

К ВОПРОСУ О КОРРЕЛЯЦИИ ФЛЮКТУАЦИЙ СВЧ РАДИОВОЛН ПРИ РАСПРОСТРАНЕНИИ В НЕОДНОРОДНОЙ СРЕДЕ

А. В. Мень

Определяется продольная корреляция флюктуаций в ближней зоне; приводятся выражения для коэффициентов корреляции флюктуаций фаз и амплитуд в разнесенных точках при произвольной ориентации их относительно источника.

Распространение волн в неоднородной турбулентной среде $n=n(\mathbf{r}, t)$ сопровождается флюктуациями амплитуд и фаз, статистические свойства которых характеризуются как интенсивностью (средними квадратами), так и корреляцией их в различных точках пространства. Основное внимание в литературе [1-7] уделялось определению интенсивности флюктуаций и их корреляции вдоль избранных направлений относительно линии связи—поперек и вдоль направления распространения, причем в последнем случае определены соотношения лишь для дальней зоны. Представляет интерес распространить полученные результаты на случай произвольной ориентации разнесенных точек A и B относительно источника излучения (см. рис. 1а).

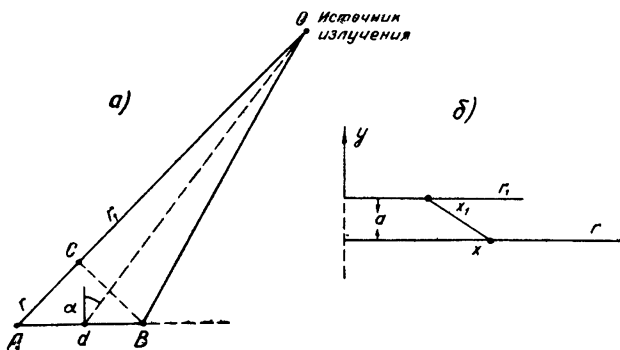


Рис. 1.

1. Предварительно определим корреляцию флюктуаций в ближней зоне при распространении на параллельных трассах различной длины. В случае небольшой неоднородности среды, когда

$$n = 1 + \mu \quad (\mu \ll 1), \quad (1)$$

при условии малости изменения фазы и амплитуды на расстоянии длины волны, в ближней зоне флюктуации фазы ψ_r и амплитуды $A(\mathbf{r}) / A_0$ плоской волны, будут соответственно [1, 2] *:

$$\psi_r = \psi(\mathbf{r}) - \mathbf{k}\mathbf{r} = \frac{2\pi}{\lambda} \int_0^r \mu dx;$$

* Направление распространения принято за ось x .

$$\gamma_r = \ln \frac{A(r)}{A_0} = -\frac{1}{2} \int_0^r (r-x) \Delta_1 \mu dx, \quad (2)$$

где $\psi(r)$, $A(r)$ — фаза и амплитуда волны, A_0 , kr — значение амплитуды и фазового запаздывания при распространении в однородной среде, λ — длина волны, $\Delta_1 \mu$ — поперечный оператор Лапласа:

$$\Delta_1 \mu = \frac{\partial^2 \mu}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \mu}{\partial z^2}. \quad (3)$$

На основании соотношений (2), (3) функции корреляции флюктуаций вдоль двух параллельных трасс различной длины (см. рис. 16)

$$\begin{aligned} \overline{\psi_{r_1} \psi_r} &= \frac{4\pi^2}{\lambda^2} \int_0^{r_1} dx_1 \int_0^r \overline{\mu(x_1) \mu(x)} dx; \\ \overline{\gamma_{r_1} \gamma_r} &= \frac{1}{4} \int_0^{r_1} (r_1 - x_1) dx_1 \int_0^r (r - x) \left[\overline{\frac{\partial^2 \mu(x_1)}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \mu(x_1)}{\partial z^2}} \right] \times \\ &\quad \times \left[\overline{\frac{\partial^2 \mu(x)}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \mu(x)}{\partial z^2}} \right] dx. \end{aligned} \quad (4)$$

В случае неограниченной статистически изотропной тропосферы, описываемой функцией корреляции пульсаций коэффициента преломления n вида

$$\overline{\mu_1 \mu_2} = \overline{\mu^2} \exp(-\Delta r^2 l^{-2}), \quad (5)$$

где Δr — расстояние между точками пространства, а l — параметр функции корреляции, можно получить:

$$\overline{\psi_{r_1} \psi_r} \approx 4\pi \frac{5/2}{\mu^2} \lambda^{-2} r_1 \exp(-a^2 l^{-2}) \quad (r_1 \gg l) \quad (6)$$

(a — расстояние между трассами).

