

ПИСЬМО В РЕДАКЦИЮ

В моей статье „Взаимодействие непрямолинейных электронных потоков с электромагнитными волнами в линиях передачи“, опубликованной в третьем номере журнала „Радиофизика“ [1], было рассмотрено распространение волн в волноводных системах, пронизываемых спиральными (направляемыми продольным магнитным полем H_0) или трохондальными (направляемыми скрещенными электрическим и магнитным полями E_0, H_0) электронными потоками. При выводе дисперсионных уравнений для таких систем были использованы нерелятивистские уравнения движения частиц в пучке.

Последовательный учет релятивистских поправок, как нетрудно показать, не меняет характера рассмотренных в статье механизмов взаимодействия электронных пучков с электромагнитным полем, однако указывает на возможность еще одного механизма, связанного с азимутальной группировкой частиц, вращающихся в постоянном магнитном поле, под действием высокочастотного поля волны (в релятивистском приближении гиромангнитная частота ω_H зависит от скорости). Эффекты,

обусловленные такой группировкой, будут, очевидно, порядка $\beta_{\perp}^2 = (v_{\perp}/c)^2$ ($v_{\perp} = a \omega_H$, a — радиус окружности, образующей траекторию электрона, c — скорость света). Однако и в нерелятивистском приближении параметры взаимодействия пространственных гармоник пучка с электромагнитными волнами по порядку величины не превосходят β_{\perp}^2 (коэффициенты Фурье лорентцовой силы $G_{x, z k}$, входящие в параметр взаимодействия типа „ O^* “, при $k = \pm 1$ порядка $a/\lambda \sim v_{\perp}/c$ [1]). Отсюда следует, что при решении задачи о распространении волн в волноводах, пронизываемых спиральными (или трохондальными) электронными потоками, должны быть использованы релятивистские уравнения движения.

Дисперсионное уравнение, описывающее взаимодействие типа „ O^* “, в таких системах и пригодное при любых скоростях электронов в пучке, имеет вид:

$$\delta(\delta - \varepsilon)^2 = \frac{|I_0| \tau_0}{v_0^2} \frac{\hbar e}{h_0^2 N} (1 - \beta_{\parallel}^2)^{3/2} (1 - \beta_{\perp}^2)^{1/2} \left\{ |G'_{Hm}|^2 - \beta_{\perp}^2 |G'_{\varphi'm}|^2 \right\}, \quad (1)$$

где δ — поправка к постоянной распространения, ε — расстройка, определяемая рассинхронизацией пространственной гармоники тока пучка и электромагнитной волны (с учетом релятивистской поправки к ω_H), $\beta_{\parallel} = v_0/c$, v_0 — продольная скорость электронов, $\tau_0 = e/m_0$, e — заряд электрона, m_0 — его масса покоя; $\beta_{\perp} = v'_{\perp}/c$, v'_{\perp} , G'_{Hm} и $G'_{\varphi'm}$ — поперечная скорость и коэффициенты Фурье соответствующих компонент лорентцовой силы в сопровождающей (движущейся со скоростью v_0) системе координат. Индекс H означает компоненту, параллельную постоянному магнитному полю (G'_{zm} для спирального и G'_{xm} для трохондального пучков); индекс φ' — азимутальную компоненту в плоскости, перпендикулярной H_0 . Остальные обозначения те же, что и в [1]. Для не слишком быстрых пучков (с точностью до β^2) уравнение (1) сводится к (19) статьи [1], но с заменой $|G_{x, zm}|^2 \rightarrow |G_{x, zm}|^2 - \beta_{\perp}^2 |G'_{\varphi'm}|^2$. Соответственно, в дисперсионных уравнениях для спирального пучка в круглом и прямоуголь-

ном волноводах, приведенных в [1] на стр. 461, надо добавить в правой части множитель $(-x^2/h_0^2)$, где x — поперечное, а h_0 — продольное волновые числа. Уравнение для трохидального пучка в прямоугольном волноводе (стр. 461 в [1]) не меняется, поскольку в этом случае $G_{\varphi' \pm 1} \simeq 0$.

Я весьма благодарен В. В. Железнякову, обратившему мое внимание на необходимость учета релятивистских эффектов.

ЛИТЕРАТУРА

1. А. В. Гапонов, Изв. высш. уч. зав.—Радиофизика, 2, 450 (1959).

А. В. Гапонов

Поступило в редакцию 19 октября 1959 г.

ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ НЕПРЯМОЛИНЕЙНЫХ ЭЛЕКТРОННЫХ ПОТОКОВ С ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫМИ ВОЛНАМИ В ЛИНИЯХ ПЕРЕДАЧИ

А. В. Гапонов

Решается задача о распространении электромагнитных волн в линиях передачи (волноводах), пронизываемых тонким непрямолинейным электронным пучком. Получены дисперсионные уравнения, описывающие волны в системах со спиральными и с трохoidalными электронными пучками (направляемыми, соответственно, продольным однородным магнитным полем или скрещенными электростатическим и магнитостатическим полями). Рассмотрены различные механизмы взаимодействия таких пучков с электромагнитными волнами и показано, в частности, что усиление и генерация микрорадиоволн возможны в системах с незамедленными волнами.

ВВЕДЕНИЕ

При изучении взаимодействия электромагнитных волн с электронным потоком обычно предполагается, что в отсутствие высокочастотного поля траектории электронов в пучке прямолинейны. На такой идеализации основано большинство теоретических работ, посвященных исследованию ламп с бегущей волной, ламп с обратной волной и других аналогичных устройств. Вместе с тем, известно, что наличие статической модуляции электронного потока по скорости может привести к существенно новым явлениям при его взаимодействии с высокочастотным полем. Одним из таких эффектов является взаимодействие электромагнитной волны с пространственными гармониками тока пучка, скорость частиц в котором является периодической функцией продольной координаты [1-5]. Открывающиеся на этом пути возможности кажутся весьма заманчивыми, так как, используя взаимодействие одной из быстрых пространственных гармоник тока пучка с незамедленной волной в волноводе, можно избавиться от замедляющих систем, трудность изготовления которых представляет основное препятствие для продвижения в сторону коротких волн.

Одним из возможных способов модуляции электронного потока по скорости является модуляция электростатическим полем, рассмотренная в [1, 4, 5]. В этих работах предполагается, что пучок прямолинейен, а периодическое (в продольном направлении) изменение скорости осуществляется периодическим в пространстве продольным электростатическим полем. В таких системах оказывается возможным эффективное взаимодействие электронного пучка с незамедленными электромагнитными волнами (усиление и генерация), однако необходимость в периодической структуре с достаточно малым шагом (используемой теперь не для замедления волны, а для модуляции электронного потока) не отпадает. Не отпадает и необходимость в тщательной фокусировке электронного пучка, поскольку модулирующее электростатическое поле прижато к поверхности периодической структуры.

