

К РАСЧЕТУ ПОЛЕЙ ПОПЕРЕЧНЫХ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН В ШТЫРЕВЫХ ЗАМЕДЛЯЮЩИХ СИСТЕМАХ

И. Ш. Белуга

Рассчитываются волновая проводимость и амплитуды двух пространственных гармоник в многопроводной линии с проводниками прямоугольного поперечного сечения. С помощью конформных отображений получены формулы для расчета этих величин в линии, состоящей из одного или нескольких рядов таких проводников, в широкой области изменения размеров линии. Нахождение указанных величин является существенной частью расчета дисперсии и сопротивления связи штыревых замедляющих систем.

В последние годы штыревые замедляющие системы нашли широкое применение в лампах бегущей и обратной волны. Точный расчет их дисперсии и сопротивления связи чрезвычайно труден. К значительным упрощениям приводит рассмотрение замедляющей системы как отрезка или как ряда последовательно соединенных отрезков многопроводных линий, вдоль которых распространяются волны ТЕМ, с различными условиями на концах (Флетчер [1], Леблон и Мурье [2]). При таком рассмотрении расчет дисперсии и сопротивления связи содержит две основные части: 1) расчет волн ТЕМ в многопроводных линиях и 2) расчет конечных проводимостей.

Задача точного вычисления конечных проводимостей в большинстве случаев очень сложна и не решена. Но в некоторых системах (встречные штыри, лестница с выступом или выемкой) конечные проводимости легко находятся [1-3]. Основная трудность состоит тогда в расчете поля волн ТЕМ.

Из величин, связанных с полем волн ТЕМ, в уравнение дисперсии и в выражение для сопротивления связи входят волновая проводимость (отношение тока проводника к его потенциалу для бегущей волны), и амплитуды пространственных гармоник.

Попытка количественного расчета этих величин для многопроводной линии с проводниками прямоугольного поперечного сечения сделана в работах Флетчера [1] и Воллинга [3]. В этих работах поле в зазорах между проводниками предполагается однородным, и поэтому полученные там формулы во многих случаях неудовлетворительны. Например, в случае нулевого сдвига

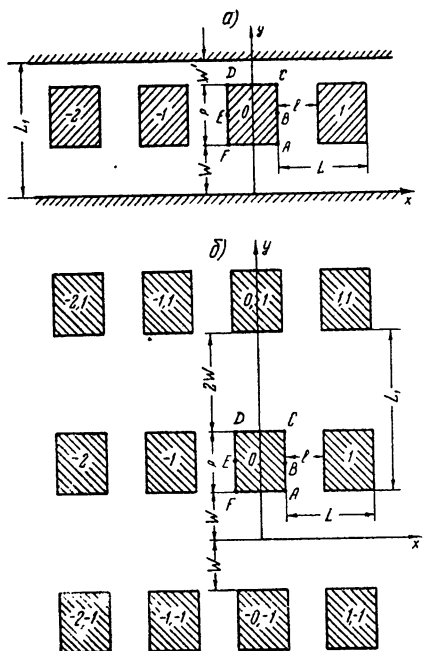


Рис. 1. Поперечные сечения многопроводных линий:

- а) одномерно периодической линии а,
- б) двумерно периодической линии б.

фаз между проводниками однорядной линии (рис. 1а) ошибка формул для волновой проводимости и для амплитуды одной из пространственных гармоник при $L = l$ достигает 100% (смысл L, l , а также используемых ниже обозначений L_1, p, W, W' ясен из рис. 1).

В настоящей работе получены формулы для расчета волновой проводимости, учитывающие неоднородность поля в зазорах. Ошибка этих формул не превышает 4%, если $p/l > 1$, и стремится к нулю, если $p/l \rightarrow \infty$.

Амплитуды двух пространственных гармоник рассчитаны для случая $W > L/2$ также с учетом неоднородности поля в зазорах. Это позволяет, в частности, выявить зависимость амплитуд гармоник от ширины пространства взаимодействия W .

