ИЗВЕСТИЯ ВЫСШИХ УЧЕБНЫХ ЗАВЕДЕНИЙ

Том II, № 1 *РАДИОФИЗИКА* *1959*

О МАГНИТОТОРМОЗНОМ ИЗЛУЧЕНИИ И НЕУСТОЙЧИВОСТИ СИСТЕМЫ ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ В ПЛАЗМЕ

В. В. Железняков

На основе квантовых представлений о процессах излучения и поглощения проведен расчет магнитотормозного излучения неравновесной электронной системы, а также определены условия, при которых возможны усиление и неустойчивость (на частоте магнитотормозного излучения) в системе из магнитоактивной плазмы и потока заряженных частиц. На примере электромагнитных волн, распространяющихся вдоль магнитного поля, показано, что расчет затухания (усиления) посредством коэффициентов Эйнштейна значительно проще и нагляднее соответствующего рассмотрения методом классического кинетического уравнения с самосогласованным полем.

При анализе вопросов, связанных с излучением, поглощением и усилением волн в потоках частиц квантовые представления оказываются весьма плодотворными даже в тех случаях, когда задача является, по-существу, классической. В качестве примера можно сослаться на установление того важного факта, что при аномальном эффекте Допплера система (электрон в магнитном поле, атом и т. д.), излучая, поднимается с нижнего энергетического уровня на верхний [1]. Значительно проще и нагляднее классического квантовый вывод условия неустойчивости потока заряженных частиц в изотропной плазме [2]. В настоящей статье мы хотим указать на ряд других результатов такого же типа, относящихся к магнитотормозному излучению и неустойчивости системы заряженных частиц в плазме.

1. НЕКОТОРЫЕ ОСОБЕННОСТИ МАГНИТОТОРМОЗНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ ЭЛЕКТРОНА В ПЛАЗМЕ

При рассмотрении вопроса о реакции излучения на излучающую частицу и о частоте излучения исходным является представление о квантах в среде с энергией $\hbar\omega$ и импульсом $\hbar \boldsymbol{k} = \frac{\hbar\omega}{c} n_j(\omega, \boldsymbol{s})\boldsymbol{s}$, где $\hbar$—постоянная Планка, ω—частота, $\boldsymbol{k}=k\boldsymbol{s}$—волновой вектор, c—скорость света в вакууме, n_j—показатель преломления j-ой нормальной волны, распространяющейся в среде. В случае изотропной среды квантование проведено в [3]; обобщение результатов на произвольную среду (анизотропную и гиротропную) достигается сразу же при использовании разложения поля на плоские волны [4,5].

Такой подход, разумеется, корректен лишь в области применимости феноменологической теории.

При движении электрона в постоянном магнитном поле $\boldsymbol{H}_0$ испускание кванта $\hbar\omega$ с импульсом $\frac{\hbar\omega}{c} n_j \boldsymbol{s}$ сопровождается соответственным изменением состояния электрона:

$$E_m - E_n \equiv \sqrt{m_0^2 c^4 + p_m^2 c^2} - \sqrt{m_0^2 c^4 + p_n^2 c^2} = \hbar\omega; \tag{1.1}$$

$$p_{m'} - p_{n'} = \frac{\hbar\omega}{c} n_j \cos\alpha,$$

где m_0—масса покоя электрона, E_m, E_n и p_m, p_n—энергии и импульсы электрона до излучения кванта (состояние m) и после излучения кванта (состояние n); знак $\|$ указывает на проекцию импульса фотона, составляющего угол α с направлением H_0, на это направление.

Действуя аналогично [1], из законов сохранения (1.1) получаем:

$$\hbar\omega=\frac{m_0c^2}{\sqrt{1-\beta^2}}\,\frac{n_j\beta_\|\cos\alpha-1}{n_j^2\cos^2\alpha-1}\left[1\pm\sqrt{1+\frac{n_j^2\cos^2\alpha-1}{\left(n_j\beta_\|\cos\alpha-1\right)^2}\,\frac{2\left(1-\beta^2\right)}{m_0c^2}\left(\varepsilon_m-\varepsilon_n\right)}\right]. \tag{1.2}$$

Здесь посредством ε_m, ε_n обозначены величины $p^2_{m\perp}/2m_0$ и $p^2_{n\perp}/2m_0$, имеющие смысл энергии поперечного движения (для нерелятивистских электронов); знак $\perp$ указывает на компоненту импульса электрона в плоскости, перпендикулярной к H_0; $\beta=V/c$ и $\beta_\|=V_\|/c$, причем $V_\|$—составляющая полной скорости электрона V вдоль H_0 в состоянии m.

