

О ЧУВСТВИТЕЛЬНОСТИ ИЗМЕРИТЕЛЕЙ МОЩНОСТИ СЛАБЫХ СИГНАЛОВ СО СПЛОШНЫМ СПЕКТРОМ

А. Г. Кисляков

Рассматривается влияние флюктуаций параметров на чувствительность различных измерителей мощности слабых электрических сигналов со сплошным спектром. Показано, что весьма существенным в этом вопросе является учет конечности времени наблюдения сигнала. Получены выражения для величины минимального обнаружимого сигнала в зависимости от продолжительности времени наблюдения. Даны некоторые рекомендации, которыми следует руководствоваться при выборе параметров измерителей и методики измерения.

Измерение мощности слабых электрических сигналов со сплошным спектром связано с применением специальной аппаратуры, специфические особенности которой были предметом исследования в ряде работ как отечественных, так и зарубежных авторов. В результате было установлено, что чувствительность измерителей ограничивается не только их собственными шумами, но и флюктуациями параметров элементов, входящих в состав измерителей. Последнее обстоятельство привело к необходимости детального изучения интенсивности и спектрального состава флюктуаций параметров. Было замечено, что интенсивность этих флюктуаций довольно быстро убывает с ростом частоты, становясь пренебрежимо малой на частотах порядка нескольких десятков герц. Благодаря этому оказалось возможным сгладить вредное влияние флюктуаций параметров на чувствительность измерителей путем применения модуляции измеряемого сигнала [1, 2]. В дальнейшем была более подробно изучена связь между интенсивностью флюктуаций параметров и чувствительностью различных типов измерителей слабых сигналов со сплошным спектром [3–5].

Необходимо отметить, что имеющиеся в литературе сведения о чувствительности измерителей слабых сигналов, недостаточны. Из экспериментальных работ следует [6], что чувствительность измерителей зависит от продолжительности измерения, тогда как в известные из литературы [3–5] соотношения для чувствительности измерителей время совсем не входит. Между тем еще в 30-х годах при исследовании вопроса о пороге чувствительности гальванометров отмечалось [7], что величина пороговых сигналов зависит от длительности отсчета. Аналогичная зависимость, как будет показано ниже, имеет место и для измерителей слабых сигналов.

1. ЧУВСТВИТЕЛЬНОСТЬ ИЗМЕРИТЕЛЕЙ СЛАБЫХ СИГНАЛОВ СО СПЛОШНЫМ СПЕКТРОМ

Задача обнаружения слабого сигнала со сплошным спектром в конечном счете сводится к измерению выходного эффекта измерителя при включенном и выключенном сигнале. Это измерение обычно затрудняется присутствием флюктуаций на выходе измерителя, обязаных своим происхождением как наличию собственных шумов измерителя, так и флюктуационной природе измеряемого сигнала. Таким образом, напряжение на выходе измерителя при включенном сигнале равно

$$u_{\text{вых}} = u_c + u(t), \quad (1)$$

где u_c — некоторое постоянное напряжение, пропорциональное спектральной плотности мощности измеряемого сигнала w_c (т. е. $u_c = k w_c$), а $u(t)$ — флюктуационное напряжение. Относительно $u(t)$ мы сделаем предположение, что это стационарная случайная функция времени, среднее значение которой равно нулю ($\overline{u(t)} = 0$). Тогда, очевидно, дисперсия $D[u(t)] = \overline{u^2(t)}$.

Величина минимального обнаружимого сигнала определяется обычно из соотношения

$$u_c = \sqrt{D[u(t)]}, \quad (2)$$

т. е.

$$\Delta w_c = \frac{1}{k} \sqrt{D[u(t)]}. \quad (3)$$

Это общепринятое определение чувствительности измерителя содержит в себе предположение, что при измерении делается единичный отсчет величины сигнала (иными словами, предполагается, что нет графического усреднения записи сигнала).

Интенсивность и спектр флюктуаций $u(t)$ различны в зависимости от типа измерителя и его конкретной схемы. Однако некоторые особенности $u(t)$ характерны для большого количества измерителей. В частности, в $u(t)$ нередко оказывается возможным выделить две статистически независимые компоненты: первую, $u_1(t)$, обусловленную существованием электрических флюктуаций в цепях измерителя (дробового шума ламп и полупроводниковых приборов, тепловых шумов сопротивлений и т. д.); и вторую, $u_2(t)$, появляющуюся благодаря хаотическим изменениям параметров элементов, входящих в состав измерителя (сопротивлений, ламп и т. д.). В компенсационном измерителе наличие компоненты $u_2(t)$ связано с флюктуациями уровня собственных шумов измерителя [³]; в модуляционном и корреляционном измерителях основную роль в образовании $u_2(t)$ играют флюктуации усиления [⁴,⁵]. В нулевых корреляционном и модуляционном измерителях практически $u_2(t) \equiv 0$. Однако существуют другие факторы, действие которых может привести к появлению дополнительных флюктуаций на выходе нулевого измерителя, аналогичных $u_2(t)$. Эти факторы (например, наводки по высокой и промежуточной частоте и нестабильность эталонов излучения) приходится учитывать при разработке и построении радиоастрономической аппаратуры высокой чувствительности [⁶]. Здесь рассматривается для определенности случай, когда на выходе измерителя имеется компонента $u_2(t)$, обязанный своим происхождением флюктуациям параметров измерителя; однако результаты анализа могут быть без труда применены и к другим частным случаям.