Вывод формул описан очень кратко; подробности для некоторых случаев имеются в [4]. В работе применяется практическая система единиц МКС.

1. ВОЛНОВАЯ ПРОВОДИМОСТЬ

Многопроводной линией принято называть совокупность цилиндрических проводников, образующие которых параллельны некоторой оси z . Поле волны ТЕМ, являющейся основным типом волн в такой линии, в любой плоскости $z = \text{const}$ определяется уравнениями электростатики для двумерного случая [2]:

$$E = -\text{grad } u; \quad \partial^2 u / \partial x^2 + \partial^2 u / \partial y^2 = 0,$$

где E — напряженность электрического поля с потенциалом $u(x, y)$.

Так как ток проводника J равен $\oint H_{tg} ds$ — циркуляции магнитного поля по контуру сечения проводника, а вектор напряженности магнитного поля H ортогонален E (причем в случае бегущей волны $|H| = \sqrt{\epsilon_0 / \mu_0} |E|$), то $J = \sqrt{\epsilon_0 / \mu_0} P$, где $P = \oint E_n ds$ — поток вектора E через контур проводника. Волновая проводимость многопроводной линии, определяемая как отношение тока проводника J к его потенциалу U , равна

$$M = \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} \frac{P}{U} = \frac{1}{376,7} \frac{P}{U} \text{ ом}^{-1}. \quad (1)$$

Таким образом, расчет волновой проводимости M сводится к расчету потока P .

Ниже рассматриваются два типа многопроводных линий: линия a — однорядная, с периодом L (рис. 1а) и линия b — многорядная, с периодами L и L_1 (рис. 1б). Полагаем, что в линии a

$$u|_{y=0} = 0; \quad u|_{y=L_1} = 0, \quad (2)$$

причем потенциал m -го проводника равен

$$U_m = U_0 \exp(-im\varphi) \quad (m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots; 0 \leq \varphi \leq \pi), \quad (3)$$

а в линии b потенциал m -го проводника n -го ряда равен

$$U_{mn} = U_{00} \exp[-i(m\varphi + n\theta)] \quad (m, n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots; 0 \leq \varphi \leq \pi; 0 \leq \theta \leq \pi). \quad (4)$$

Ниже вместо U_{m0} пишем U_m ; поэтому равенство (3) справедливо для обоих типов линий.

При выполнении соотношений (2), (3) или (4) напряженности поля в двух точках, разнесенных на период, отличаются лишь фазовым множителем, а отношение $P_i U$ не зависит от номера проводника; достаточно поэтому рассмотреть нулевой проводник.

Прямоугольники со сторонами p и l (рис. 1) будем называть за-

зорами между проводниками. Определим однородное поле $E_{\text{одн}}$ следующими условиями: вне зазоров $E_{\text{одн}} = 0$; в зазоре между проводниками с номерами m, n и $m + 1, n$ проекции $E_{\text{отн}}$ на оси x, y соответственно равны $(E_{\text{одн}})_x = (U_{m, n} - U_{m+1, n}) / l^{-1}$ и $(E_{\text{одн}})_y = 0$. Разность $E_k = E - E_{\text{одн}}$ назовем краевым полем. На основании (3) находим поток однородного поля:

$$P_{\text{одн}} = 4 \sin^2(\varphi/2)(p/l) U_0.$$

Ниже будет идти речь о вычислении части потока краевого поля $(P_k)_{\text{ЕFAB}} = \int_{\text{ЕFAB}} (E_k)_n ds$. Остальная часть, $(P_k)_{\text{ВСДЕ}}$, вычисляется аналогично; связанные с ней величины обозначены штрихами (').