Представляется поэтому целесообразным рассмотреть другой вид статической модуляции электронного потока, не связанный с исполь-

зованием периодической системы, — модуляцию при помощи однородного (поперечного или продольного) постоянного магнитного поля*.

В большинстве систем, где для формирования электронного пучка используется магнитное поле, а также в системах с периодической или центробежной электростатической фокусировкой траекторий частиц в пучке непрямолинейны. Поэтому в наиболее общей постановке рассматриваемая задача может быть сформулирована, как задача о взаимодействии электромагнитных волн в волноводной системе с непрямолинейным электронным потоком, направляемым периодическими в пространстве электростатическим и магнитостатическим полями. В настоящей работе столь общая постановка сохранена лишь при написании основных уравнений, а дисперсионное уравнение линии с электронным пучком выводится для случая однородных статических полей.

Возбуждение произвольной линии передачи электронным потоком рассмотрено в [6]**; полученные в этой работе формулы позволяют выразить поле, возбуждаемое в волноводе, через переменную (высокочастотную) составляющую радиуса-вектора отдельного электрона в тонком пучке. Таким образом, решение задачи о взаимодействии электромагнитных волн в линии передачи с тонким электронным пучком сводится к решению уравнений движения электрона с учетом выражений для поля, полученных в I.

1. ДВИЖЕНИЕ ЭЛЕКТРОНОВ В ЗАДАННОМ ВЫСОКОЧАСТОТНОМ ПОЛЕ

1. Допустим, что пространственный заряд в электронном пучке настолько мал, что создаваемое им высокочастотное поле не оказывает влияния на движение электронов. Тогда траектория каждого электрона в пучке совпадает с траекторией одиночной частицы, движущейся в заданном внешнем поле, состоящем из статических полей $E_0(r)$ и $B_0(r)$ и высокочастотного синусоидального во времени электромагнитного поля E, B . В нерелятивистском приближении уравнение движения такой частицы имеет вид:

$$\ddot{r} = -\gamma \{ E_0 + E + [\dot{r}, B_0 + B] \}, \quad (1)$$

где $\gamma = |e|/m$. Будем рассматривать высокочастотное поле как возмущение и представим решение $r(t)$ в виде ряда

$$r = r^{(0)} + r^{(1)} + \dots \quad (|r^{(0)}| \gg |r^{(1)}| \gg \dots).$$

Разлагая поля в правой части (1) в точке $r^{(0)}$ и приравнявая члены одного порядка малости, получим:

$$\ddot{r}^{(0)} + \gamma [\dot{r}^{(0)} B_0] = -\gamma E_0(r^{(0)}); \quad (2a)$$

$$\ddot{r}^{(1)} + \gamma [\dot{r}^{(1)}, B_0(r^{(0)})] + \gamma [\dot{r}^{(0)}, (r^{(1)} \nabla) B_0(r^{(0)})] + \gamma (r^{(1)} \nabla) E_0(r^{(0)}) = -\gamma E_1(r^{(0)}, t), \quad (2б)$$

где через $E_1 = E + [r^{(0)} B]$ обозначено действующее на электрон (в сопровождающей в нулевом приближении системе отсчета) переменное поле.

Уравнение первого приближения (2б) является линейным уравне-

* Возможность эффективного взаимодействия циклоидального электронного пучка (направляемого скрещенными однородными электростатическим и магнитостатическим полями) с волной, фазовая скорость которой больше скорости дрейфа электронов, впервые была отмечена в работах [2, 3].

** В дальнейшем работа [6] будет обозначаться цифрой I; цифрой I будут отмечаться также ссылки на формулы этой работы.

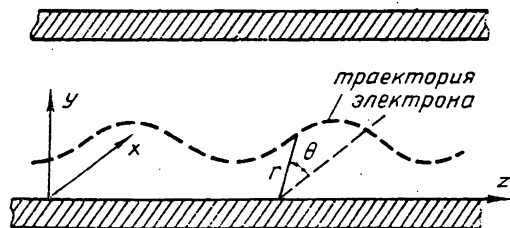
нием с переменными коэффициентами и с правой частью, зависящей от времени. Основываясь на структуре этого уравнения, можно выделить два класса систем, наиболее простых с точки зрения возможности исследования: а) системы с неоднородным периодическим вдоль z электростатическим полем $E_0(r)$ и равным нулю магнитным полем $B_0 = 0$ и б) системы с однородными полями E_0 и B_0 (в частном случае — с равным нулю электростатическим полем $E_0 = 0$).

К первому классу относятся, например, системы с электронным пучком, фокусировка которого осуществляется периодическим электростатическим полем, и системы с центробежной электростатической фокусировкой. К этому классу могут быть отнесены также системы, в которых поперечное движение электронов полностью исключено благодаря наложению сильного продольного магнитного поля, а модуляция пучка по скорости осуществляется периодическим электростатическим полем. Уравнение первого приближения (2б) для систем этого типа при соответствующем выборе начальных условий в нулевом приближении (2а) является уравнением с периодическими коэффициентами и квазипериодической (при взаимодействии с плоской неоднородной волной) правой частью. В простейшем случае — для прямолинейного потока — векторное уравнение (2б) сводится к скалярному; подробное исследование взаимодействия такого потока с электромагнитными волнами в линиях передачи содержится в работах [4, 5].

В системах второго класса пространственная модуляция электронного пучка, направляемого скрещенными однородными электростатическим и магнитостатическим полями или однородным продольным магнитным полем, осуществляется лишь за счет соответствующим образом подобранных начальных условий (трохоидальный или спиральный электронный пучок). Уравнение первого приближения (2б) имеет в этом случае постоянные коэффициенты и квазипериодическую (при периодическом в пространстве высокочастотном поле) правую часть. На системах такого типа мы остановимся более подробно.

2. Рассмотрим тонкий электронный пучок, направляемый скрещенными однородными полями $E_0 = -y_0 E_0$ и $B_0 = x_0 B_0$ (x_0 и y_0 — единичные векторы, см. рис. 1). Допустим, что начальная скорость частиц вдоль оси x равна нулю. Тогда решение уравнений нулевого приближения

Рис. 1. Тонкий непрямолинейный электронный пучок в линии передачи.



$$\ddot{x}^{(0)} = 0; \quad \ddot{y}^{(0)} + \omega_H \dot{z}^{(0)} = \gamma E_0; \quad \ddot{z}^{(0)} - \omega_H \dot{y}^{(0)} = 0 \quad (3)$$

записывается в виде трохоиды:

$$x^{(0)} = x_0; \quad y^{(0)} = y_0 - a \cos(\omega_H \tau); \quad z^{(0)} = v_0 \tau - a \sin(\omega_H \tau), \quad (4)$$

где $v_0 = E_0/B_0$ — скорость дрейфа электронов, $\omega_H = \gamma B_0$ — гирочастота, $\tau = \tau^{(0)} = t - t_b$ — время пролета (в нулевом приближении), t_b — время влета электрона в систему (в сечении $z_1 = 0$); постоянные x_0 , y_0 , a определяются начальными условиями движения.