Форма спектра $u_1(t)$ зависит обычно только от параметров выходной цепи измерителя (т. е. цепи, следующей после второго детектора), а спектр $u_2(t)$ зависит как от частотной характеристики выходной цепи измерителя, так и от формы спектра флюктуаций параметров.

Для определенности мы предположим, что выходная цепь измерителя имеет частотную характеристику интегрирующей RC-цепочки:

$$\Phi(\omega) = (\omega^2 \tau_0^2 + 1)^{-1}, \quad (4)$$

где $\Phi(\omega)$ — коэффициент передачи выходного устройства измерителя по мощности, а $\tau_0 = RC$. Спектр флюктуаций уровня шумов (и усиления) измерителя определяется, как показали последние исследования [⁹], спектрами медленных флюктуационных процессов, которые происходят в различных элементах, входящих в состав измерителя. Эти

спектры имеют вид $\omega^{-\alpha}$, где $\alpha \sim 1 \div 2$, причем такая зависимость сохраняется вплоть до частот порядка 10^{-5} Гц [10]. Поэтому спектральная плотность среднего квадрата относительных флюктуаций уровня собственных шумов $w_0(\omega)$ и усиления $w_m(\omega)$, по-видимому, довольно быстро растет с убыванием частоты даже на весьма низких частотах. Мы предположим, что

$$\begin{aligned} w_0(\omega) &= w_0(0)(1 + \tau_m^2 \omega^2)^{-1}; \\ w_m(\omega) &= w_m(0)(1 + \tau_m^2 \omega^2)^{-1}, \end{aligned} \quad (5)$$

причем время корреляции τ_m , вероятно, может достигать весьма больших значений—порядка 10^5 сек и более.

Компонента $u_2(t)$ имеет спектр процесса на выходе фильтра с характеристикой (4), если на его вход подать флюктуации со спектром вида (5).

Таким образом, обе компоненты $u(t)$ содержат сколь угодно низкие частоты.

Практически наблюдение сигнала (отсчет) продолжается некоторое конечное время T , достаточное для того, чтобы величина измеряемого сигнала успела установиться после момента включения (или выбранное из иных соображений, связанных с конкретными особенностями измеряемого сигнала). Благодаря конечности времени наблюдения частотные компоненты в $u(t)$ с периодами, большими T , будут представлены (в среднем) на записи длительностью T с меньшим весом, чем на бесконечной записи. В определении чувствительности измерителя (3) это обстоятельство не учитывается.

Представляется возможным приблизиться к действительному положению вещей, если определить чувствительность измерителя следующим образом:

$$\Delta w_{cT} = \frac{1}{k} \sqrt{\overline{D_T[u(t)]}}, \quad (6)$$

где

$$\overline{D_T[u(t)]} = \frac{1}{T} \int_{t_i}^{t_i+T} [u(t) - \frac{1}{T} \int_{t_i}^{t_i+T} u(t) dt]^2 dt. \quad (7)$$

Здесь $\overline{D_T[u(t)]}$, как нетрудно видеть, есть среднее по ансамблю усредненного за время T квадратичного отклонения процесса $u(t)$ от среднего по промежутку времени T . Определение чувствительности измерителя в форме (6) также содержит в себе предположение, что при измерении делается единичный отсчет* величины сигнала. Раскрыв скобку под интегралом в формуле (7) и переменив, где это необходимо, порядок усреднения и интегрирования, имеем (учитывая, что $u(t) = u_1(t) + u_2(t)$):

$$\begin{aligned} \overline{D_T[u(t)]} &= D_1 \left\{ 1 - \frac{1}{T^2} \int_{t_i}^{t_i+T} \int_{t_i}^{t_i+T} r_1(t-t') dt dt' \right\} + D_2 \left\{ 1 - \right. \\ &\quad \left. - \frac{1}{T^2} \int_{t_i}^{t_i+T} \int_{t_i}^{t_i+T} r_2(t-t') dt' dt \right\}, \end{aligned} \quad (8)$$

где $D_1 = \overline{u_1^2(t)}$ и $D_2 = \overline{u_2^2(t)}$. Используя (4) и (5), легко найти, что

* Например, при применении стрелочного прибора на выходе измерителя,

$$r_1(t-t') = \overline{u_1(t) u_1(t')}/\overline{u_1^2(t)} = e^{-|t-t'|\tau_0^{-1}} \quad (9)$$

и

$$r_2(t-t') = \overline{u_2(t) u_2(t')}/\overline{u_2^2(t)} = (1-\Theta)^{-1} [e^{-|t-t'|\tau_m^{-1}} - \Theta e^{-|t-t'|\tau_0^{-1}}], \quad (10)$$