Величина краевого поля быстро убывает в направлении от А к В и от F к Е (см. рис. 1). Поэтому при $p \gg l$ значение $(P_k)_{\text{ЕFAB}}$ не зависит от p , и его можно вычислить, полагая $p = \infty$, т. е. заменить $(P_k)_{\text{ЕFAB}}$ краевым потоком решетки $P_k = \int_{\omega_1 \omega_2 \omega_3 \omega_4} (E_k)_n ds$ (см. рис. 2а). Предполагается, что в случае линии б ниже оси x расположена вторая решетка, симметричная первой относительно этой оси. На основании сказанного выше имеем:

$$P = P_{\text{одн}} + P_k + P'_k = 4 \sin^2(\varphi/2)(p/l) + P_k + P'_k. \quad (5)$$

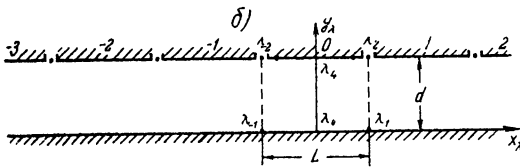
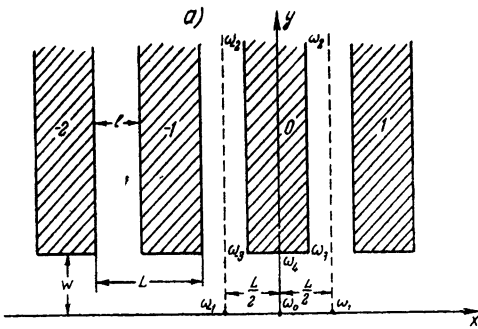


Рис. 2. Комплексные плоскости ω и λ
а плоскость ω , б) плоскость λ

При рассмотрении линии б достаточно рассчитать поля в случаях $\theta = \pi$ и $\theta = 0$, так как из двух таких полей складывается поле пары решеток при произвольном θ . Равенства $\theta = \pi$ и $\theta = 0$ равносильны соответственно соотношениям $(u)_{y=0} = 0$ и $(\partial u / \partial y)_{y=0} = 0$. Для расчета линии а нужен лишь случай $\theta = \pi$ (см. (2)).

Введем связанные с краевыми потоками безразмерные величины, которые назовем краевыми емкостями:

$$C_k(\varphi, \theta) = P_k(\varphi, \theta) / 4 \sin^2(\varphi/2) U_0; \quad (6)$$

$$C_0 = P_k(0, \pi) / U_0. \quad (7)$$

Второе равенство относится к случаю $\varphi = 0, \theta = \pi$; первое — ко всем другим случаям. На основании (1), (5) — (7) получаются выражения для волновой проводимости M через краевые емкости.

Для линии а (рис. 1а):

$$M(\varphi \neq 0) = \frac{4 \sin^2(\varphi/2)}{376,7} [(p/l) + C_k(\varphi, \pi) + C'_k(\varphi, \pi)] \text{ом}^{-1}; \quad (8)$$

$$M(\varphi = 0) = \frac{1}{376,7} [C_0 + C'_0] \text{ом}^{-1}. \quad (9)$$

Для линии б (рис. 1б)

$$M(\varphi \neq 0; \theta) = \frac{4 \sin^2(\varphi/2)}{376,7} [(p/l) + 2C_k(\varphi, 0) \cos^2(\theta/2) + 2C_k(\varphi, \pi) \sin^2(\theta/2)] \text{ом}^{-1}; \quad (10)$$

$$M(\varphi = 0; \theta) = \frac{1}{376,7} 2C_0 \sin^2(\theta/2) \text{ ом}^{-1}. \quad (11)$$

Краевые емкости C_0 , $C_k(\varphi, \theta)$ зависят от трех размеров: L , l и W (рис. 2а). Одновременное изменение этих размеров в одинаковое число раз не меняет величины емкостей.

Расчет краевых емкостей производится с помощью конформных отображений. В ходе расчета используется неизменность потока вектора E через любые части кривых при конформном отображении (при условии сохранения прежних значений потенциала или его нормальной производной на границе).