Аналогично в этом же приближении корреляция амплитудных флюктуаций определяется соотношением:

$$\begin{aligned} \overline{\gamma_{r_1} \gamma_r} &\approx \frac{8}{3} \sqrt{\pi} \overline{\mu^2} l^{-3} r_1^3 (1, r r_1^{-1} - 0,5) (1 - 2a^2 l^{-2} + a^4 2^{-1} l^{-4}) \times \\ &\quad \times \exp(-a^2 l^{-2}). \end{aligned} \quad (6a)$$

На основании соотношений (6), (6a) определяются коэффициенты пространственной корреляции при продольном и параллельном разnose: при $a = 0$

$$R_\psi = \overline{\psi_{r_1} \psi_r} / \sqrt{\overline{\psi_{r_1}^2}} \sqrt{\overline{\psi_r^2}} = \sqrt{r_1/r}; \quad R_\gamma = \sqrt{(r_1/r)^3} (1,5 r/r_1 - 0,5) \quad (7)$$

и, соответственно, при $r_1 = r^*$

$$R'_\psi = \exp(-a^2 l^{-2}); \quad R'_\gamma = \exp(-a^2 l^{-2}) (1 - 2a^2 l^{-2} + a^4 2^{-1} l^{-4}), \quad (8)$$

* Аналогичные выражения для поперечных коэффициентов корреляции приводятся в [4] и [7].

где R_ψ, R_γ — коэффициенты продольной корреляции фазовых и амплитудных флуктуаций, R'_ψ, R'_γ — соответствующие коэффициенты поперечной корреляции.

Полученные соотношения для коэффициентов корреляции иллюстрируются рис. 2. Следует отметить, что если при поперечном разнесе быстрее убывает корреляция амплитудных флуктуаций, то при про-

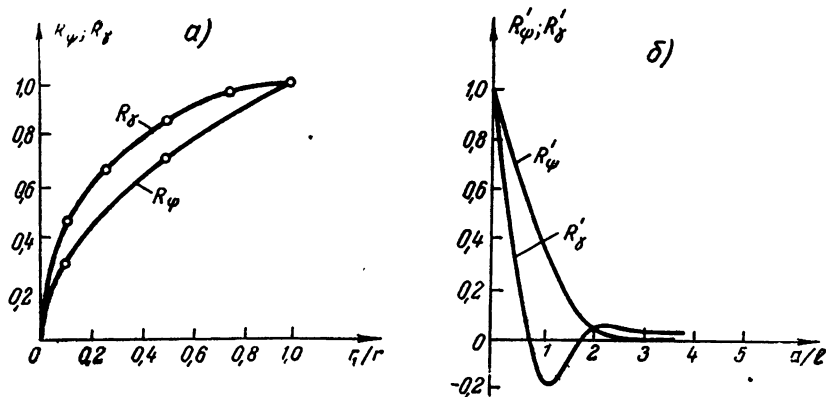


Рис. 2.

дольном разнесе, наоборот, быстрее декоррелируют фазовые флуктуации. Например, коэффициент корреляции амплитудных флуктуаций убывает до 0,5 при продольном разнесе до 0,88 r , а для фазовых флуктуаций — до 0,75 r соответственно, где [2]

$$r \leq 0,5 \pi l^2 / \lambda. \tag{9}$$

2. Перейдем к определению корреляции флуктуаций в точках A и B пространства при произвольной ориентации их относительно излучателя (см. рис. 1а). Учитывая полученные для продольной корреляции соотношения, приближенно полагаем полностью скоррелированными флуктуации в точках A и C при $d \ll r$, где d — расстояние между точками, а C — проекция B на направление OA *.

Тогда, пренебрегая различием интенсивности флуктуаций в этих точках, т. е. полагая $\overline{\psi_A^2} \cong \overline{\psi_C^2} = \overline{\psi^2}$ и $\overline{\gamma_A^2} \cong \overline{\gamma_C^2} = \overline{\gamma^2}$, имеем:

$$\begin{aligned} \overline{\psi_A \psi_B} / \sqrt{\overline{\psi_A^2}} \sqrt{\overline{\psi_B^2}} &\approx \overline{\psi_C \psi_B} / \overline{\psi^2} = R'_\psi (d \cos \alpha); \\ \overline{\gamma_A \gamma_B} / \sqrt{\overline{\gamma_A^2}} \sqrt{\overline{\gamma_B^2}} &\approx \overline{\gamma_C \gamma_B} / \overline{\gamma^2} = R'_\gamma (d \cos \alpha), \end{aligned} \tag{10}$$

где $R'_\psi (d \cos \alpha)$ и $R'_\gamma (d \cos \alpha)$ — коэффициенты поперечной корреляции фазовых и амплитудных флуктуаций для точек, разнесенных на расстояние $d \cos \alpha$.

Отметим, что соотношение (10) справедливо также для дальней зоны ($r > 0,5 \pi l^2 / \lambda$), поскольку в этом случае, согласно [6, 7], декорреляция при продольном разнесе наступает еще медленнее, чем в ближней зоне.

Воспользовавшись выражениями для коэффициентов поперечной корреляции, приведенными в [4, 6], корреляцию фазовых флуктуаций

* Погрешность такого предположения, например, составит при $d/r \leq 0,01$ менее 0,5 % для фазовых флуктуаций и 0,02 % для амплитудных.