где $\Theta = \tau_0/\tau_m$. Формула (10) получена методом, использованным в [3] для нахождения функции корреляции напряжения на выходе корреляционного измерителя. Подставив (9) и (10) в (8), получаем:

$$\overline{D_T[u(t)]} = D_1 \{1-d(x)\} + D_2 \{1-(1-\Theta)^{-1}[d(\Theta x) - \Theta d(x)]\}, \quad (11)$$

где

$$d(x) = 2x^{-1} + 2x^{-2}(e^{-x} - 1), \quad (12)$$

а $x = T/\tau_0$. Теперь нетрудно получить выражение для величины минимального обнаружимого сигнала, если воспользоваться (6) и (11):

$$\Delta w_{ct} = k^{-1} \sqrt{\overline{D_1 \{1-d(x)\} + D_2 \{1-(1-\Theta)^{-1}[d(\Theta x) - \Theta d(x)]\}}}. \quad (13)$$

Необходимо отметить, что соотношение (13) справедливо лишь при $x \gg 1$, так как при $x \sim 1$ величина сигнала на выходе измерителя падает с уменьшением x по закону $1 - e^{-x}$. При этом формула (6) должна принять вид:

$$u_c(1 - e^{-x})/\sqrt{\overline{D_T[u(t)]}} = 1. \quad (14)$$

Левая часть равенства (14) есть отношение сигнала к шуму на выходе измерителя (по напряжению) в момент времени T после включения сигнала [11].

Используя (11) и (14), получаем

$$\Delta w_{ct} = k^{-1} (1 - e^{-x})^{-1} \sqrt{\overline{D_1 \{1-d(x)\} + D_2 \{1-(1-\Theta)^{-1}[d(\Theta x) - \Theta d(x)]\}}}. \quad (15)$$

Соотношение (15) дает представление о характере зависимости Δw_{ct} от T . Аналитический вид этой зависимости довольно сложен. Однако можно показать, что при $x \ll 1$ Δw_{ct} убывает с ростом x , тогда как при $x \gg 1$ Δw_{ct} растет с ростом x . Это обстоятельство указывает на существование некоторого оптимального значения времени наблюдения T_{opt} , при котором Δw_{ct} имеет минимум. Вопрос о величине T_{opt} и его связи с параметрами измерителя обсуждается в разделе 2.

Как уже указывалось выше, при $x \gg 1$ справедлива формула (13). Представляет интерес еще один частный случай, когда $x \gg 1$, но $\Theta x \ll 1$ (т. е. $\Theta \ll 1$; флюктуации параметров не усредняются выходным устройством измерителя). При этом соотношение (13) примет следующий вид:

$$\Delta w_{ct} \approx \frac{1}{k} \sqrt{\overline{D_1 + D_2 \frac{T}{3\tau_m}}}. \quad (16)$$

Здесь чувствительность измерителя убывает с ростом T .

2. ОПТИМАЛЬНОЕ ВРЕМЯ НАБЛЮДЕНИЯ

Рассмотрим теперь полученные соотношения (13), (15) и (16) в применении к измерителям различных типов. В работах [1-5] получены следующие выражения для чувствительности компенсационного (Δw_{c1}), модуляционного (Δw_{c2}) и корреляционного (Δw_{c3}) измерителей:

$$\Delta w_{c1} = (w_n + w_\phi) \sqrt{\frac{1}{2} \Delta f \tau_0 + 4 \sigma_0^2 / (1 + \Theta)}; \quad (17)$$

$$\Delta w_{c2} = \pi (w_n + w_\phi) \sqrt{(1 + \gamma^2)/4 \Delta f \tau_0 + 4\sigma_m^2 \gamma^2 / \pi^2 (1 + \Theta)}; \quad (18)$$

$$\Delta w_{c3} = (\alpha w_\phi + w_n) \alpha^{-1} \sqrt{(1 + \xi^2)/4 \Delta f \tau_0 + 2\sigma_m^2 \xi^2 / (1 + \Theta)}. \quad (19)$$

Формулы (17)–(19) даны в обозначениях, используемых в работе [3]. Здесь w_n —спектральная плотность среднего квадрата напряжения собственных шумов измерителя, пересчитанных на вход; w_ϕ —спектральная плотность среднего квадрата напряжения шума, приходящего вместе с измеряемым сигналом (фона); w_c —спектральная плотность среднего квадрата напряжения сигнала (причем $w_c \ll \min(w_n, w_\phi)$); Δf —эффективная ширина полосы пропускания частот усилителя, стоящего до второго детектора; σ_0^2 —средний квадрат относительных флюктуаций уровня собственных шумов измерителя; σ_m^2 —средний квадрат относительных флюктуаций коэффициента усиления усилителя, стоящего до второго детектора; $\gamma = w_\phi/(w_\phi + w_n)$ и $\xi = \alpha w_\phi/(\alpha w_\phi + w_n)$, где α —коэффициент передачи входной цепи* корреляционного измерителя [5]. Нетрудно видеть, что формулы (18) и (19) отличаются существенно от формулы (17) только при $\gamma^2 \ll 1$ и $\xi^2 \ll 1$, так как σ_0^2 и σ_m^2 обычно являются величинами одного порядка. Поэтому мы предположим, что $\gamma^2 \ll 1$ и $\xi^2 \ll 1$. Чувствительность модуляционного измерителя, как легко убедиться, сравнивая (18) и (19), зависит от параметров измерителя примерно так же, как и чувствительность корреляционного измерителя; поэтому здесь будут проанализированы только компенсационный и корреляционный измерители.