Для расчета величин C_0 , $C_k(\pi, \pi)$ и $C_k(\pi, 0)$ рассматривается поле в области, ограниченной прямыми $x = \pm(L/2)$. Эта область конформно отображается на такую область, внутри которой поле однородно. Например, при $\varphi = 0$, $\theta = \pi$ используется отображение $\lambda(\omega)$ (рис. 2а, б). В плоскости λ поле однородно и равно $E_y = U_0/d$, а его поток равен $P(0, \pi) = P_k(0, \pi) = U_0(L/d)$ (при $\varphi = 0$ и $\theta = \pi$ имеем: $E_{\text{олн}} = 0$; $E_k = E$). Из (7) получаем: $C_0 = L/d$. Таким образом, C_0 известно, если известна зависимость $\lambda(\omega)$; последняя находится с помощью формулы Кристоффеля—Шварца.

Полученные таким путем выражения для C_0 , $C_k(\pi, \pi)$, $C_k(\pi, 0)$ приведены в таблицах 1а, б. Если $\tau_1 \geq f(\mu)$, где $f(\mu)$ — функция, график которой представлен на рис. 3, вычисления удобнее вести по формулам таблицы 1а; если $\tau_1 < f(\mu)$, то удобнее пользоваться формулами таблицы 1б. В этих формулах через ϑ обозначены зета-функции Якоби, зависящие от параметра $h = \exp(-\pi K'/K)$ ($K(k)$ — полный эллиптический интеграл первого рода) [3], а также применены следующие обозначения:

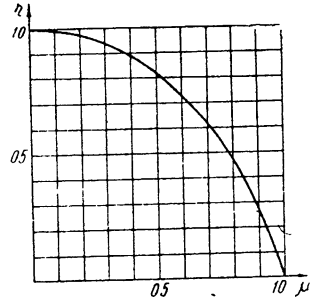


Рис. 3. График функции $\eta = f(\mu)$ ($\mu = l/L$; $\tau_1 = 2W/l$).

$$\alpha = (L - l)/2W; \quad \beta = l/2W; \quad \xi = 2W/l;$$

$$\tau_1 = 2W/l; \quad \mu = l/L; \quad \vartheta(0) = \vartheta; \quad \vartheta'(x) = d\vartheta(x)/dx;$$

$$B(a, b) = \text{tga} \left[\vartheta_3^2 \frac{\vartheta_0(a/\pi) \vartheta_2(a/\pi)}{\vartheta_1(a/\pi) \vartheta_3(a/\pi)} + \frac{1}{\pi} \frac{\vartheta_3'(a/\pi)}{\vartheta_3(a/\pi)} \right]_{h^{-\exp(-b)}};$$

$$N(a, b) = B(ia, b); \quad k' = \sqrt{1 - k^2}.$$

Расчет $C_k(\varphi, \theta)$ при произвольном φ производится по формулам таблицы 2а или таблицы 2б. Если $C_0 \leq 2$, удобнее использовать формулы таблицы 2а; если $C_0 > 2$ — формулы таблицы 2б. Первые получены с помощью разложения поля в плоскости λ по пространственным гармоникам; вторые — с помощью суммирования полей, вызываемых потенциалами отдельных проводников.

В таблице 3 приведены упрощенные формулы для краевых емкостей, дающие ошибку не более 1,2%. Любую из приведенных формул следует применять только в областях, указанных в левом столбце таблиц. Использованные в этих формулах обозначения сведены в таблицу 4.

