

## ДЕТАЛИЗИРОВАННЫЕ ДИАГРАММЫ И. А. ВЫШНЕГРАДСКОГО И ВЫБОР ОПТИМАЛЬНЫХ ПАРАМЕТРОВ ДЛЯ ТИПОВОЙ СИСТЕМЫ НЕПРЯМОГО РЕГУЛИРОВАНИЯ

*И. А. Антонов*

Известная диаграмма И. А. Вышнеградского развивается применительно к системе непрямого регулирования четвертого порядка, которая приводится к трехпараметрическому виду. Рассматриваются плоские сечения трехмерной фигуры, строятся графики, определяющие области устойчивости с разделением их на подобласти с различным качеством протекания переходного процесса.

Кроме того, указываются зоны оптимальных параметров по критерию времени регулирования и оценивается влияние параметров на быстродействие системы.

### ВВЕДЕНИЕ

Как известно, впервые влияние различных конструктивных параметров на функционирование системы прямого регулирования установил И. А. Вышнеградский. Эти данные для системы третьего порядка, характеристическое уравнение которой приводится к двухпараметрическому виду, заключены в известной диаграмме, носящей его имя.

Диаграмма Вышнеградского была детализирована в работах [1-4], где были построены кривые равных затуханий [1], кривые равной степени устойчивости [2], линии равной сходимости (расходимости) апериодических и колебательной составляющих процесса [3], линии постоянных резонансных частот и линии постоянных резонансных коэффициентов усиления [4]. Пользуясь такими усовершенствованными графиками, можно оценить влияние отдельных параметров на качественные характеристики переходного процесса и на количественные показатели его протекания.

Идеи И. А. Вышнеградского и их развитие применительно к двухпараметрическим системам регулирования излагаются в учебниках и руководствах. Напротив, типовая система непрямого регулирования, которая лежит в основе большинства ныне применяющихся авторегулируемых устройств, изучена до сих пор еще недостаточно. Известно, что до последнего времени методы И. А. Вышнеградского не были обобщены применительно к системам четвертого порядка, динамика которых зависит от трех существенных параметров. С геометрической точки зрения это означает, что пространственная задача Вышнеградского еще не разработана в различных аспектах, удобных для применения.

В первом разделе настоящей статьи строятся детализированные диаграммы Вышнеградского, позволяющие непосредственно по положению фигуративной точки указать характер переходного процесса в системе непрямого регулирования при определенных ограничениях, налагаемых начальными условиями. Для исследования используются дискриминантная кривая, введенная Булгаковым [5], и операция  $D$ -разбиения, получившая применение после работ Неймарка [6,7].

Выбор оптимальных параметров содержится в разделе 2, где предварительно строятся корневые характеристики (см. [8]), а затем определяется влияние параметров на быстродействие системы.

Заметим, что особенностью работы является применение безразмерных параметров, которыми оперируют в [9] при исследовании устойчивости системы непрямого регулирования и в [10], где дана новая анаморфоза диаграммы Вышнеградского для системы третьего порядка.

### 1. ДЕТАЛИЗИРОВАННЫЕ ДИАГРАММЫ И. А. ВЫШНЕГРАДСКОГО

*а) Исходные уравнения.* Уравнения динамики рассматриваемой системы в транскрипции А. Стодолы для случая сброса нагрузки имеют вид:

$$\begin{aligned} T_a \varphi' &= -\mu - 1(t); \\ T_r^2 \eta'' + T_k \eta' + \delta \eta &= \varphi; \\ T_s \mu' + \mu &= \eta. \end{aligned} \quad (1)$$

Полагая  $t = \delta T_a \tau$  и переходя к безразмерным параметрам [9]

$$r = \frac{T_r^2}{\delta^3 T_a^2}, \quad k = \frac{T_k}{\delta^2 T_a}, \quad s = \frac{T_s}{\delta T_a}, \quad (2)$$

получим, что преобразование Лапласа для регулируемой координаты при нулевых начальных условиях запишется так:

$$L[\tilde{\varphi}(\tau)] = -\frac{\delta(r p^2 + kp + 1)(sp + 1)}{p[p(rp^2 + kp + 1)(sp + 1) + 1]}. \quad (3)$$

Примем, что  $T_a$ , определяемая свойствами объекта, есть фиксированная величина, а значение  $\delta$  задано техническими условиями. Тогда, следуя [10], можно параметры  $r$  и  $s$  именовать конструктивными, характеризующими соответственно массу чувствительного элемента и время сервомотора, а параметр  $k$  именовать регулировочным, оценивающим трение регулятора.

Из соотношения (3) заключаем, что характеристическое уравнение

$$D(p) = srp^4 + (r + ks)p^3 + (k + s)p^2 + p + 1 = 0 \quad (4)$$

формируется посредством трех существенных параметров.

*б) Построение областей устойчивости.* Параметрические уравнения границы области устойчивости для плоских сечений  $s = \text{const}$  получатся из (4) при подстановке  $p = \pm j\omega$ :

$$k = \frac{1}{(1 + s^2 \omega^2) \omega^2}; \quad r = \frac{1 - s + s^2 \omega^2}{(1 + s^2 \omega^2) \omega^2}. \quad (5)$$

Используя правило штриховки, легко убедиться, что область устойчивости ограничена кривой  $D$ -разбиения (гиперболой) и особой прямой  $r = 0$ . На рис. 1 построено семейство граничных кривых (5) при различных значениях  $s$ . При быстрых сервомоторах, когда  $s < 1$ , области устойчивости простираются в бесконечность, т. е. являются открытыми областями. В этом случае стабилизация системы возможна при любой массе регулятора  $r$  за счет выбора надлежащей величины вязкого трения  $k$ . Наоборот, при медленных сервомоторах, когда  $s > 1$ , образуются закрытые области устойчивости, и стабилизация авторегулируемой системы жестко лимитируется предельным значением  $r$ . Уместно отметить, что увеличение параметра  $s$  повышает

предел параметра  $r$ , ограничивая в то же время диапазон „устойчивых“ значений  $k$ . Точка пересечения граничной кривой с прямой  $r=0$  при неограниченном увеличении  $s$ , согласно (5), приближается к точке с координатами  $(1,0)$ . Поэтому устойчивость системы может быть достигнута при сколь угодно медленных сервомоторах.