Если $n_j\beta_\|\cos\alpha$ не слишком близко к единице:

$$\frac{n_j^2\cos^2\alpha-1}{\left(n_j\beta_\|\cos\alpha-1\right)^2}\,\frac{2\left(1-\beta^2\right)}{m_0c^2}\left(\varepsilon_m-\varepsilon_n\right)\ll1, \tag{1.3}$$

то, выбирая отрицательный знак перед корнем в (1.2), найдем*:

$$\hbar\omega\approx-\frac{\sqrt{1-\beta^2}\,\left(\varepsilon_m-\varepsilon_n\right)}{n_j\beta_\|\cos\alpha-1}=-\frac{s\hbar\omega^*}{n_j\beta_\|\cos\alpha-1} \tag{1.4}$$

$\left(\omega^*=\omega_H\sqrt{1-\beta^2}\right.$ — частота вращения электрона в магнитном поле; $\omega_H=$ $= eH_0/m_0c$ — гирочастота$\left.\right)$.

При переходе к последнему неравенству учтено, что поперечная составляющая импульса $p_\perp$ при движении электрона в поле H_0 принимает квантованные значения, так что

$$\varepsilon_m-\varepsilon_n\equiv p^2_{m\perp}/2m_0-p^2_{n\perp}/2m_0=\hbar\omega_H\,s; \tag{1.5}$$
$$s\equiv m-n=\pm1,\ \pm2,\ldots$$

Формула (1.4) определяет частоту магнитотормозного (синхротронного) излучения электрона. Легко видеть, что в случае аномального эффекта Допплера, т. е. при условии

$$n_j\beta_\|\cos\alpha>1, \tag{1.6}$$

соотношение (1.4) удовлетворяется только при $s<0$; следовательно, разность $\varepsilon_m-\varepsilon_n$ может быть только отрицательной (поскольку частота $\omega=E_e/\hbar$, где E_e — энергия фотона, всегда положительна). Таким образом, в этом случае излучение кванта сопровождается переходом электрона в состояние с большей поперечной составляющей импульса $p_\perp$. Для нормального эффекта Допплера

$$n_j\beta_\|\cos\alpha<1, \tag{1.7}$$

параметр s положителен, и излучение кванта связано с переходом в состояние с меньшим значением $p_\perp$ (см. в этой связи [1,6]).

Из (1.6) и (1.7) следует, что области излучения с аномальным и нормальным эффектом Допплера расположены соответственно внутри и вне черенковского конуса, который при движении электрона в магнитном поле определяется условием $n_j\beta_\|\cos\alpha=1$. Необходимо подчеркнуть, что изменение среднего значения $p_\perp$ в процессе излучения квазиклассического электрона (с квантовыми числами m, $n\gg1$)

* В случае противоположного знака соотношения (1.2) и (1.3) не могут быть выполнены одновременно при интересующем нас условии $\hbar\omega\ll m_0c^2$.

определяется отношением вероятностей переходов с излучением в области аномального и нормального допплер-эффектов. Если, например, вероятность излучения в области аномального эффекта Допплера выше, то составляющая $p_\perp$ (точнее, ее среднее значение) будет увеличиваться. Заметим, что для состояний с малыми квантовыми числами положение меняется (см. [6]).

Вероятность спонтанного излучения кванта $\hbar\omega$ в элемент телесного угла $d\Omega$ в единицу времени (при переходе электрона из состояния m в состояние n) можно найти, исходя из принципа соответствия. Согласно этому принципу, для больших квантовых чисел (m, $n \gg 1$, т. е. $\varepsilon_{m,n}/\hbar\omega_H \gg 1$) искомая вероятность

$$A_m^n \, d\Omega = P_{js} \, d\Omega / \hbar\omega, \tag{1.8}$$

где P_{js}—соответствующая j-ой нормальной волне энергия, излученная классическим электроном в единицу телесного угла в единицу времени на частоте ω, отвечающей s-ой гармонике (см. соотношение (1.4).