Отметим, что формулы (8) — (11) для волновой проводимости получены на основании приближенного равенства (5). Можно показать, что наибольшая ошибка при данном значении p/l имеет место в случае $\varphi = 0$, $\theta = \pi$, $\mu = l/L = 1$ [3]. Сравнение с выведенной для этого случая точной формулой приводит к следующим цифрам: если p/l равно 1,5; 1,0;

$$x_0 = \text{Arth} \mu$$

$$; \quad y_0 = \pi\eta + 2\mu x_0;$$

$$x_{m+1} = \text{Arth} \left[\mu N(x_m, y_m) \right]$$

$$; \quad y_{m+1} = \pi\eta + 2\mu x_{m+1} \\ (m = 0, 1, 2, \dots);$$

$$x = \lim_{m \rightarrow \infty} x_m$$

$$; \quad y = \lim_{m \rightarrow \infty} y_m;$$

$$C_K(\pi, \pi) = \frac{1}{\pi} \left[\frac{x}{\mu} + \ln \frac{\partial_2 \partial_3}{(1/i)\partial_1 (ix/\pi)\partial_0 (ix/\pi)} \right]_{h=e^{-y}}^{-y};$$

$$k = \left[\frac{\partial_2 (ix/\pi)}{\partial_3 (ix/\pi)} \right]_{h=e^{-y}}^{-y};$$

$$C_K(\pi, 0) = C_K(\pi, \pi) - \frac{1}{\pi} \ln(1/k');$$

$$C_0 = \frac{2K(k)}{K(k')}$$

$$w_0 = \text{arc} \text{tg} \beta$$

$$; \quad y_0 = \pi\alpha + \beta(\pi - 2w_0);$$

$$w_{m+1} = \text{arc} \text{tg} \left[\beta B(w_m, y_m) \right]; \quad y_{m+1} = \pi\alpha + \beta(\pi - 2w_{m+1}) \\ (m = 0, 1, 2, \dots);$$

$$w = \lim_{m \rightarrow \infty} w_m \quad ; \quad y = \lim_{m \rightarrow \infty} y_m;$$

$$C_K(\pi, 0) = \frac{1}{\pi} \left[w\xi + \ln \frac{\partial_0 \partial_2}{\partial_1 (w/\pi)\partial_3 (w/\pi)} \right]_{h=e^{-y}}^{-y};$$

$$k' = \left[\frac{\partial_2 (w/\pi)}{\partial_3 (w/\pi)} \right]_{h=e^{-y}}^{-y};$$

$$C_K(\pi, \pi) = C_K(\pi, 0) + \frac{1}{\pi} \ln(1/k');$$

$$C_0 = \frac{2K(k)}{K(k')}$$

Т а б л и ц а 2а

$$C_k(\varphi, 0) = C_k(\pi, 0) + \sum_{m=-\infty}^{\infty} \frac{1}{\varphi + 2\pi m} \operatorname{th} \frac{\varphi + 2\pi m}{C_0} - \frac{1}{\pi + 2\pi m} \operatorname{th} \frac{\pi + 2\pi m}{C_0}$$

$$C_k(\varphi, \pi) = C_k(\pi, \pi) + \sum_{m=-\infty}^{\infty} \frac{1}{\varphi + 2\pi m} \operatorname{cth} \frac{\varphi + 2\pi m}{C_0} - \frac{1}{\pi + 2\pi m} \operatorname{cth} \frac{\pi + 2\pi m}{C_0}$$

Т а б л и ц а 2б

$$C_k(\varphi, \theta) = C_k(\pi, \theta) + 0,25 \gamma_0 \operatorname{ctg}^2(\varphi/2) + \sum_{m=1}^{\infty} \left(\frac{\sin m\varphi}{\sin(\varphi/2)} \right)^2 \gamma_{2m} + \left[\left(\frac{\sin(m+0,5)\varphi}{\sin(\varphi/2)} \right)^2 - 1 \right] \gamma_{2m+1} \quad (\theta = 0, \pi)$$

$$\theta = 0$$

$$0 = \pi$$

$$\gamma_0 = 0$$

$$\gamma_0 = C_0$$

$$\gamma_n = \frac{1}{\pi} \ln \frac{1 - 2e^{-n\pi C_0} + e^{-2n\pi C_0}}{1 - e^{-(n-1)\pi C_0} - e^{-(n+1)\pi C_0}} + e^{-2n\pi C_0}$$