Уравнение первого приближения в рассматриваемом случае имеет вид:

$$\ddot{\mathbf{r}}^{(1)} + \gamma_1 [\dot{\mathbf{r}}^{(1)} \mathbf{B}_0] = -\gamma \mathbf{E}_x(x^{(0)}, y^{(0)}, z^{(0)}, t). \quad (5)$$

Если высокочастотное поле в линии передачи, пронизываемой электронным потоком, является монохроматическим, то правая часть (5) может быть представлена в виде:

$$\mathbf{E}_x = \mathbf{E}_x [x_0, y^{(0)}(\tau), z^{(0)}(\tau)] e^{i\omega t} = \mathbf{E}_x(\tau) e^{i\omega t}.$$

Соответственно и решение уравнения (5) удобно искать в виде функции τ , t^* , т. е. в виде $\mathbf{r}^{(1)} = \mathbf{r}^{(1)}(\tau) e^{i\omega t}$. Подставив $\mathbf{r}^{(1)}$ в (5) и выполнив дифференцирование по t , получим уравнение, определяющее амплитуду возмущения $\mathbf{r}^{(1)}$, испытываемого электроном под действием высокочастотного поля:

$$\frac{d^2 \mathbf{r}^{(1)}}{d\tau^2} + 2i\omega \frac{d\mathbf{r}^{(1)}}{d\tau} - \omega^2 \mathbf{r}^{(1)} + \gamma_1 \left[\frac{d\mathbf{r}^{(1)}}{d\tau} + i\omega \mathbf{r}^{(1)}, \mathbf{B}_0 \right] = -\gamma \mathbf{E}_x(\tau). \quad (6)$$

Уравнение (6) представляет собой линейное уравнение с постоянными коэффициентами; если высокочастотное поле $\mathbf{E}(xyz)$ и движение частиц в нулевом приближении (4) заданы, то его решение может быть найдено обычными методами.

Характерные особенности взаимодействия трохондального электронного пучка с электромагнитными волнами в линии передачи можно выяснить, рассмотрев движение заряженной частицы в поле одной монохроматической волны:

$$\mathbf{E} = V_0 \mathbf{e}(xy) e^{-ihz}; \quad \mathbf{B} = V_0 \mathbf{b}(xy) e^{-ihz}, \quad (7)$$

где $V_0 = \text{const}$, а h — постоянная распространения, вообще говоря, комплексная. Правая часть (6) в этом случае запишется в виде:

$$-\gamma_1 \mathbf{E}_x(\tau) = -\gamma_1 V_0 \mathbf{e}_x(x_0, y_0 - a \cos \omega_H \tau) e^{iah \sin(\omega_H \tau)} e^{-ihv_0 \tau} = -\gamma_1 V_0 \mathbf{G}(\tau) e^{-ihv_0 \tau}, \quad (8)$$

где $\mathbf{e}_x = \mathbf{e} + [\mathbf{r}^{(0)}, \mathbf{b}]$ и $\mathbf{G}(\tau) = \mathbf{e}_x e^{iah \sin(\omega_H \tau)}$ — периодическая (с периодом $T_H = 2\pi/\omega_H$) функция τ . Перейдя к декартовой системе координат и разложив $\mathbf{G}(\tau)$ в ряд Фурье:

$$\mathbf{G}(\tau) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} (x_0 G_{xk} + y_0 G_{yk} + z_0 G_{zk}) e^{ikh_H v_0 \tau}, \quad (9)$$

получим решение (6) также в виде ряда:

$$\mathbf{r}_V^{(1)}(\tau) = \frac{V_0}{2u_0} \sum_{k=-\infty}^{\infty} (x_0 x_k^{(1)} + y_0 y_k^{(1)} + z_0 z_k^{(1)}) e^{-ikh v_0 \tau}, \quad (10)$$

где $h_k = h - kh_H$, $h_H = \omega_H/v_0$, $u_0 = v_0^2/2\gamma_1$ — напряжение, а величины $x_k^{(1)}$, $y_k^{(1)}$, $z_k^{(1)}$ связаны с G_{xk} , G_{yk} , G_{zk} соотношениями

* Если рассматривать взаимодействие электромагнитной волны с прямолинейным электронным потоком, модулированным по скорости периодическим продольным электростатическим полем $E_{0z} = -\partial\varphi/\partial z$ (система, относящаяся к первому классу), то решение уравнения нулевого приближения, полученное с помощью закона сохранения энергии, записывается в виде $\tau^{(0)}(z) = \int_0^z dz/v^{(0)}(z)$, где $[v^{(0)}(z)]^2 = 2\gamma_1\varphi(z) + v_0^2$.

Соответственно правая часть (26) записывается как функция z , t_B ; решение $\mathbf{r}^{(1)}$ также удобно искать в виде функции z , t_B (или z , t).

$$x_k^{(1)} = \frac{G_{xk}}{(h_e - h_k)^2}; \quad y_k^{(1)} = \frac{(h_e - h_k)G_{yk} + ih_H G_{zk}}{(h_e - h_k)[(h_e - h_k)^2 - h_H^2]}; \quad (11)$$

$$z_k^{(1)} = \frac{(h_e - h_k)G_{zk} - ih_H G_{yk}}{(h_e - h_k)[(h_e - h_k)^2 - h_H^2]},$$

где $h_e = \omega v_0$.

Общее решение уравнения первого приближения (6) представляет собой сумму вынужденного решения (10) и решения соответствующего (6) однородного уравнения

$$r^{(1)} = [r_V^{(1)}(\tau) + r_{\text{о.лн}}(\tau)]e^{i\omega\tau}. \quad (12)$$

Решение однородного уравнения $r_{\text{о.лн}}(\tau)$ описывает собственные волны электронного пучка (в отсутствие пространственного заряда) и в проекциях на декартову систему координат имеет вид:

$$x_{\text{о.лн}} = A_x e^{-ih_e v_0 \tau} + B_x e^{-ih_e v_0 \tau};$$

$$y_{\text{о.лн}} = A_y e^{-ih_e v_0 \tau} + C e^{-i(h_e + h_H) v_0 \tau} + D e^{-i(h_e - h_H) v_0 \tau}; \quad (13)$$

$$z_{\text{о.лн}} = A_z e^{-ih_e v_0 \tau} + iC e^{-i(h_e + h_H) v_0 \tau} - iD e^{-i(h_e - h_H) v_0 \tau},$$

где A, B, C, D — постоянные интегрирования.

Из формул (11) для $x_k^{(1)}, y_k^{(1)}$ и $z_k^{(1)}$ видно, что возмущение, создаваемое волной в пучке, вообще говоря, мало: $|r^{(1)}|/\lambda \sim V_0/u_0$. Однако в том случае, если

$$h = (h_e + mh_H)(1 + \Delta) \quad (|\Delta| \ll 1), \quad (14)$$

то три члена ряда (10) с номерами $k = m, m \pm 1$ значительно превосходят по величине все остальные ($x_m^{(1)} \sim \Delta^{-2}, y_m^{(1)} \sim z_m^{(1)} \sim y_{m \pm 1}^{(1)} \sim z_{m \pm 1}^{(1)} \sim \Delta^{-1}$). Этими тремя членами и определяется, очевидно, резонансное взаимодействие электромагнитной волны с электронным пучком.