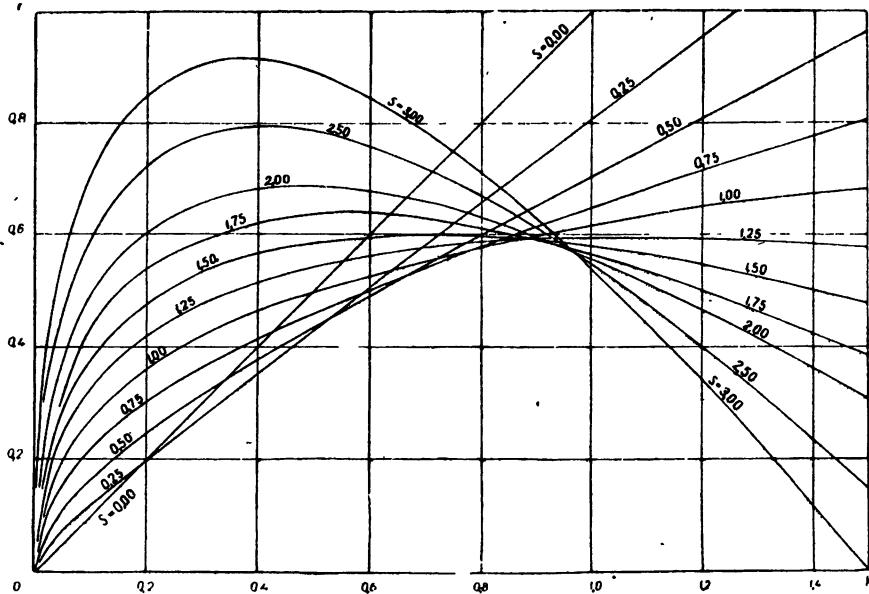


Рис. 1. Семейство областей устойчивости на плоскости параметров чувствительного элемента  $k, r$  при различных значениях скорости сервомотора  $s$ .

в) *Дискриминантная кривая и формулировка основных случаев.* При построении детализированных диаграмм Вышнеградского важное значение имеет дискриминантная кривая, вдоль которой уравнение (4) содержит двукратный вещественный корень  $p_{1,2} = -\gamma$ . Применяя методику Булгакова [5], получим:

$$k = \frac{2\gamma(1-s\gamma)^2 + 4s\gamma - 3}{\gamma^2(1-s\gamma)^2}; \quad r = \frac{\gamma(1-s\gamma)^2 + 3s\gamma - 2}{\gamma^3(1-s\gamma)^2}. \quad (6)$$

Дискриминанта (6) при  $\gamma = \pm \infty$  проходит через начало координат и уходит в бесконечность при  $\gamma = 0$  и  $\gamma = 1/s$ . Поэтому дискриминантная кривая состоит из двух ветвей. Их типичное расположение по отношению к граничной кривой для любого  $s > 1/2$  показано на рис. 2а, где направление „странствования“ по дискриминанте отмечено стрелками.

Согласно геометрической интерпретации [7], число вещественных корней, отвечающих точке  $(k, r)$ , определяется числом касательных, которые можно провести из точки  $K$  кривой (6). Очевидно, что при переходе через кривую с выпуклой стороны на вогнутую формируется пара комплексных корней, так как при этом теряются две касательные. Поэтому на рис. 2 заштрихована выпуклая сторона кривой и соответственно дана разметка подобластей  $E(q)$ , где  $q$  — число пар комплексных сопряженных корней.

Для точки  $M$  пересечения граничной кривой и дискриминанты уравнение (4) имеет корни  $p_{1,2} = \pm j\omega$  и  $p_{3,4} = -\gamma$ . Используя теорему Виета, для такой точки получим:

$$\gamma = 2; \quad \omega^2 = \frac{(2s - 1)^2}{s^2(4s - 1)}; \quad k = \frac{(4s - 1)^2}{4(2s - 1)^2}; \quad r = \frac{s(4s - 1)}{4(2s - 1)^2}. \quad (7)$$

Из условия  $\gamma = 2$  следует, что с граничной кривой (при различных  $s$ ) может пересекаться только одна из ветвей дискриминанты (при  $s > 1/2$ —первая ветвь, вдоль которой  $\gamma > 1/s$ ). Область устойчивости при этом разделяется на две подобласти с отметками  $E(1)$  и  $E(2)$ . Такой вариант рассматривается в дальнейшем как случай I.

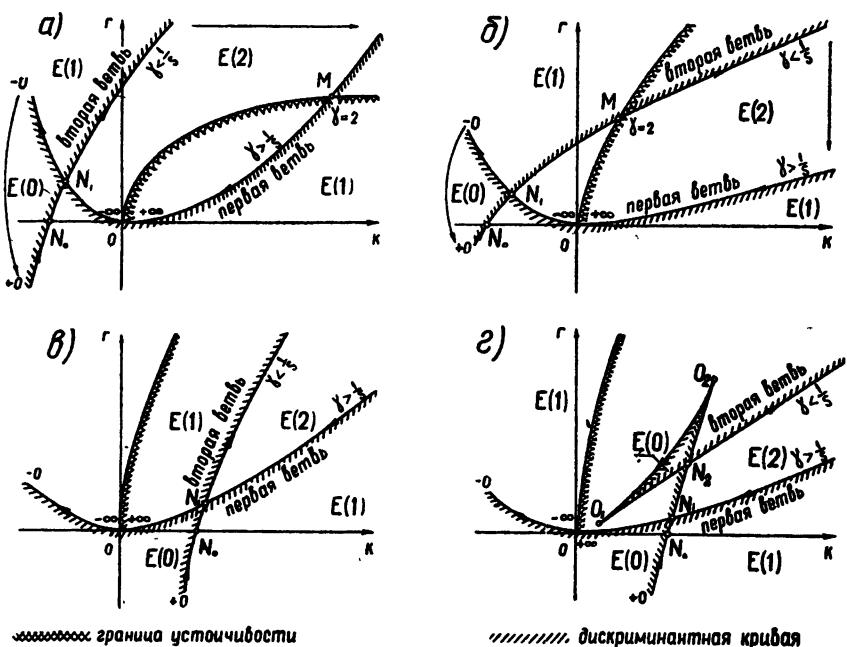


Рис. 2. Взаимное расположение ветвей дискриминанты и граничной кривой для четырех основных случаев:

а)  $s > 1/2$ , б)  $1/4 < s < 1/2$ , в)  $1/8 < s < 1/4$ , г)  $s < 1/8$ .