Таким образом, из (17) и (19) следует, что для компенсационного измерителя $D_1 = (w_n + w_\phi)^2 / 2 \Delta f \tau_0$, а $D_2 = 4\sigma_0^2 (w_n + w_\phi)^2 / (1 + \Theta)$. На рис. 1 представлены графики зависимости величины минимального обнаружимого сигнала от длительности времени наблюдения T для компенсационного измерителя при различных значениях параметра Θ ($\Delta f = 10^7$ Гц, $\tau_0 = 10$ сек и $\sigma_0^2 = 10^{-4}$). Эти графики характеризуют связь $\Delta w_{ct\text{ мин}}$ и $T_{\text{опт}}$ с распределением энергии флюктуаций на выходе измерителя в частотном диапазоне (при постоянном σ_0^2). Нетрудно видеть, что при $\Theta \ll 1$ (флюктуации параметров не усредняются выходным устройством измерителя) увеличение Θ приводит к росту $\Delta w_{ct\text{ мин}}$ и уменьшению $T_{\text{опт}}$ (см. рис. 2), т. е. быстрые флюктуации параметров более вредны, чем медленные. Когда $\Theta \gg 1$, $T_{\text{опт}}$ практически не зависит от Θ : в этом случае спектр флюктуаций на выходе измерителя определяется частотной характеристикой выходного устройства, и при изменении Θ меняется только интенсивность флюк-

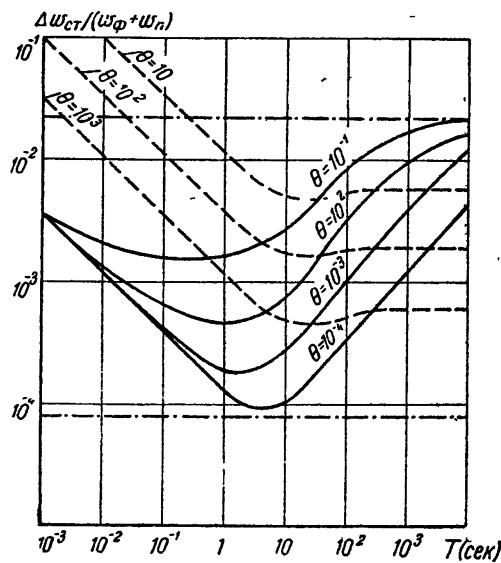


Рис. 1. Графики зависимости чувствительности компенсационного измерителя от длительности отсчета T . Верхняя штрих-пунктирная линия соответствует значению Δw_{ct} при $T \rightarrow \infty$, нижняя — соответствует значению Δw_{ct} при $\sigma_0^2 = 0$ (когда флюктуации уровня собственных шумов отсутствуют).

* В дальнейшем полагается, что $\alpha = 1$.

туаций на выходе измерителя, а форма спектра остается неизменной.

Для корреляционного измерителя можно построить аналогичные кривые зависимости $\Delta w_{ct}(T)$ (см. рис. 3), а также $\Delta w_{ct\min}(\Theta)$ и $T_{opt}(\Theta)$ (см. рис. 2). При расчете предполагалось, что $\Delta f=10^7$ гц, $\tau_0=10$ сек, $\sigma_m^2=10^{-4}$ и $\xi^2=10^{-2}$. Здесь остается справедливым все сказанное ранее при рассмотрении компенсационного измерителя; нужно только при-

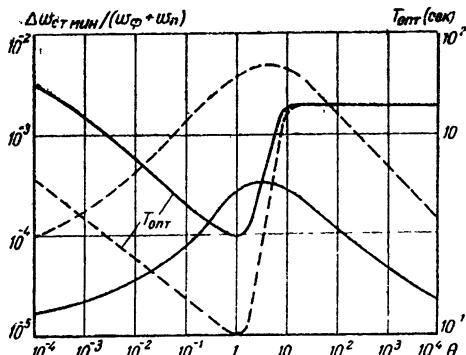


Рис. 2. Графики зависимости оптимальной чувствительности и оптимальной длительности отсчета T_{opt} от Θ -распределения энергии флюктуаций на выходе корреляционного измерителя (сплошные линии) и компенсационного измерителя (штриховые линии).

нять во внимание тот факт, что в корреляционном измерителе влияние флюктуаций параметров на чувствительность меньше, чем в компенсационном.