$$(n = 2, 3, \dots)$$

$$\gamma_n = \frac{1}{\pi} \ln \frac{\operatorname{th}^2 [n(\pi/4)C_0]}{\operatorname{th} [(n-1)(\pi/4)C_0] \operatorname{th} [(n+1)(\pi/4)C_0]}$$

$$(n = 2, 3, \dots)$$

Т а б л и ц а 3

1	$C_0 = 2\alpha + f_3(\xi)$	
2, 3, 4	$C_0 = [0,5\eta + S_0(\mu) - S_1(\mu) \exp(-2\pi\eta)]^{-1}$	
5	$C_0 = 2\alpha + \sqrt{4\alpha} f_3(\xi) + (1 - \sqrt{4\alpha}) F_0(\xi)$	
	$\theta = \pi$	$\theta = 0$
2	$C_k(\varphi, \pi) = C_\infty(\mu) - g(\varphi) + \frac{1}{\varphi} \operatorname{cth} \frac{\varphi}{C_0} + \frac{1}{2\pi - \varphi} \operatorname{cth} \frac{2\pi - \varphi}{C_0}$	$C_k(\varphi, 0) = C_\infty(\mu) - g(\vartheta) + \frac{1}{\varphi} \operatorname{th} \frac{\varphi}{C_0} + \frac{1}{2\pi - \varphi} \operatorname{th} \frac{2\pi - \varphi}{C_0}$
1, 3, 4, 5	$C_k(\varphi, \pi) = C_k(\pi, \pi) + 0,25 C_0 \operatorname{ctg}^2(\varphi/2)$	$C_k(\varphi, 0) = C_k(\pi, 0) + \frac{8}{\pi} \mu (1 - \mu)^2 (1 + 2\mu \cos \varphi + 4\mu^2 \cos^2 \varphi) \cos^2 \frac{\varphi}{2}$
1	$C_k(\pi, \pi) = 0,5\alpha + f_1(\xi)$	$C_k(\pi, 0) = 0,25f_2(\xi) - (4/\pi)\mu$
3	$C_k(\pi, \pi) = C_\infty(\mu) + \Phi_2(\mu) [(e^{\pi\eta} - 1)]^{-1} + (e^{\pi\eta} - \Phi_1(\mu))^{-1}$	$C_k(\pi, 0) = C_\infty(\mu) - \Phi_2(\mu) [(e^{\pi\eta} + 1)]^{-1} + (e^{\pi\eta} + \Phi_1(\mu))^{-1}$
4, 5	$C_k(\pi, \pi) = 0,5\alpha + \sqrt{4\alpha} f_1(\xi) + (1 - \sqrt{4\alpha}) F_1(\xi)$	$C_k(\pi, 0) = \left\{ 0,25f_2(\xi) - (4/\pi) \exp[-\pi(0,25 + 0,5f_1(\xi))] \right\} \times$ $\times (4\alpha)^{2/3} + [1 - (4\alpha)^{2/3}] F_2(\xi)$

Таблица 4

$$f_1(x) = f_1(x/2) + \frac{1}{\pi} \left[\left(\frac{1}{x} - x \right) \operatorname{arc} \operatorname{tg} x + \ln \frac{1+x^2}{4x} \right]; \quad f_2(x) = \frac{2}{\pi} \left[\ln(1+x^2) + 2x \operatorname{arc} \operatorname{tg} \frac{1}{x} \right]; \quad f_3(x) = f_2 \left(\frac{1}{x} \right);$$

$$A(\mu) = (1+\mu)^{1-\mu} (1-\mu)^{1+\mu}; \quad S_0(\mu) = \frac{1}{2\pi} \ln A; \quad S_1(\mu) = \frac{2}{\pi} \frac{\mu^4}{A^2}; \quad \Phi_1(\mu) = \left(\frac{1}{A} \right); \quad \Phi_2(\mu) = \frac{2}{\pi A(\mu)};$$