Для  $s < 1/2$  с граничной кривой пересекается только вторая ветвь (рис. 2б), для точек которой  $\gamma < 1/s$ . Однако уже при  $s = 1/4$  точка  $M$ , согласно (7), совпадает с началом координат, а затем исчезает. Изменение  $s$  в интервале от  $1/2$  до  $1/4$  соответствует случаю II.

Проследим за миграцией точки  $N_1$  самопересечения дискриминанты (рис. 2а и 2б). В этой точке уравнение (4) имеет по два двукратных вещественных корня  $p_{1,2} = -\gamma_1$  и  $p_{3,4} = -\gamma_2$ . Применяя теорему Виета, получим два решения, что указывает на возможность существования двух точек самопересечения  $N_1$  и  $N_2$ . Для точки  $N_1$  имеем:

$$\gamma_{1,2} = \frac{1 \mp \sqrt{1 - 8s + 32s^2}}{2s(1 - 4s)}; \quad k_1 = \frac{1 - 16s^2}{4}; \quad r_1 = \frac{s(1 - 4s)^2}{4}, \quad (8)$$

а для точки  $N_2$  получим:

$$\gamma'_{1,2} = \frac{1 \mp \sqrt{1 - 8s}}{2s}; \quad k_2 = \frac{1}{4}; \quad r_2 = \frac{s}{4}. \quad (9)$$

Можно убедиться, что  $\gamma_{1,2}$  вещественны при любом положитель-

ном  $s$ , и, следовательно, точка  $N_1$  существует всегда. В отличие от этого точка  $N_2$  появляется только при  $s < 1/8$ , когда  $\gamma_{1,2}$  вещественны. Поэтому изменение  $s$  в интервале от  $1/4$  до  $1/8$  соответствует случаю III (рис. 2в), для которого характерно появление в области устойчивости подобласти  $E(0)$ , где все корни (4) вещественны.

Последний, четвертый случай, когда  $s < 1/8$ , представлен на рис. 2г. Как видно, точка  $N_2$  означает самопересечение второй ветви дискриминанты. Внутри петли с точками заострения  $O_1$  и  $O_2$  все корни вещественны.

Итак, по мере снижения параметра  $s$  до значения, равного  $1/8$ , вторая ветвь дискриминанты постепенно надвигается на область устойчивости, затем пересекает граничную кривую  $\gamma$ , наконец, располагается внутри области устойчивости при любом  $r > 0$ . При последующем уменьшении  $s$  вторая ветвь образует петлю. В предельном случае, когда  $s = 0$ , точки  $N_1$  и  $N_2$  совпадают с точкой  $(1/4; 0)$ , что следует из (8) и (9). Подобласть  $ON_0N_1$  вырождается, а ее место как бы занимает подобласть  $O_1N_2O_2$ .

Заметим, что построение на рис. 2 произведено без строгого соблюдения масштаба.

2) *Построение кривых с фиксированной степенью устойчивости.* Для установления подклассов распределения корней нужно, помимо дискриминантной кривой, располагать кривыми  $D_\alpha$ -разбиения, вдоль которых  $\alpha = \text{const}$ . Согласно [6], параметрические уравнения кривых фиксированной степени устойчивости  $\alpha$  получим из (4) при замене  $p$  на  $-\alpha \pm j\omega$ :

$$\begin{aligned} k &= \frac{2s^2\alpha z^2 + [1 - 4s\alpha + 2\alpha(1 - 2s\alpha)]z - 4\alpha^2(1 - 2s\alpha)}{(1 - 2s\alpha + s^2z)z^2}; \\ r &= \frac{s^2z^2 + (1 - 2s\alpha - s)z - 2\alpha(1 - 2s\alpha)}{(1 - 2s\alpha + s^2z)z^2}, \end{aligned} \quad (10)$$

где  $z = \alpha^2 + \omega^2$  рассматривается как свободный параметр.

Случай I. На рис. 3 для фиксированного  $s > 1/2$  построено семейство  $\alpha$ -кривых при условии, что они выделяют замкнутые подобласти. С увеличением  $\alpha$  подобласти сужаются, стягиваясь в пределе к отрезку  $ON$ . Уравнение луча, содержащего этот отрезок, можно получить, потребовав, чтобы все корни характеристического уравнения имели одинаковые вещественные части. Применив теорему Виета, получим:

$$r = sk; \quad (11)$$

$$\alpha_{1,2} = 1/2s; \quad (12)$$

$$\omega_{1,2}^2 = \frac{2s(1 \mp \sqrt{1 - 4k}) - k}{4s^2k}. \quad (13)$$

Как следует из равенства (12), максимальная степень устойчивости не зависит от параметров  $r$  и  $k$  и при фиксированном  $s$  сохраняет постоянное значение для всех точек отрезка  $ON$ .

Условие вещественности  $\omega_{1,2}^2$  дает

$$k \leq 1/4. \quad (14)$$

Поэтому с учетом равенства (11) координаты точки  $N$  будут:  $k = 1/4$ ,  $r = s/4$ . Кроме того, для точек  $O$  и  $N$  имеем соответственно

$$\omega_1^2 = \frac{4s - 1}{4s^2}; \quad \omega_{1,2}^2 = \frac{8s - 1}{4s^2}, \quad (15)$$

т. е. отрезок  $ON$  полностью сохраняет свое значение при всяком  $s \geqslant 1/4$ .

Через каждую точку подобласти  $E(2)$  должны проходить две  $\alpha$ -кривые, одна из которых имеет отметку  $\alpha < 1/2s$ , а для другой, не выделяющей замкнутой подобласти,  $\alpha > 1/2s$ . По классификации, принятой в работах [1<sup>1</sup>] и [1<sup>2</sup>], распределение корней в этом случае отвечает классу 2А (см. рис. 3), и система обладает колебательной устойчивостью  $K_1$ .