3. Для тонкого спирального пучка, направляемого продольным магнитным полем $B_0 = B_0 z_0$ решение уравнений нулевого приближения (2а) записывается в виде:

$$x^{(0)} = x_0 - a \cos(\omega_H \tau); \quad y^{(0)} = y_0 - a \sin(\omega_H \tau); \quad z^{(0)} = v_0 \tau. \quad (15)$$

Общее уравнение, описывающее возмущение в пучке, сохраняет вид (6), но действующее поле E_x берется в точке, определяемой уравнениями (15). Все формулы, относящиеся к движению пучка в поле монохроматической плоской волны (7) — (12), также сохраняются (с той лишь разницей, что теперь $G(\tau) \equiv e_x(\tau)$, а в (11) и (13) нужно произвести циклическую замену $x \rightarrow z, y \rightarrow x, z \rightarrow y$).

В ряде случаев спиральный пучок удобнее описывать в цилиндрической системе координат (нулевое приближение $r^{(0)} = a, \theta^{(0)} = \omega_H \tau, z^{(0)} = v_0 \tau$). Формулы (9) — (11) при этом запишутся следующим образом (r_0, θ_0, z_0 — единичные векторы):

$$G(\tau) \equiv e_x(\tau) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} (r_0 G_{rk} + \theta_0 G_{\theta k} + z_0 G_{zk}) e^{ikh_H v_0 \tau}; \quad (9a)$$

$$r_V^{(1)} = \frac{V_0}{2u_0} \sum_{k=-\infty}^{\infty} (r_0 r_k^{(1)} + \theta_0 a \theta_k^{(1)} + z_0 z_k^{(1)}) e^{-ikh_H v_0 \tau}; \quad (10a)$$

$$z_k^{(1)} = \frac{G_{zk}}{(h_e - h_k)^2}; \quad r_k^{(1)} = \frac{(h_e - h_k)G_{rk} - i h_H G_{\omega k}}{(h_e - h_k)[(h_e - h_k)^2 - h_H^2]}; \quad (11a)$$

$$a\theta_k^{(1)} = \frac{(h_e - h_k)G_{\theta k} + i h_H G_{rk}}{(h_e - h_k)[(h_e - h_k)^2 - h_H^2]}.$$

2. ДИСПЕРСИОННОЕ УРАВНЕНИЕ ДЛЯ ЛИНИИ ПЕРЕДАЧИ С ЭЛЕКТРОННЫМ ПОТОКОМ, НАПРАВЛЯЕМЫМ ПРОДОЛЬНОМ МАГНИТНЫМ ПОЛЕМ ИЛИ СКРЕЩЕННЫМИ ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКИМ И МАГНИТОСТАТИЧЕСКИМ ПОЛЯМИ

1. Распространение волн в линии передачи, пронизываемой тонким непрямолинейным электронным потоком, описывается системой уравнений, состоящей из формул I (13 а, б) или I (14) для полей, уравнений для амплитуд нормальных волн (в форме I (12) или I (19)) и уравнений движения электрона (2а, б). Мы рассмотрим здесь в качестве примера системы, относящиеся ко второму из выделенных в предыдущем параграфе случаев, — системы с электронным потоком, направляемым продольным однородным магнитным полем или скрещенными однородными электростатическим и магнитостатическим полями.

Уравнение, описывающее электромагнитные волны и волны электронного пучка в такой системе, согласно I (14) и (6), имеет вид:

$$\frac{d^2 r^{(1)}}{d\tau^2} + 2i\omega \frac{dr^{(1)}}{d\tau} - \omega^2 r^{(1)} + \eta \left[\frac{dr^{(1)}}{d\tau} + i\omega r^{(1)}, B_0 \right] = -\eta \sum_s (V_s^+ E_{s\alpha}^+ + V_s^- E_{s\alpha}^-). \quad (16)$$

Здесь $E_{s\alpha}^\pm = (e^\pm + [r^{(0)} b^\pm]) e^{\mp i h_0 s z^{(0)}(\tau)}$ — действующее поле нормальной волны, определяемое в соответствии с I (20). Для амплитуд V_s^\pm в рассматриваемом случае удобно воспользоваться выражением

$$V_s^\pm = \pm \frac{|I_0|}{N_s} \left\{ i\omega \int_{0, \tau_L}^{\tau} r^{(1)} (E_{s\alpha}^\pm)^* d\tau - \int_{0, \tau_L}^{\tau} E_s^\pm r^{(0)} \frac{z^{(1)}}{z^{(0)}} + \int_{0, \tau_L}^{\tau} E_s^\mp r^{(1)} \right\}, \quad (17)$$

где τ_L — время пролета (в нулевом приближении) всего пространства взаимодействия.

Уравнение (16) с учетом (17) можно, очевидно, рассматривать как однородное линейное интегродифференциальное уравнение относительно $r^{(1)}$ с ядром и коэффициентами, являющимися периодическими функциями τ с периодом $T_H = 2\pi/\omega_H$. Разлагая эти функции в ряды Фурье и представляя решение в виде:

$$r^{(1)} = \sum_k (x_0 \bar{x}_k^{(1)} + y_0 \bar{y}_k^{(1)} + z_0 \bar{z}_k^{(1)}) e^{i(\xi + kh_H) z_0 \tau},$$

нетрудно получить бесконечную систему линейных однородных алгебраических уравнений для коэффициентов $\bar{x}_k^{(1)}, \bar{y}_k^{(1)}, \bar{z}_k^{(1)}$. Условие существования нетривиального решения — равенство нулю детерминанта этой системы — дает уравнение для характеристических чисел ξ , т. е. определяет постоянные распространения нормальных волн в линии. Мы не будем выписывать здесь это уравнение в общем виде, а, предполагая определитель сходящимся, рассмотрим лишь наиболее интересный случай слабых токов, когда можно ограничиться учетом взаимодействия электронного потока только с той из нормальных волн

линии передачи, с которой он синхронизирован. Такое ограничение тем более оправдано, что уже при выводе исходных уравнений (в частности, уравнений движения (16)) поле пространственного заряда не учитывалось.

2. Поскольку при слабом взаимодействии постоянные распространения волн в системе должны быть близки к постоянным распространения нормальных волн в „невозмущенной“ линии передачи и электронном потоке (h_{0s} , h_e , $h_e \pm h_H$), условие синхронизма (14) может быть записано в виде:

$$(1 + \varepsilon)h_0 = (h_e + mh_H) \quad (|\varepsilon| \ll 1), \quad (18)$$

где $h_0 = h_{op}$ — постоянная распространения p -ой нормальной волны в „невозмущенной“ линии. Отметим, что это соотношение может быть истолковано, как условие приближенного (с точностью до ε) совпадения фазовой скорости p -ой волны с фазовой скоростью пространственной гармоники тока пучка*.