$$C_\infty(\mu) = \frac{1}{2\pi} \left[\ln \left(\frac{1}{\mu^2} - 1 \right) + \frac{1}{\mu} \ln \frac{1+\mu}{1-\mu} \right]; \quad u = \exp - (\pi C_0/2);$$

$$F_0(\xi) = \frac{4}{\pi} \ln \frac{1 + \sqrt{\operatorname{ch}(\pi\xi/2)}}{\operatorname{sh}(\pi\xi/4)}; \quad F_1(\xi) = \frac{1}{\pi} \ln \left(1 + \operatorname{cth} \frac{\pi\xi}{2} \right); \quad F_2(\xi) = \frac{1}{\pi} \ln \left(1 + \operatorname{th} \frac{\pi\xi}{2} \right);$$

$$g(\varphi) = (1/\pi) \left(2 \ln 2 + 0,5 + 0,5 \frac{a}{1+a} - 0,20206a^2 - 0,03693a^4 - 0,00835a^6 - 0,00201a^8 \right); \quad a = (\varphi/2\pi)$$

φ/π	0,0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
$g(\varphi)$	0,6004	0,6078	0,6142	0,6197	0,6243	0,6282	0,6313	0,6336	0,6353	0,6363	0,6366

0,5, то наибольшая ошибка при пользовании соотношениями (8)–(11) составляет 0,8%; 3,8%; 16,8% соответственно.

2. АМПИТУДЫ ПРОСТРАНСТВЕННЫХ ГАРМОНИК

Если $\varphi = (r/g)\pi$, где r/g — несократимая дробь, то поле периодически по x с периодом $2gL$ (рис. 2а). Полагаем, что в направлении оси x имеет место стоячая волна:

$$U_m = U_0 \cos m\varphi.$$

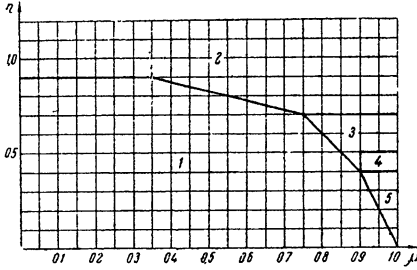


Рис. 4. Области применимости различных упрощенных формул. (К таблице 3.)

потенциала (в силу его периодичности). Комплексный потенциал F (аналитическая функция, вещественной частью которой является обыч-

При этом потенциал везде вещественный; пространственные гармоники являются членами обычного ряда Фурье. Полоса $|x| \leq gL$ плоскости ω отображается с помощью функции $\xi = \exp(-i\pi\omega/gL)$ на всю плоскость ξ (рис. 5). Прямые $x = \pm gL$ отображаются на один и тот же луч, что, однако, не нарушает непрерывности

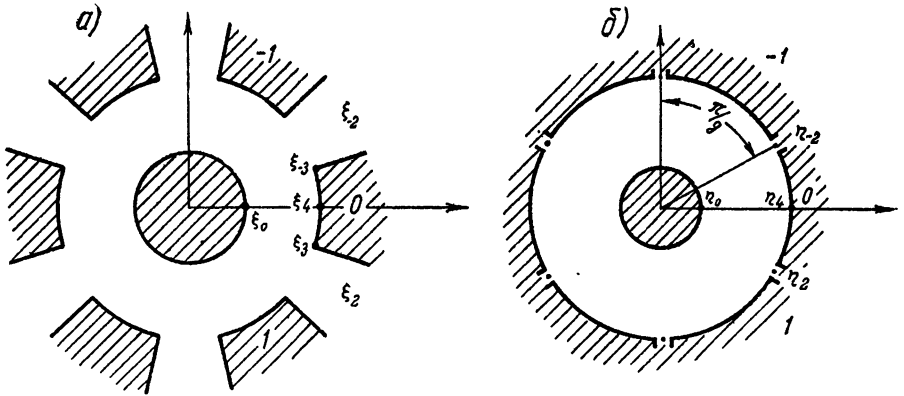


Рис. 5. Комплексные плоскости ξ и η :