в обеих зонах и амплитудных флюктуаций в дальней зоне при пересекающихся трассах (см. рис. 1а) и произвольной ориентации базы относительно источника при $d \ll r$ определим в виде:

$$R_{\psi_{AB}} = R_{\gamma} = \frac{\sqrt{\pi}}{2} \frac{\operatorname{erf}(d \cos \alpha / l)}{d \cos \alpha / l}. \quad (11)$$

Из соотношения (11) следует, что, измеряя коэффициент корреляции флюктуаций при различной ориентации базы относительно источника, возможно при определенных соотношениях d/l экспериментально определять „масштаб неоднородностей“, усредненно характеризующий неоднородную среду.

3. Аналогичные результаты при использовании фазовых флюктуаций для определения параметра l более просто могут быть получены путем измерения флюктуаций разности фаз (вместо определения корреляции фазовых флюктуаций в разнесенных точках). В этом случае, определяя средний квадрат флюктуаций разности фаз при различной ориентации базы, нормированный к его максимальному значению, имеем в обеих зонах:

$$\Phi(\alpha, d/l) = \frac{(\psi_A - \psi_B)^2}{(\psi_A - \psi_B)^2_{\max}} = \frac{1 - R_{AB}}{1 - R_{AB_{\min}}} = \frac{1 - (\sqrt{\pi} l / 2d \cos \alpha) \operatorname{erf}(d \cos \alpha / l)}{1 - (\sqrt{\pi} l / 2d) \operatorname{erf}(d/l)}, \quad (12)$$

где $R_{AB_{\min}}$ — минимальное значение коэффициента корреляции, соответствующее $\alpha = 0$. Графики этой функции приведены на рис. 3 при различных значениях отношения d/l .

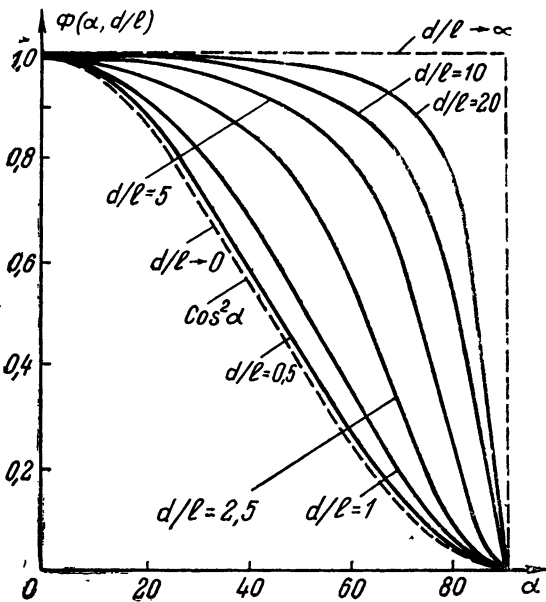


Рис. 3.

Измерение параметра l путем вращения базы фиксированной длины в этом случае также возможно в определенном интервале отношений d/l , примерно, при

$$0,5 < d/l < 20.$$

Действительно, при $d/l \ll 1$ с погрешностью около $0,3 d^2 l^{-2} \sin^2 \alpha$

$$\Phi(\alpha, d/l) \rightarrow \cos^2 \alpha, \quad (13)$$

т. е. в этом случае информация о параметре l исключается. В другом крайнем случае, когда $d/l \gg 10$, для $0 < \alpha < \alpha_{\text{гр}}$

$$\Phi(\alpha, d/l) \approx 1 - \sqrt{\pi} l / 2d \cos \alpha. \quad (13a)$$

При этом существенное изменение интенсивности флюктуаций, например, бо-

лее чем на 0,1, будет наблюдаться в узком секторе углов:

$$\alpha_{\text{гр}} < \alpha < 90^\circ,$$

где

$$\alpha_{\text{гр}} = \arccos(5\sqrt{\pi} l / d), \quad (14)$$

что приведет к увеличению ошибок измерения.

В заключение отметим, что приведенные соотношения справедливы при вероятностном виде функции корреляции μ (5); однако аналогичные результаты имеют место при различных видах этой функции, если корреляция пульсаций в различных точках среды монотонно убывает с расстоянием.

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. В. А. Красильников, Изв. АН СССР, сер. геофиз., **13**, 33 (1949).
2. А. М. Обухов, Изв. АН СССР, сер. геофиз., **17**, 155 (1953).
3. Л. А. Чернов, ДАН СССР, **98**, 953 (1954).
4. R. V. Muchmore, A. D. Wheelon, Proc. IRE, **43**, 1437 (1955).
5. A. D. Wheelon, R. V. Muchmore, Proc. IRE, **43**, 1450 (1955).
6. В. Н. Каравайников, Акустич. ж., **3**, 165 (1957).
7. Л. А. Чернов, Распространение волн в среде со случайными неоднородностями, изд. АН СССР, М., 1958.

Харьковский институт
радиофизики и электроники
АН УССР

Поступила в редакцию
21 февраля 1959 г.