Поскольку состояние классического электрона за время излучения энергии $\hbar\omega$ изменяется незначительно, расчет P_{js} можно вести, пренебрегая реакцией излучения, т. е. считая движение заданным.

В этом приближении P_{js} определяется выражениями, полученными в [7, 9].

Не останавливаясь на подробном анализе распределения интенсивности излучения в плазме (см. в этой связи [7–9]), сделаем несколько замечаний о характере излучения заряженной частицы вдоль магнитного поля ($\alpha=0$, π). Эти замечания существенны для дальнейшего.

Согласно методу Гамильтона [4,5], частота и интенсивность излучения определяются частотным спектром и амплитудой „вынуждающей“ силы

$$F(t) \sim \boldsymbol{V}\boldsymbol{a}_{j\lambda} \, e^{-i \boldsymbol{k}_\lambda \boldsymbol{r}_e}, \tag{1.9}$$

стоящей в правой части осцилляторных уравнений канонических переменных поля излучения. Здесь $\boldsymbol{V}$ и $\boldsymbol{r}_e$ — скорость и радиус-вектор заряженной частицы, $\boldsymbol{a}^*_{j\lambda}$ и $\boldsymbol{k}_\lambda$ — комплексно-сопряженный вектор поляризации и волновой вектор j-ой нормальной волны длиной λ ($k_\lambda = \omega_{j\lambda} \, n_{j\lambda} / c$). В случае, когда $\boldsymbol{k}_\lambda$ параллелен (или антипараллелен) $\boldsymbol{H}_0$, компоненты вектора поляризации $\boldsymbol{a}_{j\lambda}$ по осям x, y, z пропорциональны [8]

$$1; \ \pm i; \ 0 \tag{1.10}$$

(верхний знак относится к необыкновенной волне, нижний—к обыкновенной; поле $\boldsymbol{H}_0$ направлено по z).

При движении электрона в магнитном поле

$$\boldsymbol{k}_\lambda \boldsymbol{r}_e = k_\lambda V_\parallel t; \quad \boldsymbol{V}\boldsymbol{a}^*_{j\lambda} = -V_\perp \sin\omega^* t \mp i V_\perp \cos\omega^* t = \tag{1.11}$$
$$= i V_\perp \left[(1 \mp 1) \, e^{i\omega^* t} + (-1 \mp 1) e^{-i\omega^* t} \right]$$

и, следовательно,

$$F(t) \sim (1 \mp 1) \, e^{i\omega^* t - ik_\lambda V_\parallel t} + (-1 \mp 1) \, e^{-i\omega^* t - ik_\lambda V_\parallel t}. \tag{1.12}$$

Из (1.12) следует, что электрон не излучает гармоник $s \neq \pm 1$ в направлениях $\alpha = 0$, π (поскольку в спектре $F(t)$ нет соответствующих частот). В то же время на частоте, удовлетворяющей соотношению $-i\omega t = i\omega^* t - ik_\lambda V_\parallel t$ (нормальный допплер-эффект, $s = +1$), излучается только необыкновенная волна. Амплитуда функции $F(t)$ отлична от нуля также для обыкновенной волны в области аномального допплер-эффекта (на частоте, определяемой равенством $-i\omega t = i\omega^* t - ik_\lambda V_\parallel t$;

$s=-1$). Однако в случае продольного распространения волны обыкновенного типа в магнитоактивной плазме аномальный эффект Допплера невозможен, так как показатель преломления этой волны $n_j \ll 1$ при $\alpha=0, \pi$ (см. в этой связи (1.6)).

Таким образом, электрон, движущийся в магнитоактивной плазме, не излучает вдоль магнитного поля в области, соответствующей аномальному эффекту Допплера*. Напротив, обыкновенное излучение, сопровождаемое аномальным допплер-эффектом, может возникать в направлении $\alpha=0$, если электрон в магнитном поле окружен средой с показателем преломления $n_j > 1$ (для обыкновенных волн). Интересно, что в этом случае электрон, движущийся вдоль H_0 со скоростью больше фазовой скорости обыкновенной волны, и электрический вектор E в излучаемой волне вращаются в противоположные стороны.