Нетрудно убедиться, что пренебрежение в дисперсионном уравнении членами, относящимися к взаимодействию со всеми собственными волнами линии, кроме p -ой (синхронной), при отыскании постоянных распространения h_i , близких к $h_{op} \equiv h_0$, сказывается только во втором (по отношению к малым поправкам $\delta = (h_i - h_0)/h_0$ и ε) порядке. Ограничиваясь поэтому в правой части (16) одной волной и рассматривая систему с трохлоидальным пучком, можно представить решение этого уравнения в виде (10)–(13). Подстановка решения для $r_V^{(1)}$ в (17) дает приближенное (с учетом только синхронной волны) дисперсионное уравнение системы. Отметим, что при этом в выражении для $r^{(1)}$ следует сохранить только один член $x_0(V_0/2U_0)x_m^{(1)}$ (при условии, конечно, что $G_{xm} \neq 0$), а в (17) отбросить оба последних слагаемых, которые порядка $\delta \ll 1$ по сравнению с первым. Выполняя интегрирование по τ и учитывая лишь члены порядка $1/\delta(\delta - \varepsilon)^2$, получим дисперсионное уравнение для линии передачи с трохлоидальным (направляемым скрещенными полями $E_0 = -y_0 E_0$, $B_0 = B_0 x_0$) электронным пучком в следующем виде:

$$\delta(\delta - \varepsilon)^2 = -C_m^3 \equiv -\frac{|I_0|}{4U_0} \frac{2h_e}{h_0^3 N} |G_{xm}|^2 = -\frac{|I_0|}{4U_0} \frac{h_e}{h_0} K_m, \quad (19)$$

где C_m — параметр усиления [7], K_m — импеданс взаимодействия, $\delta h_0 = h - h_0$ — поправка к постоянной распространения, $G_{xm} - m$ -ый коэффициент Фурье периодической функции $G_x(\tau) = e_{dx} e^{iah_e \sin(\omega H \tau)}$, e_{dx} — x -составляющая амплитуды действующего поля нормальной волны (см. раздел 1); индекс p , указывающий тип синхронной волны, опущен.

Для линии со спиральным пучком, направляемым продольным магнитным полем $B_0 = z_0 B_0$, приближенное дисперсионное уравнение также имеет вид (19), но с заменой G_{xm} на G_{zm} , где $G_{zm} - m$ -ый коэффициент Фурье функции $G_z(\tau) \equiv e_{dz(\tau)}$ (см. раздел 1). Дисперсионное уравнение (19) совпадает по форме с дисперсионным уравнением обычной лампы бегущей волны с прямолинейным модулированным

* При пренебрежимо малом пространственном заряде постоянные распространения трех собственных волн электронного пучка, находящегося в однородном магнитном поле, отличаются друг от друга, согласно (13), на h_H . Поскольку период пространственной модуляции потока в магнитном поле равен $2\pi/h_H$, спектр пространственных гармоник тока трехкратно (с учетом волн пространственного заряда — шестикратно) вырожден. Условие синхронизма (19) выполняется, таким образом, одновременно для различных гармоник ($m-1, m, m+1$) трех (шести) собственных волн пучка; этим и объясняется наличие трех резонансных членов в ряде (10)–(11) для $r^{(1)}$.

по скорости электронным потоком. Отличие имеется лишь в численном значении коэффициента G_{xm} (для спирального пучка G_{zm}) или, что то же самое, в импедансе взаимодействия K_m . Однако в случае модулированного электронного пучка условие синхронизма (18), обеспечивающее эффективное взаимодействие пучка с волной, может быть выполнено, вообще говоря, при любой фазовой скорости волны в линии передачи. В частности, возможны усиление и генерация высокочастотных колебаний при взаимодействии пучка с незамедленными волнами в гладкостенных волноводах. Характер взаимодействия зависит от дисперсионных свойств линии передачи.

а) При „прямой дисперсии“, когда фазовая и групповая скорости электромагнитной волны совпадают по направлению $v_{\text{фаз}} v_{\text{гр}} > 0$ (т. е. $h_0 N > 0$), в усилителе должен быть использован пучок, средняя скорость электронов v_0 в котором совпадает по направлению с фазовой скоростью волны: $v_0 v_{\text{фаз}} > 0$ ($h_e + mh_H \approx h_0 > 0$), а в генераторе (ЛОВ) или регенеративном усилителе на обратной волне—пучок, в котором электроны движутся навстречу волне: $v_0 v_{\text{фаз}} < 0$ ($-h_e + mh_H \approx h_0 > 0$).

б) При „обратной дисперсии“, когда $v_{\text{фаз}} v_{\text{гр}} < 0$ (т. е. $h_0 N < 0$), случай $v_0 v_{\text{фаз}} > 0$ ($h_e + mh_H \approx h_0 > 0$) соответствует генерации (ЛОВ) или регенеративному усилению, а случай $v_0 v_{\text{фаз}} < 0$ ($-h_e + mh_H \approx h_0 > 0$)—усилению на бегущей волне, амплитуда которой экспоненциально нарастает вдоль линии*.

Формальное сходство уравнения (19), описывающего взаимодействие электромагнитной волны с трохoidalным (или спиральным) электронным пучком при $G_{xm} \neq 0$ (соответственно, $G_{zm} \neq 0$), с дисперсионным уравнением ЛБВ типа „О“ избавляет от необходимости специального исследования свойств усилителей и генераторов с такими пучками. Взаимодействие такого рода мы будем в дальнейшем называть взаимодействием типа „О“ независимо от того, осуществляется ли оно в системе со скрещенными полями или с продольным магнитным полем. Для устройств, где используется взаимодействие типа „О“, формулы для коэффициента усиления, стартового тока и т. п. получаются из соответствующих формул для обычных ламп типа „О“ заменой параметра усиления S на параметр S_m , определяемый (19).

3. При выводе дисперсионного уравнения (19) предполагалось, что коэффициенты G_{xm} (для определенности имеется в виду система с трохoidalным пучком) отличны от нуля, что позволило учитывать в правой части (17) лишь члены порядка $1/\delta(\delta-\varepsilon)^2$. В случае $G_{xm}=0$ необходимо, очевидно, учесть члены порядка $1/\delta(\delta-\varepsilon)$, $\varepsilon/\delta(\delta-\varepsilon)^2$ и т. д. Характер взаимодействия будет в этом случае существенно иной; взаимодействие такого рода в дальнейшем мы будем называть взаимодействием типа „М“. Используя решения (10)—(11) и выделяя резонансные (порядка $1/\delta(\delta-\varepsilon)$) члены в $z^{(1)}$ и $y^{(1)}$, после подстановки $r^{(1)}$ в (17) и интегрирования по τ получим:

$$\delta(\delta-\varepsilon) = \frac{|I_0|}{4U_0} \frac{1}{h_0^2 N} \frac{h_e}{h_H} \{ |G_{ym+1}|^2 + |G_{zm+1}|^2 - 2\text{Im}(G_{zm+1} G_{ym-1}^*) + \\ + 4\text{Im}(G_{zm} G_{ym}^*) - |G_{ym-1}|^2 - |G_{zm-1}|^2 - 2\text{Im}(G_{zm-1} G_{ym-1}^*) \}, \quad (20)$$

где Im означает мнимую часть соответствующей величины. Аналогичное уравнение для спирального пучка при $G_{zm} \equiv 0$ получается заменой $G_{yk} \rightarrow G_{\theta k}$, $G_{zk} \rightarrow G_{rk}$, где $G_{\theta k}$ и G_{rk} —коэффициенты Фурье соответствующих компонент действующего поля.