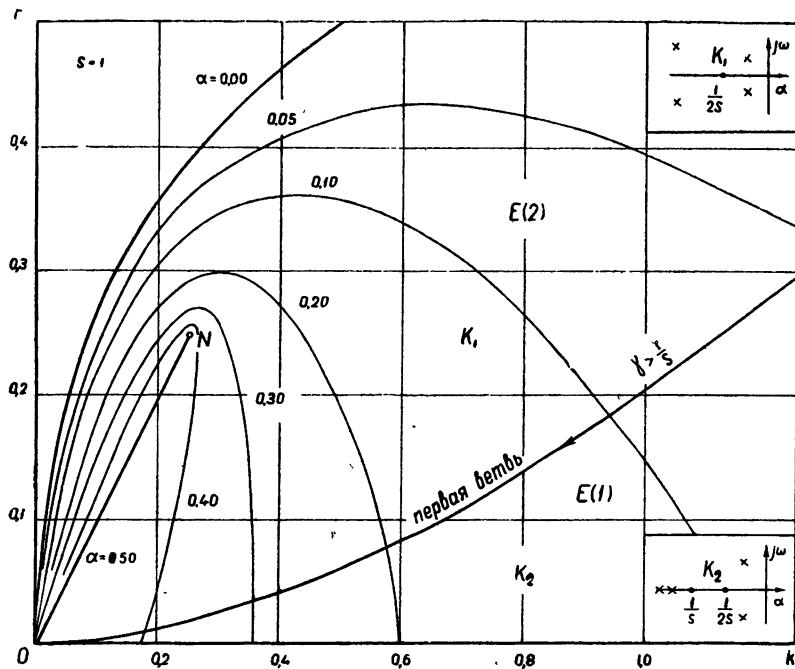


Рис. 3. Детализированная диаграмма И. А. Вышнеградского, типичная для случая I.

Подобласть  $E(1)$  заполнена  $\alpha$ -кривыми при  $\alpha < 1/2s$  и прямыми постоянных значений  $\gamma > 1/s$ . Это следует из того, что такие  $\gamma$ -прямые касаются первой ветви дискриминанты, являющейся их огибающей. Поэтому в подобласти с отметкой  $E(1)$  имеет место распределение корней класса 1A, при котором система также обладает колебательной устойчивостью  $K_2$ .

Таким образом, построение на рис. 3, выполненное для  $s=1$ , нужно рассматривать как детализированную диаграмму Вышнеградского, типичную для случая I.

Случай II. Диаграмма, характерная для этого случая, и варианты расположения корней для подобластей показаны на рис. 4. Как видно, система регулирования может иметь только колебательную устойчивость, а отрезок  $ON$  располагается в подобласти  $E(2)$ , и поэтому сохраняет ранее установленный смысл на всем протяжении.

Случай III. Теперь вторая ветвь дискриминанты пересекает отрезок  $ON$  (рис. 5). Действительно, в точке  $N_3$  уравнение (4) имеет двукратный корень, который, согласно (12), равен по модулю  $1/2s$ . Он формируется из пары комплексных сопряженных корней, когда по равенству (13)  $\omega_1^2$  обращается в нуль. Воспользовавшись этим (а также соотношением (11)), получим для координат точки  $N_3$ :

$$k = 4s(1 - 4s); \quad r = 4s^2(1 - 4s). \quad (16)$$

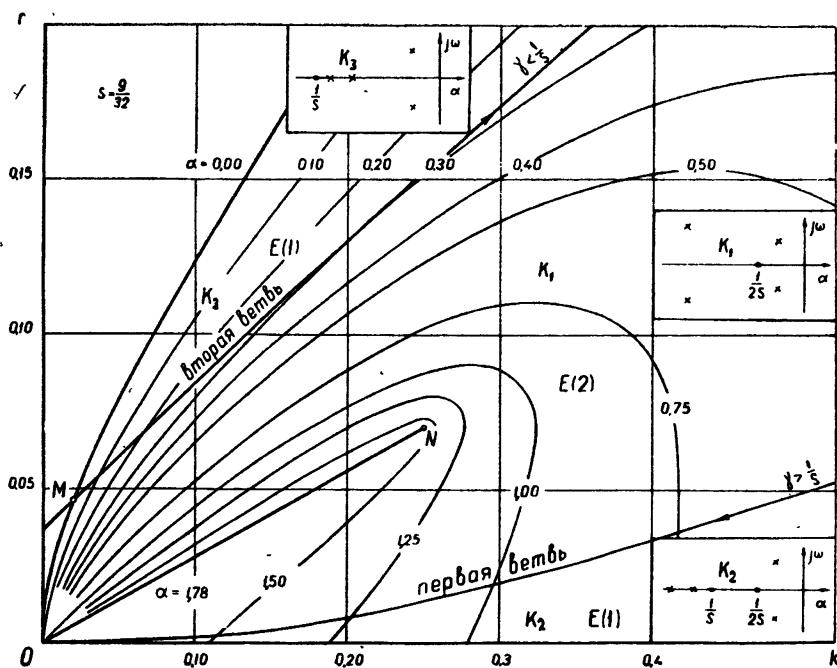


Рис. 4. Детализированная диаграмма И. А. Вышнеградского, типичная для случая II.

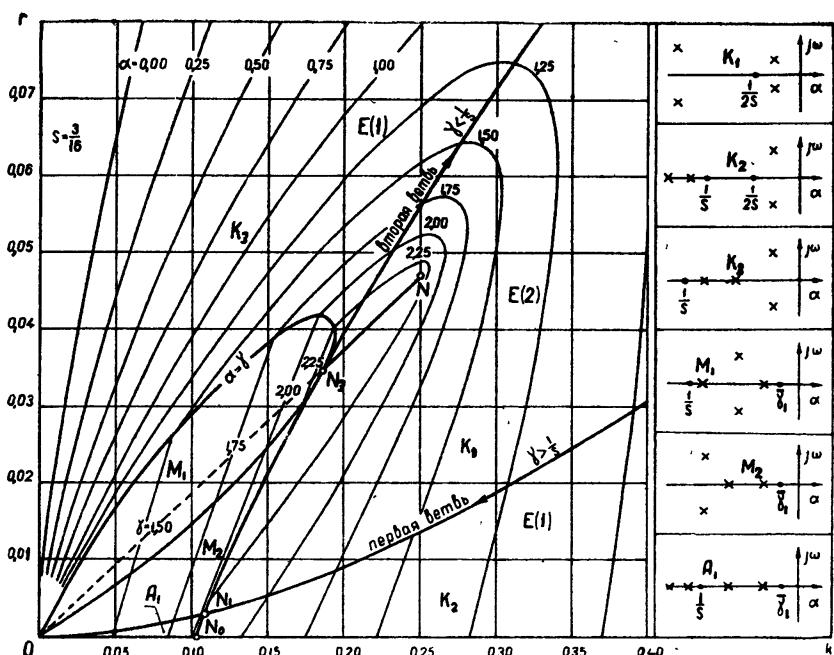


Рис. 5. Детализированная диаграмма И. А. Вышнеградского, типичная для случая III.