а) плоскость ξ , б) плоскость η

ный потенциал) разлагается в ряд Лорана по степеням ξ , что соответствует разложению по пространственным гармоникам в плоскости ω . Сначала находится $F(\eta)$ в виде ряда Лорана по степеням η . Зависимость $\eta(\xi)$ при $W > (L/2)$ приближенно представляется рядом Тейлора (а не Лорана, как в общем случае). Подставляя $\eta(\xi)$ в $F(\eta)$, получаем ряд Лорана $F(\xi)$.

Т а б л и ц а 5

$$\theta = \pi:$$

$$|E_x|_{y=\omega} = 2 \sin \frac{\varphi}{2} \frac{U_0}{L} A^{-(\varphi/2\pi)} \left[\frac{1 - e^{-\varphi\eta}}{1 - e^{-\varphi\eta} A^{-(\varphi/\pi)}} + \mu^2 \frac{\varphi}{\pi} \frac{e^{-(2\pi - \varphi)\eta} A^{-(2\pi - \varphi)/\pi}}{1 - e^{-(2\pi - \varphi)\eta} A^{-(2\pi - \varphi)/\pi}} \right];$$

$$\theta = 0:$$

$$|E_r|_{y=w} = 2 \sin \frac{\varphi}{2} \frac{U_0}{L} A^{-\varphi/2\pi} \left[\frac{1 + e^{-\varphi\tau}}{1 + e^{-\varphi\tau} A^{-\varphi/\pi}} - \mu^2 \frac{\varphi}{\pi} \frac{e^{-(2\pi-\varphi)\tau} A^{-(2\pi-\varphi)/\pi}}{1 + e^{-(2\pi-\varphi)\tau} A^{-(2\pi-\varphi)/\pi}} \right];$$

$$0 < \theta < \pi:$$

$$|E_r| = \sqrt{|E_x|_{\theta=0}^2 \cos^2 \frac{\theta}{2} + |E_x|_{\theta=\pi}^2 \sin^2 \frac{\theta}{2}};$$

$$A = (1 + \mu)^{1+\mu} (1 - \mu)^{1-\mu}.$$

В таблице 5 даны формулы для расчета амплитуды пространственной гармоники с волновым числом φ/L ($0 \leq \varphi \leq \pi$) при условии, что $U_m = U_0 e^{-im\varphi}$. Для расчета гармоники с волновым числом $(2\pi - \varphi)/L$ в формулах таблицы 5 величину φ следует заменить на $2\pi - \varphi$.

Приведенные формулы позволяют быстро и с хорошей точностью рассчитать: 1) волновую проводимость многопроводной линии с прямоугольными проводниками, если $p > l$ (рис. 1а,б), 2) амплитуды двух пространственных гармоник в такой линии, когда $p > l$, $W > (L/2)$. Найденные в работе краевые емкости можно применить для расчета некоторых резонаторных замедляющих систем.

Области применимости и ошибка упрощенных формул для краевых емкостей найдены путем сравнения с результатами расчетов по точным формулам.

Автор выражает благодарность А. И. Шарко за программирование и проведение расчетов на вычислительной машине.

ЛИТЕРАТУРА

1. R. C. Fletcher, Proc. IRE, **40**, 951 (1952).
2. A. Leblond et I. Mourier, Ann. de Radioélectricité, **9**, 180, 311 (1954).
3. J. C. Walling, J. Electronics and Control, **3**, 239 (1957).
4. И. Ш. Белуга, Волновая проводимость многопроводной линии с прямоугольными проводниками. I, Научно-техн. сб. Электроника (в печати).
5. Н. И. Ахиезер, Элементы теории эллиптических функций, Гостехиздат, М., 1948.

Поступила в редакцию
30 июля 1958 г.