* Указанные особенности взаимодействия имеют место и в случае прямолинейного пучка, модулированного по скорости продольным периодическим в пространстве электростатическим полем [4, 5].

Дисперсионное уравнение (20), описывающее взаимодействие типа „М“, является уравнением второго порядка относительно δ и совпадает по форме с дисперсионным уравнением систем типа „М“ с прямолинейным немодулированным электронным пучком. Правая часть (20), от знака которой зависит характер корней, содержит слагаемые трех индексов ($m-1, m, m+1$); объясняется это, как уже было отмечено, трехкратным вырождением спектра пространственных гармоник собственных волн электронного пучка. Это обстоятельство делает невозможным исследование взаимодействия типа „М“ без конкретизации структуры поля в линии передачи. Следует, однако, отметить, что, поскольку G_{zk} и G_{yk} убывают с ростом $|k|$, при взаимодействии пучка с „быстрой“ волной ($h_0 \approx h_e + mh_H, m < 0$) правая часть (20) будет, как правило (кроме специальных случаев), положительной и поправки δ — действительными, что соответствует отсутствию усиления*.

4. Как при взаимодействии типа „О“, так и при взаимодействии типа „М“ дисперсионное уравнение (19) и (20) содержит коэффициенты G_m , определяемые через действующее поле $E_d = (e + [r^{(0)}b])e^{-ihz}$. На первый взгляд может показаться, что учет высокочастотного магнитного поля b здесь излишен, так как в обычных линиях при $v_{\text{фаз}} \gg c$ $|b| \ll |e|/c$ (c — скорость света) и поправка оказывается порядка $r^{(0)}/c$. Нетрудно, однако, видеть, что при взаимодействии с пространственными гармониками тока существенно не само поле $e e^{-ihz}$, а его изменение на статической траектории электрона. Это изменение порядка $\nabla e a \sim a e h_0 \sim e a \omega / c$; с другой стороны, лорентцова сила $[r_0 b] \sim \omega_H a b \sim e a \omega_H / c$. Отсюда следует, что при $\omega \sim \omega_H$ (а именно этот случай представляет интерес) высокочастотное магнитное поле дает эффект, вообще говоря, того же порядка, что и электрическое**.

8. ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ТИПА „О“ В СИСТЕМАХ СО СПИРАЛЬНЫМИ И ТРОХОИДАЛЬНЫМИ ЭЛЕКТРОННЫМИ ПОТОКАМИ

Несмотря на формальное сходство дисперсионных уравнений для систем со спиральным и с трохоидальным электронными пучками, механизмы взаимодействия электронов с высокочастотным полем в этих случаях существенно различны. Особенности взаимодействия проще всего пояснить на конкретных примерах.

1. Спиральный пучок, направляемый продольным магнитным полем $B_0 = z_0 B_0$. Импеданс взаимодействия $K_m = 2 |G_{zm}|^2 / h_0^2 N$ пропорционален квадрату модуля m -го коэффициента Фурье амплитуды продольной компоненты действующего поля (см. раздел 1):

$$G_{zm} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} [e_z(\zeta) - a \omega_H b_r(\zeta)] e^{-im\zeta} d\zeta, \quad (21)$$

где $\zeta = \omega_H \tau$, a — радиус спирального пучка, b_r — радиальная (в системе, коаксиальной с пучком) компонента магнитной индукции высокочастотного поля. Типичные примеры систем со спиральным пучком представлены на рис. 2а, б.

а) Спиральный пучок в поле медленной ТМ-волны. В медленной

* Примеры взаимодействия типа „М“ рассмотрены в работе [8]. (доклад на III Всесоюзной конференции МВО по радиоэлектронике, Киев, 1959).

** В работах [4, 6], где рассматривается прямолинейный пучок, модулированный электростатическим полем, пренебрежение лорентцовой силой может быть оправдано присутствием продольного фокусирующего магнитного поля, исключающего поперечное движение электронов.

ТМ-волне действием магнитного поля (слагаемым $a\omega_H b_r$ в (21)) можно пренебречь. При соблюдении условия синхронизма (18) электроны попадают в более сильное поле все время в одной и той же (в нулевом приближении) фазе. В результате оказывается возможным такой же механизм взаимодействия*, как и в обычной ЛБВ типа „О“: поле e_z обеспечивает и группировку, и отбор мощности от образовавшихся