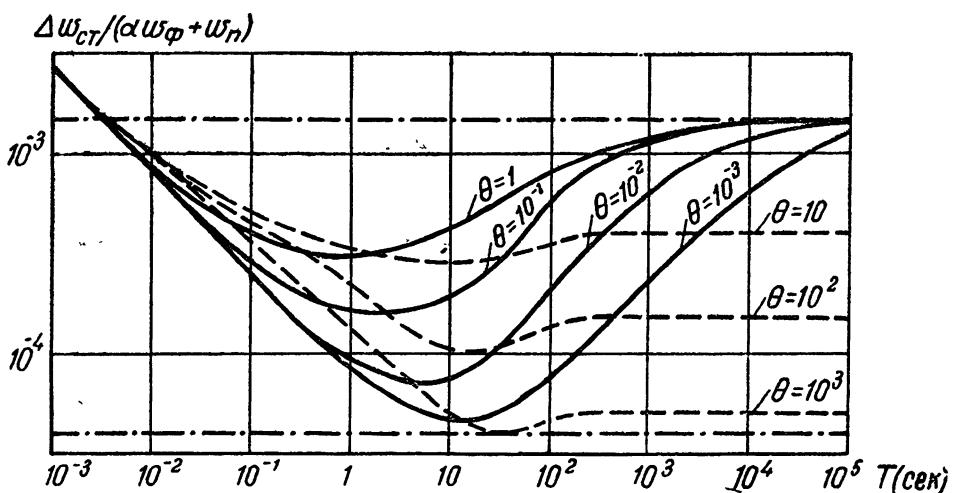


Рис. 3. Графики зависимости чувствительности корреляционного измерителя от длительности отсчета T . Верхняя штрихпунктирная линия соответствует значению Δw_{ct} при $T \rightarrow \infty$, а нижняя соответствует значению Δw_{ct} при $\sigma_m^2 = 0$ (когда флюктуации усиления отсутствуют).

3. ОПТИМАЛЬНАЯ ПОСТОЯННАЯ ВРЕМЕНИ ВЫХОДНОГО УСТРОЙСТВА

Если время наблюдения задано, то существует некоторое оптимальное значение τ_{0opt} постоянной времени выходного устройства измерителя, которому соответствует наименьшее значение минимального обнаружимого сигнала. В этом легко убедиться, рассмотрев соотношение (15), в которое везде входит отношение $x = T/\tau_0$. На рис. 4 представлены кривые зависимости $\Delta w_{ct}(\tau_0)$ для компенсационного и корреляционного измерителей ($\Delta f=10^7$ гц, $\tau_m=10^6$ сек, $\sigma_0^2=\sigma_m^2=10^{-4}$ и $\xi^2=10^{-2}$). Заметим, что из формулы (15) можно получить, как част-

ный случай, результаты, опубликованные в [11], если положить второй член под квадратом равным нулю (флюктуации параметров не учитываются), и считать, что $d(x) \equiv 0$ (т. е. полагать флюктуации на выходе измерителя не зависящими от T). Находя затем $\tau_{\text{опт}}$, мы получим тот же результат, что и автор [11].

На практике встречается случай, когда время наблюдения T и постоянная времени τ_0 имеют произвольные значения, но связаны соотношением $T/\tau_0 = a = \text{const}$. Подставив $T = a\tau_0$ в выражение для чувствительности измерителя (15) и анализируя полученное соотношение, можно показать, что и в этом случае существует оптимальное значение $\tau_{\text{опт}}$. В общем виде (15) имеет довольно сложный вид. Если предположить, что $\Theta \ll 1$ и $a\Theta \ll 1$ (при этом (15) примет вид (16)), то для корреляционного измерителя

$$\tau_{\text{опт}} \approx \sqrt{A\tau_m / 8 \Delta f \xi^2 \sigma_m^2}, \quad (20)$$

где $A \approx [1 - d(a)]/[a/3 + d(a)]$. Аналогичная формула для компенсационного измерителя может быть найдена, если в (20) положить $\xi^2 = 1$ и заменить σ_m^2 на σ_0^2 . Если (20) подставить в (16), то мы получим выражение для чувствительности корреляционного измерителя при оптимальной постоянной времени выходного устройства:

$$\Delta w_{cT} \approx (w_n + w_\Phi) \sqrt{\frac{2 \xi \sigma_m}{\sqrt{2 A \Delta f \tau_m}}}. \quad (21)$$

4. ЧУВСТВИТЕЛЬНОСТЬ ИЗМЕРИТЕЛЕЙ СЛАБЫХ СИГНАЛОВ ПРИ УСРЕДНЕНИИ ЗАПИСИ СИГНАЛА

Рассмотрим теперь случай, когда применяется графическое усреднение записи сигнала. Необходимо, прежде всего, найти разумный критерий для оценки чувствительности измерителя. Считалось, что чувствительность измерителя при применении графического усреднения записи сигнала определяется флюктуациями интеграла

$$I = \frac{1}{T} \int_{t_1}^{t_1+T} u(t) dt,$$

т. е.