Заметим, что, согласно [7,9], интенсивность излучения электрона на основной гармонике вдоль магнитного поля равна

$$P_{js}(s=\pm 1;\ \alpha=0)=\frac{n_j e^2 \omega^2 V_\perp^2\ (1\pm s)^2}{16\pi c^3 \left| 1-\beta_\parallel \cos\alpha\,(n_j+\omega\,\partial n_j/\partial\omega)\right|} \tag{1.13}$$

(верхний знак перед индексом s относится к необыкновенной волне, нижний—к обыкновенной). Эта формула справедлива как в магнитоактивной плазме, так и в изотропной среде с показателем преломления n_j.

2. МАГНИТОТОРМОЗНОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ СИСТЕМЫ ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ

Интенсивность излучения $I_{j\omega}$ в системе с излучательной способностью $a_{j\omega}$ и коэффициентом поглощения вдоль луча $\mu_j(\omega)$ определяется уравнением переноса (см., например, [10])

$$\frac{d I_{j\omega}}{d l}=a_{j\omega}-\mu_j I_{j\omega}, \tag{2.1}$$

в котором dl—элемент длины луча, индекс j указывает на тип нормальной волны, индекс ω — на спектральную плотность величин $I_{j\omega}$ и $a_{j\omega}$. Уравнение (2.1) справедливо в том случае, если среда однородна ($n_j^2=\text{const}$). Если излучающая система также однородна (т. е. $a_{j\omega}=\text{const}$; $\mu_j=\text{const}$), то

$$I_{j\omega}=\frac{a_{j\omega}}{\mu_j}\left(1-e^{-\mu_j l}\right)\approx\frac{a_{j\omega}}{\mu_j}. \tag{2.2}$$

Последнее равенство справедливо для достаточно толстого слоя, в котором $\mu_j l \gg 1$.

Согласно квантовой теории Эйнштейна, коэффициент поглощения системы, состоящей из некогерентно излучающих центров с двумя состояниями m и n**, определяется разностью между числами переходов, сопровождаемых процессами „истинного“ поглощения и индуцированного испускания, и равен (см., например, [2])***

* При движении в магнитоактивной плазме положительной частицы излучение в области аномального эффекта Допплера ($\alpha=0$) может иметь место на необыкновенной волне, для которой $n_j(\alpha=0)>1$ (если $\omega<\omega_H$). Это легко подтвердить, используя соотношения (1.9) — (1.12) и учитывая при этом в выражении для V (1.11), что при изменении знака заряда меняется направление вращения частицы.

** Говоря о том, что частица имеет только два состояния, мы имеем в виду лишь те уровни m и n, переходы между которыми связаны с излучением и поглощением данной частоты ω.

*** Формула (2.3) отличается на $|\cos\theta|$ от соответствующего выражения, приведенного в статье [2] для случая изотропной среды (θ—угол между волновым вектором k и групповой скоростью $d\omega/dk$, который в магнитоактивной плазме, вообще говоря, не равен нулю).

$$\mu_j \equiv \frac{dI_{j\omega}}{I_{j\omega}} = A_m^n N_m \frac{8\pi^3 c^2 (N_n / N_m - 1)}{\omega^2 n_j^2} |\cos\theta|. \tag{2.3}$$

В то же время излучательная способность, отнесенная к единице телесного угла в направлении волнового вектора $\boldsymbol{k}$, определяется соотношением

$$a_{j\omega} = A_m^n N_m \hbar\omega. \tag{2.4}$$

В формулах (2.3) и (2.4) N_m и N_n — плотность излучающих частиц в состояниях m и n; $dI_{j\omega}$ — энергия j-ой волны, поглощаемая в единицу времени в единичном объеме.

При получении соотношений (2.3)—(2.4) предполагается, что число квантов с импульсами $\hbar\boldsymbol{k}$ в элементе телесного угла $d\Omega$, излученных в 1 *сек* из единичного объема в интервале частот $d\omega$ при переходах $m \to n$, равно $A_m^n N_m d\omega d\Omega$ (спонтанное излучение) и $B_m^n N_m \rho_{j\omega} d\omega d\Omega$ (индуцированное испускание), а соответствующее число поглощенных квантов при обратных переходах $n \to m$ составляет $B_n^m N_n \rho_{j\omega} d\omega d\Omega$ (истинное поглощение)*.