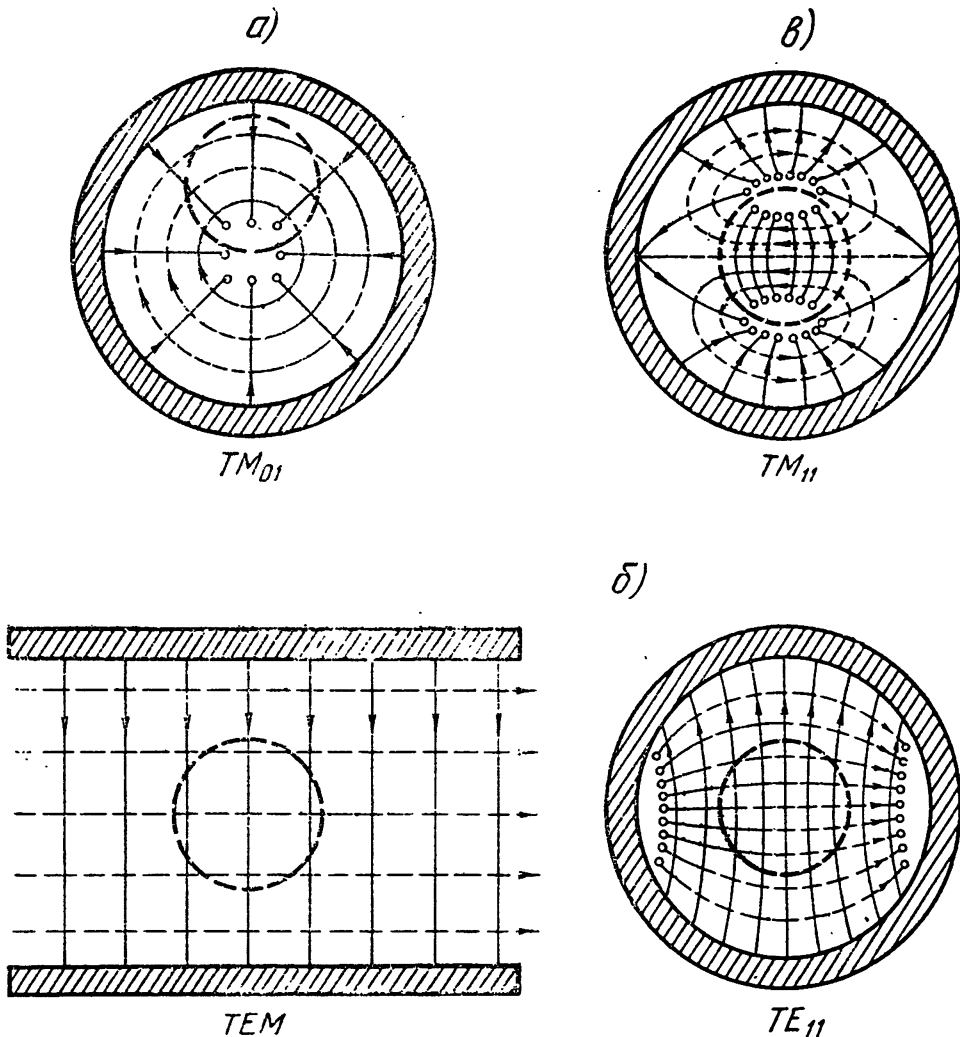


Рис. 2. Системы со спиральным электронным пучком. Сечение пучка показано пунктирной окружностью.

сгустков. Как следует из (19), требуемая фазировка сгустков всегда имеет место.

б) Спиральный пучок в поле TE (или TEM)-волны. Продольная компонента e_z отсутствует, и группировка обеспечивается продольной компонентой лорентцовой силы $[\dot{r}^{(0)}b]_z = a\omega_H b_r$. Отбор мощности осуществляется благодаря взаимодействию движущихся по окружности должным образом сфазированных электронных сгустков с поперечным высокочастотным электрическим полем.

* На возможность такого механизма взаимодействия мое внимание обратил Г. И. Рапопорт.

В более общем случае, например, при взаимодействии с незамедленными TM -волнами (рис. 2в) оба описанные выше механизма действуют одновременно.

2. Трохоидальный пучок в скрещенных статических полях $E_0 = -y_0 E_0$, $B_0 = x_0 B_0$. Импеданс взаимодействия определяется в этом случае поперечной (параллельной B_0) компонентой действующего поля $K_m = 2 |G_{xm}| / h_0^2 \Lambda'$, где

$$G_{xm} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \{ e_x(\zeta) + v_0 a h_H \sin \zeta b_z(\zeta) + v_0 (1 - a h_H \cos \zeta) b_y(\zeta) \} e^{-i(ah \sin \zeta + m \zeta)} d\zeta, \quad (22)$$

$\zeta = \omega_H \tau$, a —амплитуда колебаний электронов в трохонде, $v_0 = E_0 / B_0$ —скорость дрейфа в z -направлении. Типичные примеры систем с трохондальным пучком приведены на рис. 3а, б.

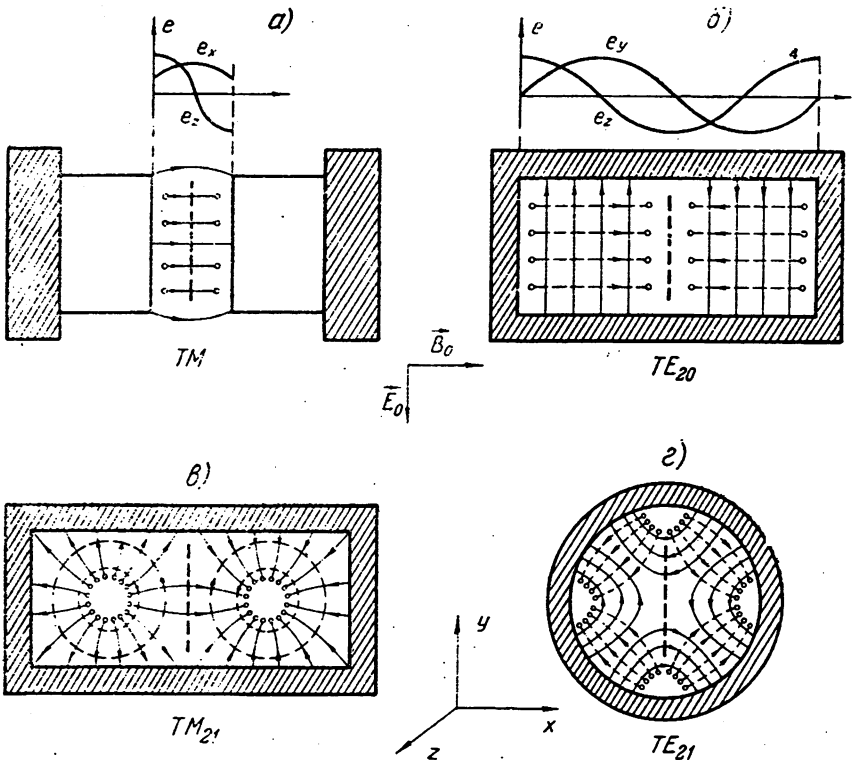


Рис. 3. Системы с трохондальным электронным пучком. Сечение пучка показано пунктирной линией.

а) Трохоидальный пучок в поле медленной TM -волны. Магнитное поле в медленной TM -волне мало, и лорентцовой силой в (22) можно пренебречь. Механизм взаимодействия пучка с волной в такой системе не связан с продольной группировкой частиц (образованием сгустков) и аналогичен механизму, действующему в лампе с поперечным полем [7, 9]. Поперечная компонента e_x отклоняет электронный луч в поперечном направлении (параллельно B_0) таким образом, что электроны, отдающие энергию, оказываются в более сильном продольном поле e_z , а отбирающие—в более слабом. На рис. 3а невозмущенный электронный поток показан в плоскости, где $e_z = 0$ (как в обыч

ной лампе с поперечным полем); это условие не является, очевидно, обязательным.

б) Трохоидальный пучок в поле TE -волны (рис. 3б). Отклонение пучка в поперечном направлении, параллельном B_0 , производится лорентцовой силой, обусловленной продольным магнитным высокочастотным полем ($e_x \equiv 0$). Большинство электронов, колеблющихся в плоскости yz , в результате попадает в тормозящее поперечное поле e_y , благодаря чему и осуществляется передача колебательной энергии электронного пучка высокочастотному полю.