$$\Delta w_{cT} = \frac{1}{k} \sqrt{\frac{1}{T^2}}.$$

Нетрудно показать, что при $\overline{u_2^2(t)} \gg \overline{u_1^2(t)}$ (т. е. в случае, когда компонента, обязанная своим происхождением флюктуациям параметров измерителя, дает больший вклад в флюктуации на выходе измерителя, чем $u_1(t)$) и $T \ll \tau_m$

$$\overline{I^2} \approx \overline{u^2(t)}.$$

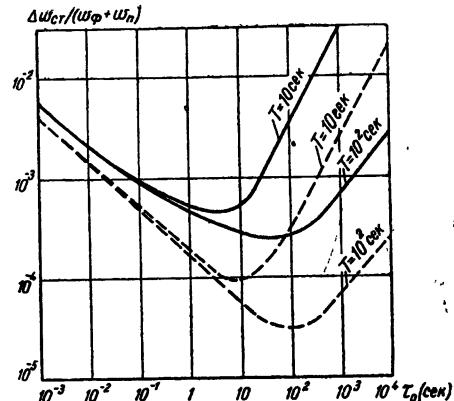


Рис. 4. Зависимость чувствительности компенсационного измерителя (сплошные линии) и корреляционного измерителя (штриховые линии) от постоянной времени выходного устройства τ_0 .

Другими словами, применение усреднения нецелесообразно, так как чувствительность измерителя остается такой же, как и при единичном отсчете (см. (3)). Однако этот вывод находится в противоречии с опытом. Это противоречие нетрудно устранить, если при выборе критерия для оценки чувствительности измерителей учитывать конкретную методику измерений. Обычно методика измерения такова: начиная с некоторого момента времени t_1 , записывают (до момента t_1+T_1) „нуль“ измерителя (т. е. выходной эффект измерителя при выключенном сигнале); затем, в момент времени t_1+T_1 , включается сигнал и производится его регистрация вплоть до некоторого момента времени t_1+T_2 . Если известно, что величина сигнала не меняется за время измерения $T_2 - T_1$, то она находится как разность средних значений напряжений на выходе измерителя при включенном и выключенном сигнале.

Величина минимального обнаружимого сигнала (чувствительность) определяется, по-видимому, тем обстоятельством, что даже в том случае, если мы, не включая сигнала, найдем средние по соседним промежуткам времени напряжения на выходе измерителя (два „нуля“), то эти средние, вообще говоря, окажутся разными. Поэтому

$$\Delta w_{cr} = \frac{1}{k} \sqrt{\overline{(I_1 - I_2)^2}}, \quad (22)$$

где $I_1 = 1/T_1 \int_{t_1}^{t_1+T_1} u(t) dt$ и $I_2 = 1/(T_2 - T_1) \int_{t_1+T_1}^{t_1+T_2} u(t) dt$. Раскрывая скобку в

(22) и меняя порядок интегрирования и усреднения, получаем:

$$D_{12} = \overline{(I_1 - I_2)^2} = D[u(t)] \left\{ \frac{1}{T_1^2} \int_{t_1}^{t_1+T_1} dt \int_{t_1}^{t_1+T_1} r(t-t') dt' + \right. \\ \left. + \frac{1}{(T_2 - T_1)^2} \int_{t_1+T_1}^{t_1+T_2} dt \int_{t_1+T_1}^{t_1+T_2} r(t-t') dt' - \frac{2}{T_1(T_2 - T_1)} \int_{t_1}^{t_1+T_1} dt \int_{t_1+T_1}^{t_1+T_2} r(t-t') dt' \right\}. \quad (23)$$

Здесь все обозначения имеют прежний смысл. Полагая $u(t) = u_1(t) + u_2(t)$ и подставляя соотношения (9) и (10) в полученное выражение, после выполнения интегрирования находим, что

$$D_{12} = 2D_1\{d(x) - k^2(x)\} + 2D_2(1-\Theta)^{-1}\{d(\Theta x) - k^2(\Theta x) - \Theta[d(x) - k^2(x)]\}, \quad (24)$$

где $\Theta = \tau_0/\tau_m$, $k(x) = x^{-1}(1-e^{-x})$ (причем $x = T/\tau_0$), а $d(x)$ определяется соотношением (12). Формула (24) получена в предположении, что $T_2 - T_1 = T_1 = T$. Здесь величина T есть длительность интервала усреднения, тогда как в разделе 1 она имела смысл длительности отсчета. Необходимо отметить, что при усреднении обычно $x \gg 1$ и $d(x) \approx 2/x$. Если воспользоваться этим, то соотношение (24) примет следующий вид:

$$D_{12} \approx 4D_1/x + 2D_2\{d(\Theta x) - k^2(\Theta x)\}. \quad (25)$$

При выводе (25) предполагалось также, что $\Theta \ll 1$. Теперь нетрудно получить выражение для величины минимального обнаружимого сигнала, подставив (25) в (22):

$$\Delta w_{cr} = k^{-1} \sqrt{4D_1/x + 2D_2\{d(\Theta x) - k^2(\Theta x)\}}. \quad (26)$$

Заметим, что (26) не зависит от τ_0 (так как $D_1 \sim 1/\tau_0$ (см. раздел 2), а $x = T/\tau_0$), что является следствием предположения $x \gg 1$.