Как видно, при  $s = 1/4$  точка  $N_3$  совпадает с началом координат, а при  $s = 1/8$  координаты  $N_3$  равны  $k = 1/4$ ,  $r = 1/32$ , т. е. точка  $N_3$  совпадает с точкой  $N$ , координаты которой были определены при рассмотрении случая I. Иначе говоря, отрезок  $ON$  начинает терять свое значение, когда  $s$  становится меньше  $1/4$ , и в пределе стягивается в точку при  $s = 1/8$ . Фигуративной точке  $N_3$ , при совпадении ее с точкой  $N$ , отвечает абсолютный максимум степени устойчивости, равный четырем, когда, согласно (15),  $\omega_{1,2}^2 = 0$  и характеристическое уравнение имеет четырехкратный вещественный корень.

Установим классы распределения корней. В подобластях  $E(2)$  и  $E(1)$ , лежащих под второй ветвью дискриминанты, сохраняются прежние классы корней и колебательная устойчивость (рис. 5).

В подобласти  $E(0)$  все корни вещественны (нулевой класс) и, в соответствии с отметками на ветвях дискриминанты, для двух корней  $\gamma > 1/s$  и для двух других  $\gamma < 1/s$ . Поскольку при этом регулируемая система имеет апериодическую устойчивость, подобласть с отметкой  $E(0)$  обозначена через  $A_1$ .

Для точек подобласти  $E(1)$ , расположенной выше ветвей дискриминанты, в пределах области устойчивости возможны три варианта распределения корней. При одном варианте ближайшими к мнимой оси будут комплексные корни (подобласть  $K_3$ ), при другом—один вещественный корень ( $M_1$ ) и, наконец, комплексные корни могут быть наиболее удаленными от мнимой оси ( $M_2$ ). Геометрически это возможно, когда две  $\gamma$ -прямые, проходящие через данную точку подобласти, касаются второй ветви дискриминанты выше точки  $N_3$  или одна  $\gamma$ -прямая касается выше  $N_3$ , а другая—ниже, или, наконец, обе  $\gamma$ -прямые каснутся второй ветви ниже точки  $N_3$ .

Границей, отделяющей подобласти  $K_3$ ,  $M_1$  и  $M_2$ , служит кривая, вдоль которой  $\alpha = \gamma$ . Подставив в (4)  $p = -\gamma$  и  $p = -\gamma \pm j\omega$ , получим систему трех уравнений, исключение из которых  $\omega$  приводит к параметрическим уравнениям кривой, выделяющей на рис. 5 овал, описываемый уравнениями

$$k = k(\gamma); \quad r = r(\gamma). \quad (17)$$

Можно показать, что кривая (17), выходя из начала координат при  $\gamma = \bar{\gamma}_1$ , возвращается к нему при  $\gamma = \bar{\gamma}_2$ , где

$$\bar{\gamma}_{1,2} = \frac{1 \mp \sqrt{1-4s}}{2s}. \quad (18)$$

При  $\alpha < \bar{\gamma}_1$   $\alpha$ -кривые выделяют замкнутые подобласти, где степень устойчивости не менее отметки соответствующей кривой. Однако, начиная со значения  $\alpha = \bar{\gamma}_1$ , эти подобласти определяются взаимным расположением  $\alpha$ -кривых и  $\gamma$ -прямых. По мере увеличения  $\alpha$  подобласти стягиваются к отрезку  $N_3 N$ .

На рис. 5 показано расположение корней, отвечающих точкам каждой из рассмотренных подобластей. В подобласти  $K_3$  система обладает колебательной устойчивостью. В подобластях  $M_1$  и  $M_2$  распределение корней соответствует классу 1B, и при возмущающем воздействии типа единичного толчка переходный процесс протекает монотонно, что следует из теорем, приведенных в [13], §§ 73, 74. Последнее заключение справедливо также и для области  $A_1$ .

Случай IV. На рис. 6 построена диаграмма, характерная для  $s < 1/8$ ; там же дана схема распределения корней для различных подобластей. Опуская подробности, укажем, что 1) подобласти с фиксированной степенью устойчивости стягиваются теперь к точке  $O_2$ ; 2) апериодическое протекание переходного процесса невозможно,

если  $k > 1/3$  или  $r > 1/27$ ; 3) монотонный процесс исключается при  $k > 3/8$  или  $r > 2/27$ .

При  $s = 0$  рассматриваемая система регулирования превращается по характеру уравнений динамики в систему прямого регулирования. Диаграмма Вышнеградского в параметрах  $k$ ,  $r$  для этого предельного случая построена в [10].

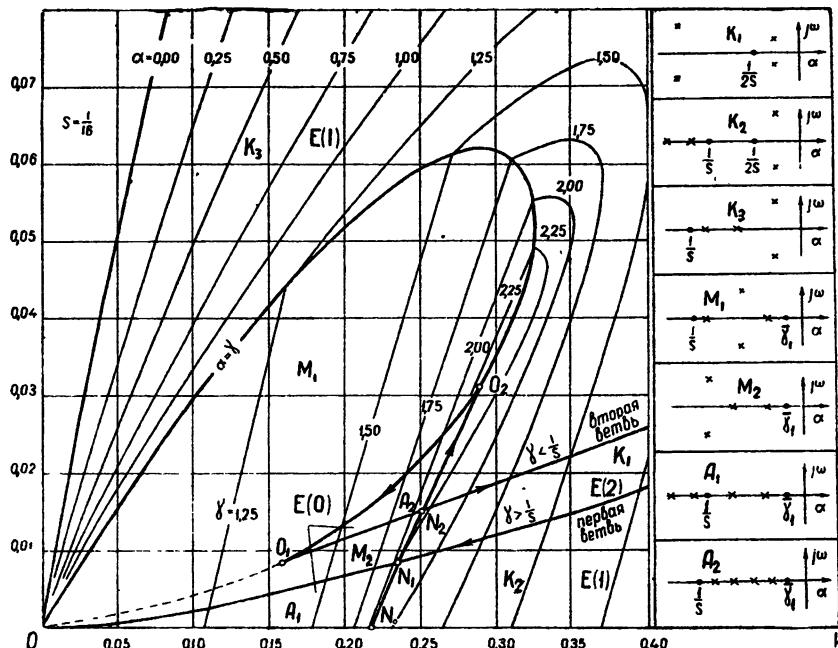


Рис. 6. Детализированная диаграмма И. А. Вышнеградского, типичная для случая IV.