Примеры систем с более сложным взаимодействием, являющимся комбинацией описанных выше простейших механизмов, приведены на рис. 3в, г. В системе, изображенной на рис. 3в (взаимодействие с TM_{21} -волной), отклонение луча обеспечивается и поперечным электрическим, и поперечным магнитным полями (e_x и b_y), а отбор мощности — продольной компонентой e_z . При взаимодействии с волной TE_{21} в круглом волноводе (рис. 3г) отклонение обусловлено поперечной компонентой e_x и обеими компонентами магнитного поля b_z , b_y , а отбор мощности — поперечным полем e_y .

Приведенные примеры позволяют оценить возможности систем со спиральными и трохoidalными электронными пучками. Главным их достоинством является возможность осуществления взаимодействия электронного пучка с незамедленными электромагнитными волнами без применения периодических структур. Это обстоятельство не только упрощает конструкцию прибора, но и увеличивает поперечное сечение пространства взаимодействия до величин порядка λ^2 , что, в свою очередь, снижает требования к фокусировке пучка и позволяет увеличить рабочий ток. Параметр усиления C для таких систем, работающих на первой или второй гармонике тока, может быть сделан того же порядка, что и в обычных приборах с бегущей волной. Так, например, для системы, где спиральный пучок радиуса a , соосный с круглым волноводом радиуса R , взаимодействует с волной TE_{11} (синхронизм $h_0 = h_e - h_H$), получим:

$$-\delta^3 = C_{TE_{11}}^3 = \frac{|I_0|}{4U_0} \frac{\omega\mu}{h_0} \frac{h_H^2}{h_e h_0} \frac{[\chi a J_1'(\chi a)]^2}{2\pi (\nu_{11}^2 - 1) J_1^2(\nu_{11})},$$

где $\chi = \nu_{11}/R$ — поперечное волновое число, ν_{11} — первый корень производной функции Бесселя первого порядка. При $\omega_H a \sim 0,1c$, $U_0/I_0 \sim 10^4 \text{ ом}$, $h_e/h_0 \sim 40$ получаем: $C_{TE_{11}} \sim 5 \cdot 10^{-2}$. Для спирального пучка, проходящего в середине прямоугольного волновода (широкая стенка d , узкая b , волна TE_{01}) параметр усиления определяется формулой:

$$-\delta^3 = C_{TE_{01}}^3 = \frac{|I_0|}{4U_0} \frac{\omega\mu}{h_0} \frac{h_H^2}{h_e h_0} \frac{a^2}{2bd} J_0^2\left(\frac{\pi a}{d}\right),$$

откуда при тех же параметрах пучка и $b \sim 2a$ получаем $C_{TE_{01}} \sim 7 \cdot 10^{-2}$. Отметим, что достаточно большой параметр усиления $C \sim 2 \cdot 10^{-2}$ сохраняется и при работе на второй пространственной гармонике тока пучка $h_0 = h_e - 2h_H$ (в формуле для C надо в этом случае заменить J_0^2 на $J_1^2 \sin^2(\pi x_1/d)$, где x_1 — смещение оси пучка относительно плоскости симметрии).

Аналогичный результат получается для систем с трохoidalным пучком; например, для системы, изображенной на рис. 3б,

$$-\delta^3 = C_{TE_{02}}^3 = \frac{|I_0|}{4U_0} \frac{\omega\mu}{h_0} \frac{h_H^2}{h_e h_0} \frac{8\pi^2 [ah_0 J_1'(ah_0)]^2}{h_0^4 S_{\perp p} \lambda_{\text{кит}}^2},$$

где S_{\perp} — площадь поперечного сечения волновода, $\lambda_{\text{крит}}$ — критическая длина волны. При $ah_H \sim 1^*$, $h_e / h_0 \sim 40$, $U_0 / I_0 \sim 10^4$ ом и $h_0^2 S_{\perp} \lambda_{\text{крит}}^2 \sim 50$ получаем: $C_{TE_{\alpha}} \sim 4 \cdot 10^{-2}$.

Таким образом, в системах, где используется модуляция пучка постоянным магнитным полем, коэффициент усиления при взаимодействии типа „О“ может достигать значительной величины. Следует также отметить, что хотя линейная теория и не в состоянии решить вопроса о предельной выходной мощности приборов такого типа, описанные выше примеры механизма взаимодействия пучка с поперечным электромагнитным полем волны позволяют надеяться, что коэффициент полезного действия у таких устройств будет относительно высоким.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Исследование взаимодействия трохонидальных и спиральных электронных пучков с электромагнитными волнами в волноводных системах показывает, что взаимодействие типа „О“ (дисперсионное уравнение (19)) может быть с успехом использовано в усилителях и генераторах микрорadioволн без периодических структур и замедляющих систем. Взаимодействие типа „М“ (дисперсионное уравнение (20)) в большинстве случаев не приводит к усилению электромагнитных колебаний при синхронизации одной из быстрых пространственных гармоник тока пучка с незамедленной электромагнитной волной. Более подробно этот вопрос рассматривается в [8] на конкретных примерах.

Следует, однако, отметить, что отсутствие комплексных корней дисперсионного уравнения, полученного в линейном приближении, еще не означает невозможности усиления высокочастотных колебаний. В некоторых случаях, в частности, в системах с большими градиентами высокочастотных и статических полей взаимодействие со слабым полем может существенно изменить траекторию частицы; следовательно, учет нелинейных членов необходим. Исследование, проведенное на достаточно простой модели и при простейшей аппроксимации нелинейности (соответствующей удалению ускоряющихся электронов начиная с некоторого значения энергии) показывает, что в таких системах также существует механизм, обеспечивающий усиление при взаимодействии пучка с незамедленными электромагнитными волнами [10, 11].

ЛИТЕРАТУРА

1. Н. Kleinwächter, ETZ, Н. 24, 714 (1951).
2. F. Lüdi, Helv. Phys. Acta., 16, 59 (1943).
3. F. Lüdi, ZAMP, 3, 119 (1952).
4. В. А. Солнцев, А. С. Тагер, Изв. высш. уч. зав. — Радиофизика, 1, 5—6, 127 (1958).
5. В. А. Солнцев, А. С. Тагер, Изв. высш. уч. зав. — Радиофизика, 2, 101 (1959).
6. А. В. Гапонов, Изв. высш. уч. зав. — Радиофизика, 2, 443 (1959).
7. Д. Р. Пирс, Лампа с бегущей волной, изд. Сов. радио, М., 1952.
8. И. И. Антаков, А. В. Гапонов, Изв. высш. уч. зав. — Радиофизика (в печати).
9. R. Adler, O. M. Kromhout, P. A. Clavier, Proc. IRE, 1, 82 (1956).
10. С. И. Тетельбаум, Радиотехника и электроника, 2, 705 (1957).
11. В. М. Боков, Изв. высш. уч. зав. — Радиофизика (в печати).

Исследовательский радиофизический институт
при Горьковском университете

Поступила в редакцию
17 мая 1959 г.

* Случай $ah_H > 1$, когда трохоида образует петли, нуждается, вообще говоря, в специальном рассмотрении; однако дисперсионное уравнение в форме (19) остается, по-видимому, справедливым и для таких пучков.