На рис. 5 представлены графики зависимости чувствительности компенсационного и корреляционного измерителей от продолжительности времени усреднения T для различных значений параметра τ_m . Сплошные кривые соответствуют значению $\tau_m = 10^4$ сек, а пунктирные—значению $\tau_m = 10^5$ сек. Верхняя пара кривых отображает зависимость чувствительности компенсационного измерителя, а средняя и нижняя—корреляционного измерителя от T , причем средние кривые соответствуют значению $\xi^2 = 10^{-2}$, а нижние построены в предположении, что $\xi^2 = 10^{-4}$. Во всех случаях считалось, что $\Delta f = 10^7$ Гц и $\sigma_0^2 = \sigma_m^2 = 10^{-4}$.

Для сравнения на рис. 5 проведены сплошные линии на уровне, отвечающем значению минимального обнаружимого сигнала при единичном отсчете и $T \rightarrow \infty$, а также штриховые прямые, соответствующие $\sigma_0^2 = \sigma_m^2 = 0$ (флюктуации параметров отсутствуют) как для компенсационного, так и для корреляционного измерителя.

Как видно из графиков на рис. 5, при T порядка времени корреляции флюктуаций параметров измерителей τ_m величина минимального обнаружимого сигнала имеет максимум, что является физически ясным результатом. Замечательным является также тот факт, что при достаточно малом T наблюдается появление некоторого оптимального значения времени усреднения $T_{\text{опт}}$, при котором чувствительность измерителей максимальна. Существование этого оптимума связано с тем обстоятельством, что при достаточно малом T существенную роль играют флюктуации $u_1(t)$ с временем корреляции, равным τ_0 (влияние которых на величину минимального обнаружимого сигнала резко уменьшается при увеличении T , как это легко видеть из (26)). Учитывая, что оптимум располагается в области T , при которой $\Theta x \ll 1$, мы можем привести (26) к виду

$$\Delta w_{ct} \approx 2k^{-1} \sqrt{D_1/x + \Theta D_2 x/3}, \quad (27)$$

так как $d(\Theta x) - k^2(\Theta x) \approx 2\Theta x/3$ при $\Theta x \ll 1$. Из выражения (27) нетрудно найти величину $T_{\text{опт}}$:

$$T_{\text{опт}} = \sqrt{\tau_m / 8\Delta f \sigma_m^2 \xi^2}. \quad (28)$$

Разумеется, соотношение (28) имеет смысл лишь при $T_{\text{опт}} \gg \tau_0$, что, в сущности, является условием существования оптимума.

Формула (28) получена для корреляционного измерителя; для компенсационного измерителя можно получить аналогичную формулу, если положить в (28) $\xi^2 = 1$ и заменить σ_m^2 на σ_0^2 . Из того, что (26) не зависит от τ_0 , можно заключить следующее: при любых значениях параметров измерителя существует некоторое оптимальное значение времени усреднения $T_{\text{опт}}$ (лишь на величину τ_0 накладывается ограничение $\tau_0 \ll T_{\text{опт}}$). Подставив (28) в (27), мы можем найти выражение для величины оптимальной чувствительности измерителей:

$$\Delta w_{ct \text{ мин}} = 2(w_n + w_\Phi) \sqrt{\xi \sigma_m \sqrt{2/3 \Delta f \tau_m}}. \quad (29)$$

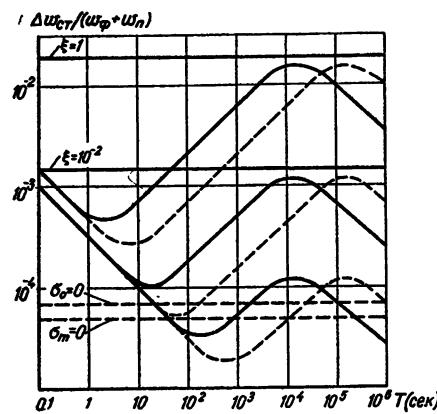


Рис. 5. Графики зависимости чувствительности корреляционного измерителя (сплошные линии) и компенсационного измерителя (штриховые линии) от времени усреднения записи сигнала T .

Существование этого оптимума связано с тем обстоятельством, что при достаточно малом T существенную роль играют флюктуации $u_1(t)$ с временем корреляции, равным τ_0 (влияние которых на величину минимального обнаружимого сигнала резко уменьшается при увеличении T , как это легко видеть из (26)). Учитывая, что оптимум располагается в области T , при которой $\Theta x \ll 1$, мы можем привести (26) к виду

$$\Delta w_{ct} \approx 2k^{-1} \sqrt{D_1/x + \Theta D_2 x/3}, \quad (27)$$

так как $d(\Theta x) - k^2(\Theta x) \approx 2\Theta x/3$ при $\Theta x \ll 1$. Из выражения (27) нетрудно найти величину $T_{\text{опт}}$:

$$T_{\text{опт}} = \sqrt{\tau_m / 8\Delta f \sigma_m^2 \xi^2}. \quad (28)$$

Разумеется, соотношение (28) имеет смысл лишь при $T_{\text{опт}} \gg \tau_0$, что, в сущности, является условием существования оптимума.

