЖТФ, **26**, 1790 (1956).
9. G. Biorgsi, D. Pescetti, J. Appl. Phys., **28**, 777 (1957).
10. А. А. Грачев, Изв. высш. уч. зав. — Радиофизика, **1**, 2, 71 (1958).

Научно-исследовательский радиофизический
институт при Горьковском университете

Поступила в редакцию
19 марта 1959 г.