Располагая диаграммами И. А. Вышнеградского для четырех типовых случаев, можно судить о качестве переходного процесса при любом сочетании существенных параметров и о направлении их желательного изменения.

## 2. ВЫБОР ОПТИМАЛЬНЫХ ПАРАМЕТРОВ

*а) Типовые корневые характеристики.* Достоверное суждение о зоне оптимальных параметров авторегулируемой системы по критерию быстродействия может быть сделано после анализа переходных кривых. В связи с этим рассматриваются типовые корневые характеристики, под которыми понимаются кривые  $\alpha$ ,  $\omega$  и  $\gamma$  в функции регулировочного параметра  $k$  при фиксированных значениях двух конструктивных параметров.

Применяя теорему Виета для уравнения (4), найдем соотношения

$$\alpha = \frac{1 + sz - srz^2 \pm \sqrt{(1 - sz + srz^2)(1 + s(4s - 1)z + srz^2)}}{4s}; \quad (19)$$

$$k = \frac{(1 - rz)z - 2\alpha(1 - srz^2)}{sz^2},$$

которые являются параметрическими уравнениями кривой  $\alpha(k)$ , где  $z$  — свободный параметр. Для кривой  $\omega(k)$  имеем:

$$\omega^2 = z - \alpha^2, \quad (20)$$

а для получения кривой  $\gamma(k)$  нужно в (4) подставить  $p = -\gamma$  и решить его относительно  $k$ :

$$k = r\gamma + \frac{1 + \gamma(s\gamma - 1)}{\gamma^2(s\gamma - 1)}. \quad (21)$$

Типовые корневые характеристики для четырех сформулированных выше случаев представлены на рис. 7—9.

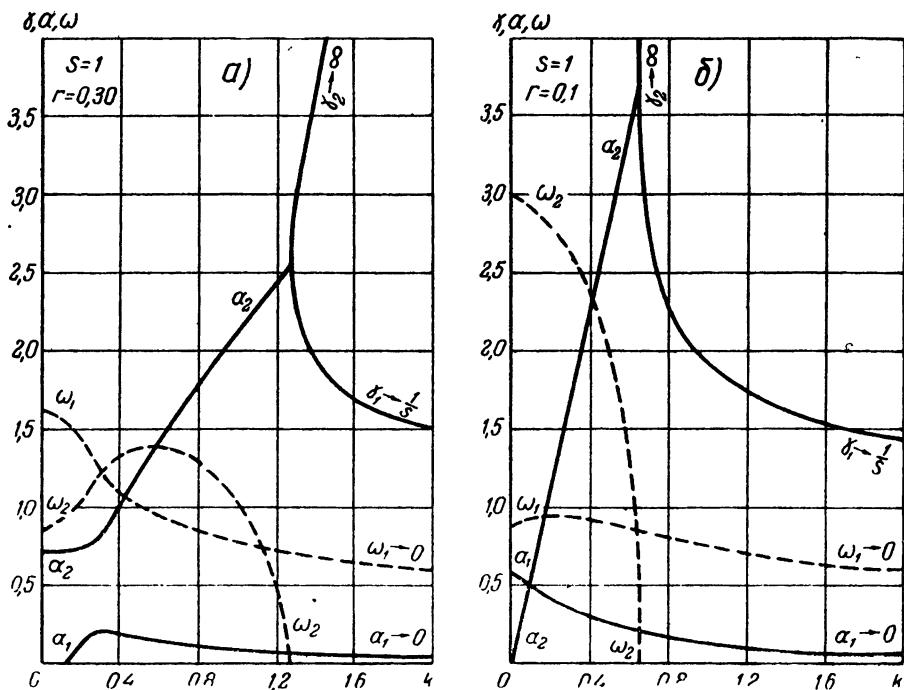


Рис. 7. Варианты корневых характеристик для случая I:  
а)  $r > s/4$ ; б)  $r < s/4$ .

**Случай I.** На рис. 7а показаны корневые характеристики при перемещении фигуративной точки по прямой  $r = \text{const}$ , проходящей выше отрезка  $ON$  (рис. 3). На рис. 7б построены характеристики для случая, когда эта прямая пересекает отрезок  $ON$ . Как видно, на рис. 7а корни оказываются „разнесенными“, а на рис. 7б — „переплетающимися“.

**Случай II.** Новый вид корневых характеристик образуется для прямых  $r = \text{const}$ , проходящих через все три подобласти колебательной устойчивости (рис. 4) и пересекающих обе ветви дискриминантной кривой. Ввиду этого „расщепление“ комплексных корней происходит дважды (см. рис. 8).

**Случай III.** Дополнительные варианты характеристик появляются, если прямая  $r = \text{const}$  проходит ниже точки  $N_3$  (рис. 5). Корневые характеристики представлены на рис. 9а.