Из (2.3) ясно, что коэффициент поглощения пропорционален интенсивности спонтанного излучения (т. е. излучательной способности $a_{j\omega} = A_m^n N_m \hbar\omega$) и фактору $(N_n / N_m - 1)$, зависящему от отношения плотности частиц в состояниях n и m.

Как уже указывалось, (2.3) и (2.4) справедливы только для переходов между двумя состояниями. В случае большего числа подобных состояний (например, в случае эквидистантных уровней нерелятивистского электрона в магнитном поле) для получения коэффициента поглощения и излучательной способности на частоте ω следует просуммировать выражения (2.3) и (2.4) по всем переходам $m \rightleftarrows n$, отвечающим частоте ω. Согласно изложенному, интенсивность в случае достаточно толстого слоя равна**

$$I_{j\omega} = \frac{a_{j\omega}}{\mu_j} = \frac{n_j^2 \hbar\omega^3 \sum\limits_{m \rightleftarrows n} A_m^n N_m}{8\pi^3 c^2 |\cos\theta| \sum\limits_{m \rightleftarrows n} A_m^n N_m (N_n / N_m - 1)}. \tag{2.5}$$

Заметим, что соотношения (2.3)—(2.5) получены при условии, что спонтанное излучение некогерентно; это обстоятельство, разумеется, ограничивает возможные применения указанных соотношений.

Как известно, излучение системы заряженных частиц в плазме складывается из следующих элементарных процессов: тормозного излучения электронов при ускоренном движении в поле кулоновских центров (при „соударениях“), магнитотормозного (синхротронного) излучения при ускоренном движении в постоянном магнитном поле и, наконец, эффекта Вавилова—Черенкова, причем каждому виду спонтанного излучения отвечает соответствующее поглощение, дающее свой вклад в результирующий коэффициент поглощения системы.

---

* В приведенных выражениях $\rho_{j\omega} d\Omega$ — плотность излучения, приходящаяся на элемент телесного угла $d\Omega$ в направлении $\boldsymbol{k}$.

** Интенсивность излучения $I_{j\omega}$, подобно $a_{j\omega}$, отнесена к единице телесного угла в направлении $\boldsymbol{k}$. Переход к выражению для интенсивности в телесном угле вдоль групповой скорости $d\omega/d\boldsymbol{k}$ связан, очевидно, с преобразованием элемента телесного угла $d\Omega$ по $\boldsymbol{k}$ в телесный угол $d\Omega'$ по $d\omega/d\boldsymbol{k}$ с помощью дисперсионного уравнения $\omega = f(\boldsymbol{k})$ (см. [19] § 23).

Основываясь на формуле (2.3), найдем интенсивность магнитотормозного излучения электронной системы*, полагая, что распределение электронов по импульсам аксиально симметрично относительно направления магнитного поля H_0**:

$$dN = f_s(\boldsymbol{p})\,d\boldsymbol{p} = 2\pi f_s(p_\perp, p_\parallel)\,p_\perp\,dp_\perp\,dp_\parallel. \tag{2.6}$$

В пространстве импульсов на одно состояние $m (m \gg 1)$ электрона в магнитном поле приходится объем

$$d\boldsymbol{p} = 2\pi p_\perp\,dp_\perp\,dp_\parallel = 2\pi\,m_0\,\hbar\,\omega_H\,dp_\parallel,$$

так как интервал по $\varepsilon = p_\perp^2/2m_0$ между двумя соседними состояниями равен $\hbar\omega_H$ (см. (1.5)). Число электронов в 1 $см^3$, находящихся в данном квантовом состоянии m, есть

$$N_m = f_s(p_{m\perp}, p_{m\parallel})\,2\pi\,m_0\,\hbar\,\omega_H\,dp_\parallel,$$

и, следовательно, отношение N_n/N_m в (2.3), (2.5) равно

$$\frac{N_n}{N_m} = \frac{f_s(p_{n\perp}, p_{n\parallel})}{f_s(p_{m\perp}, p_{m\parallel})} = \frac{f_s(p_{m\perp}+dp_\perp, p_{n\parallel}+dp_\parallel)}{f_s(p_{m\perp}, p_{m\parallel})} = \tag{2.7}$$

$$= 1 + \left(\frac{1}{f_s}\frac{\partial f_s}{\partial p_\perp}\right)_m dp_\perp + \left(\frac{1}{f_s}\frac{\partial f_s}{\partial p_\parallel}\right)_m dp_\parallel.$$