Формула (28) получена для корреляционного измерителя; для компенсационного измерителя можно получить аналогичную формулу, если положить в (28) $\xi^2 = 1$ и заменить σ_m^2 на σ_0^2 . Из того, что (26) не зависит от τ_0 , можно заключить следующее: при любых значениях параметров измерителя существует некоторое оптимальное значение времени усреднения $T_{\text{опт}}$ (лишь на величину τ_0 накладывается ограничение $\tau_0 \ll T_{\text{опт}}$). Подставив (28) в (27), мы можем найти выражение для величины оптимальной чувствительности измерителей:

$$\Delta w_{ct \text{ мин}} = 2(w_n + w_\Phi) \sqrt{\xi \sigma_m \sqrt{2/3 \Delta f \tau_m}}. \quad (29)$$

5. ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

Полученные в разделах 1—3 результаты свидетельствуют о том, что чувствительность измерителей мощности слабых сигналов со сплошным спектром, определенная в форме (6), вообще говоря, зависит от длительности отсчета T . Эта зависимость становится отчетливей в тех случаях, когда флюктуации параметров измерителя достаточно велики, а их спектр достаточно узок по сравнению с частотной характеристикой выходного устройства измерителя. Если время наблюдения конечно, то нестабильность, вносимая флюктуациями параметров при измерении, в среднем оказывается меньшей, чем при бесконечном времени отсчета, что является физически ясным, результатом.

Наилучший результат может быть достигнут, как следует из графиков на рис. 1 и 3, при $T=T_{\text{опт}}$, когда Δw_{ct} имеет минимум. Так как этот минимум не слишком острый, то, по-видимому, целесообразно выбирать T порядка нескольких τ_0 , с тем, чтобы величина сигнала успевала установиться за время T , и отпала необходимость экстраполяции, могущей привести к дополнительным ошибкам при измерении*.

Если имеется возможность свободного выбора величины T и τ_0 (с сохранением соотношения $T=a\tau_0$), то для нахождения τ_0 опт можно воспользоваться результатами раздела 3. Такая ситуация имеет место, например, при снятии диаграмм направленности антенн по слабому источнику, когда при заданном значении скорости прохождения источника через диаграмму и, следовательно, заданном времени наблюдения постоянная времени выходного устройства измерителя также должна иметь определенное значение соответственно угловым размерам источника и ширине диаграммы направленности антенны.

При применении графического усреднения записи сигнала продолжительность интервала усреднения следует выбирать в соответствии с рекомендациями, полученными в разделе 4. Величина постоянной времени выходного устройства измерителя в этом случае должна быть достаточно малой по сравнению с величиной оптимального времени усреднения, так как в противном случае продолжительность интервала усреднения будет ограничена снизу переходными процессами на выходе измерителя при включении сигнала.

Сравнивая результаты разделов 1—3 и 4, нетрудно убедиться, что в обоих рассмотренных случаях (т. е. при применении усреднения записи сигнала и без него) величина оптимальной чувствительности примерно одинакова, но значительно отличается от значения, вычисленного по формуле (3), приводимой обычно в литературе.

Заметим в заключение, что при анализе зависимости чувствительности измерителей от длительности отсчета мы рассматривали два предельных случая: $\Theta \ll 1$ и $\Theta \gg 1$. Следует отметить, что первый случай представляется более ценным с практической точки зрения, как наиболее часто встречающийся. В разделе 1 уже упоминалось, что время корреляции флюктуаций параметров весьма велико: не менее 10^5 сек. Очевидно, что реализация соотношения $\Theta \gg 1$ может вызвать значительные практические трудности.

Автор весьма благодарен В. С. Троицкому за ценные замечания, сделанные им при обсуждении работы.

ЛИТЕРАТУРА

1. R. H. Dicke, Rev. Sci. Ins., 17, 268 (1946).
2. K. E. Machin, M. Ryle a. D. D. Vonberg, Proc. IEE, 99, 127 (1952).

* Экстраполяция может оказаться ненужной, если калибровка измерителя производится при тех же значениях τ_0 и T , что и при измерении сигнала.

3. В. С. Троицкий, ЖТФ, **21**, 994 (1951).
4. Ф. В. Бункин и Н. В. Карлов, ЖТФ, **25**, 233, 400 (1955).
5. А. Г. Кисляков, Изв. высш. уч. зав.—Радиофизика, **1**, 4, 81 (1958).
6. В. М. Плечков, В. А. Разин, Труды 5-го совещания по вопросам космогонии, изд. АН СССР, М., 430, 1956.
7. В. Л. Грановский, Электрические флюктуации, ОНТИ, М.-Л., 1933, гл. 5.
8. R. D. Sturm, Proc. IRE, **46**, 43 (1958).
9. А. Н. Малахов, Радиотехника и электроника, **2**, 438 (1957).
10. T. E. Firle, H. Winston, J. Appl. Phys., **26**, 716 (1955).
11. J. Galejs, Proc. IRE, **45**, 1410 (1957).

Исследовательский радиофизический институт
при Горьковском университете

Поступила в редакцию
3 ноября 1958 г.