**Случай IV.** Последний новый вариант характеристик дают горизонтальные прямые, проходящие через петлю, образуемую второй ветвью дискриминанта (область  $A_2$  на рис. 6). Рассматривая рис. 9б,

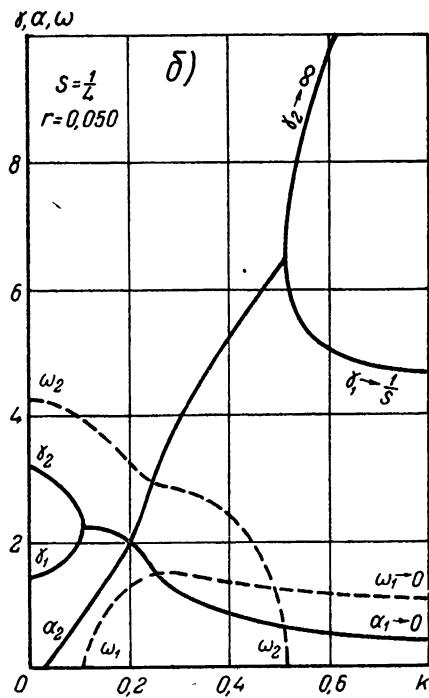
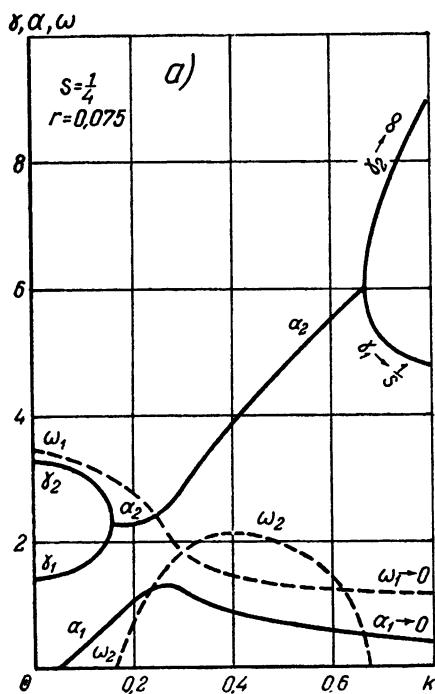


Рис. 8. Дополнительные варианты корневых характеристик для случая II:  
а)  $r > s/4$ ; б)  $r < s/4$ .

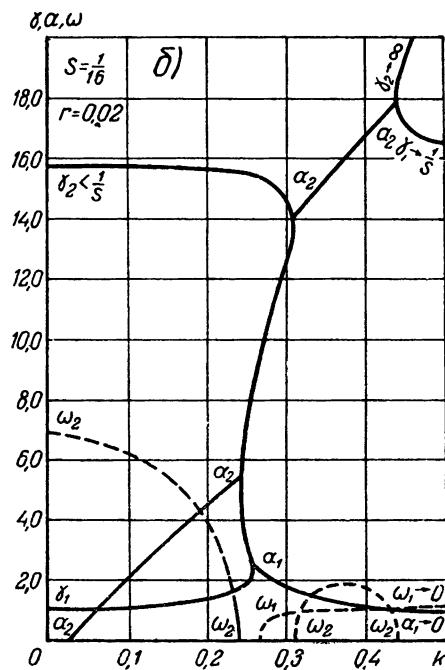
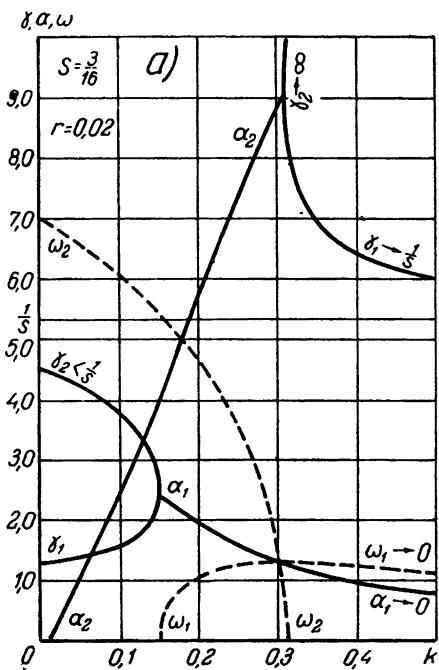


Рис. 9. Варианты корневых характеристик:  
а) для случая III, б) для случая IV.

видно, что с увеличением параметра  $k$  класс распределения корней уравнения (4) изменяется четыре раза.

*б) Выбор оптимальных параметров.* Наличие корневых характеристик позволило построить большое число переходных процессов (свыше 250) при пяти фиксированных значениях  $s$ . При этом принималось, что процесс регулирования заканчивается, когда отклонение координаты укладывается в пределы  $(1 \pm 0,05)\varphi_{\text{стат}}$ .

На рис. 10 представлено протекание кривых времени регулирования  $T_{\text{рег}}$  для пяти значений  $r$ , которые показывают, что быстродействие системы существенно зависит от регулировочного параметра  $k$ . Отбирая оптимальные параметры, получим кривую (см. рис. 11), отметки на которой указывают оптимальное время  $T_{\text{опт}}$  при одном из значений  $s$ . Штриховкой выделена зона параметров, полученная из условия, что время регулирования не превосходит оптимального более, чем на 20%.

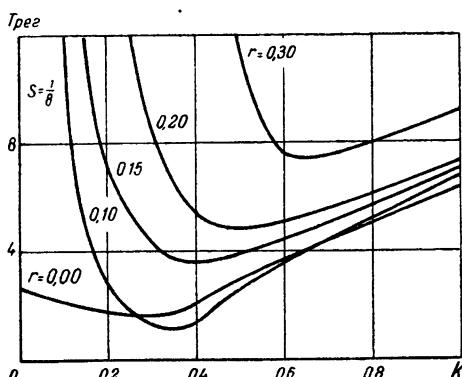


Рис. 10.

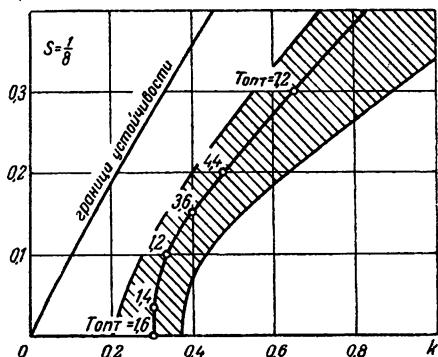


Рис. 11.

Рис. 10. Семейство кривых изменения времени регулирования  $T_{\text{рег}}$  в функции регулировочного параметра  $k$  при фиксированной скорости сервомотора  $s$ .

Рис. 11. Кривая оптимального времени регулирования  $T_{\text{опт}}$  при  $s=\text{const}$  и зона параметров, полученная при условии, что время регулирования не превосходит  $T_{\text{опт}}$  более, чем на 20%.

Рис. 12 иллюстрирует зависимость оптимального времени регулирования от конструктивного параметра чувствительного элемента  $r$  при фиксированном значении  $s$ . Имея семейство подобных графиков,

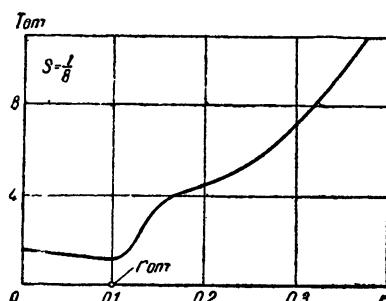


Рис. 12. Влияние конструктивного параметра чувствительного элемента  $r$  на быстродействие системы при  $s = \text{const}$ .

можно установить влияние конструктивного параметра сервомотора  $s$  на минимальные значения оптимального времени регулирования  $(T_{\text{опт}})_{\text{мин}}$  (см. рис. 13).

Анализ приведенных графиков приводит к выводам прикладного порядка, которые могут быть использованы при проектировании систем непрямого регулирования с жесткой обратной связью.

1) Качество процесса регулирования по критерию быстродействия (и величине заброса) существенно улучшается при снижении массы чувствительного элемента, т. е. параметра  $r$  (рис. 12). Однако не следует стремиться к неограниченному уменьшению этого параметра, так как при  $r < r_{\text{опт}}$  длительность переходного процесса не сокращается.

2) Минимальное время регулирования при оптимальной настройке убывает при снижении параметра  $s$  до значения, равного  $\sim 0,25$ . Существенно, однако, что дальнейшее уменьшение  $s$  практически не отражается на величине  $(T_{\text{опт}})_{\text{мин}}$ .

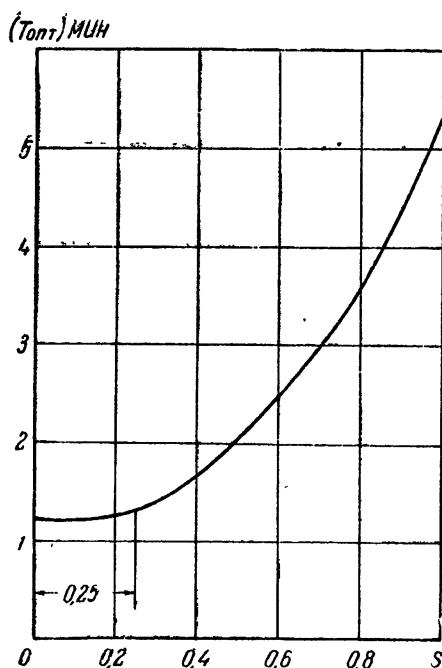


Рис. 13.

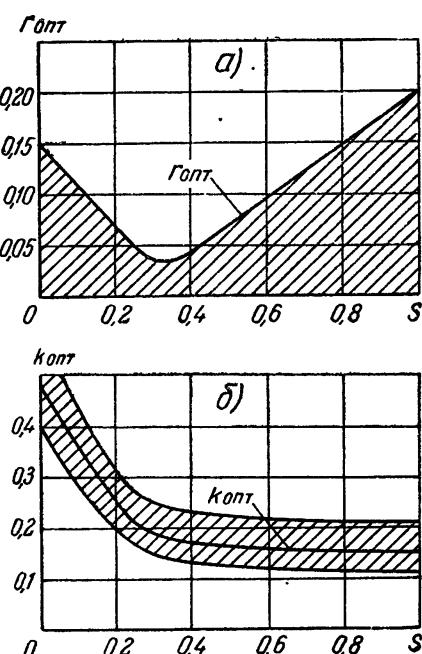


Рис. 14.

Рис. 13. Зависимость минимального времени регулирования  $(T_{\text{опт}})_{\text{МИН}}$  от конструктивного параметра сервомотора  $s$ .

Рис. 14. Зоны оптимальных параметров чувствительного элемента.

3) Параметр сервомотора следует рассматривать как главный, определяющий быстродействие системы, потому что, варьируя только параметры чувствительного элемента, не удается получить быстрого окончания переходного процесса, если  $s$  недостаточно мало.

4) На рис. 14а показана граница, выделяющая область оптимальных значений  $r$ , а на рис. 14б заштрихована зона соответствующих оптимальных интервалов для  $k$ .

Установленные зоны вместе с графиком рис. 13 содержат основные практические результаты работы по выбору оптимальных параметров. Как видно, эти параметры, определяющие степень быстродействия, должны быть не только малы, но и находиться в определенном соотношении между собой.

## Л И Т Е Р А Т У Р А

1. М. А. Айзerman, Автоматика и телемеханика, 1,55 (1940).
2. Я. З. Цыпкин и П. В. Бромберг, Степень устойчивости линейных систем, Труды исслед. ин-та самолетн. оборудования, изд. Бюро новой техники МАП, 9, 194.
3. Г. Г. Калиш, В. И. Крутов, Труды НАМИ, Mashgiz, М., вып. 57, 39, 1949.
4. Г. Г. Калиш, Труды 2-го Всесоюзного совещания по теории автоматического регулирования, 1, изд. АН СССР, М.-Л., 567, 1955.
5. Б. В. Булгаков, ДАН СССР, 73, 1143 (1950).
6. Ю. И. Неймарк, Автоматика и телемеханика, 9, 190, (1948.)
7. Ю. И. Неймарк, Устойчивость линеаризованных систем (дискретных и распределенных), ЛКВВИА, Л., 1949.
8. В. С. Ведров, Динамическая устойчивость самолета, Оборонгиз, М., 1938.
9. Н. А. Железцов, Автоматика и телемеханика, 10, 424 (1949).
10. Ю. А. Гопп, Труды института машиноведения, 14, изд. АН СССР, М., 63, 1954.
11. А. А. Фельдbaum, Автоматика и телемеханика, 9, 253 (1948).
12. А. М. Рубинчик, Устройства и элементы теории автоматики и телемеханики, Mashgiz, М., 197, 1952.
13. З. Ш. Блох, Динамика линейных систем автоматического регулирования машин, ГИТТЛ, М., 1952.

Омский машиностроительный  
институт

Поступила в редакцию  
23 декабря 1958 г.