Здесь $dp_\perp$ и $dp_\parallel$ — изменения $p_\perp$ и $p_\parallel$ при переходе из состояния m в состояние n; согласно (1.1) и (1.5), при магнитотормозном излучении***

$$dp_\perp = s m_0\,\hbar\,\omega_H/p_\perp; \quad dp_\parallel = -\hbar\,\omega\,n_j \cos\alpha/c. \tag{2.8}$$

Рассмотрим случай, когда распределение $f_s(\boldsymbol{p})$ имеет вид:

$$dN = f_s(\boldsymbol{p})\,d\boldsymbol{p} = A \exp\left(\frac{m_0 c^2 - E}{\varkappa T_s}\right) d\boldsymbol{p}, \tag{2.9}$$

где $E = \sqrt{m_0^2 c^4 + (\boldsymbol{p} - \boldsymbol{p}_{0s})^2 c^2}$, $\varkappa$ — постоянная Больцмана, A — нормирующий множитель, равный (в нерелятивистском приближении) $N_s (2\pi m_0 \varkappa T_s)^{-3/2}$, N_s — концентрация электронов в рассматриваемой системе. При $\boldsymbol{p}_{0s} = 0$ (2.9) является релятивистским равновесным распределением с температурой T_s; введение в (2.9) $\boldsymbol{p}_{0s} \parallel \boldsymbol{H}_0$ позволяет учесть возможное перемещение системы излучающих частиц относительно основной плазмы вдоль поля $\boldsymbol{H}_0$ со скоростью V_{0s} ($\boldsymbol{p}_{0s} = m_0 \boldsymbol{V}_{0s} (1 - \beta_{0s}^2)^{-1/2}$; $\beta_{0s} = V_{0s}/c$).

Учитывая (2.7)—(2.9), а также (1.4), получаем:

$$\frac{N_n}{N_m} - 1 = \frac{\hbar\omega}{\varkappa T_s}(1 - n_j \beta_{0s} \cos\alpha). \tag{2.10}$$

---

* Излучение электронной системы с равновесным распределением по скоростям и без учета влияния плазмы на величину показателя преломления рассматривалось в работах [11, 12] (в [11] поглощение в плазме определено также для одного из неравновесных распределений). Согласно [8,9], наличие плазмы радикально меняет характер излучения и поглощения равновесной системы электронов на основной гармонике $s=1$ ($\omega \cong \omega_H$) и потоков заряженных частиц.

** Для некогерентности спонтанного магнитотормозного излучения необходимо, чтобы в каждый момент времени среднее значение поперечного импульса в электронной системе $\overline{p}_\perp$ равнялось нулю (поскольку фаза такого излучения определяется направлением $\boldsymbol{p}_\perp$). Указанное требование выполнено в случае аксиальной симметрии функции распределения.

*** Первое соотношение имеет место лишь при условии, что $m - n \ll m, n$; только такие переходы мы и рассматриваем. Заметим, что аналогичная методика расчета интенсивности излучения системы использована в [11].

Существенно, что при этом отношение N_n / N_m не зависит от состояния электронов, излучающих частоту ω, вследствие чего вероятность спонтанного излучения A_m^n выпадает из выражения (2.3). Поэтому интенсивность излучения толстого слоя (максимальная интенсивность излучения системы с распределением (2.9)) равна*

$$I_{j\omega}=\frac{n_j^2\,\omega^2\,\varkappa\,T_s}{8\pi^3\,c^2\,(1-n_j\beta_{\parallel}\cos\alpha)\,|\cos\theta|}. \tag{2.11}$$

Для характеристики интенсивности излучения удобно использовать понятие эффективной температуры $T_{эфф}$, определенной соотношением

$$I_{j\omega}=\frac{n_j^2\,\omega^2\,\varkappa T_{эфф}}{8\pi^3\,c^2\,|\cos\theta|}. \tag{2.12}$$

Из (2.11) и (2.12) следует, что в рассматриваемом случае

$$T_{эфф}=T_s\,(1-n_j\,\beta_{0s}\cos\alpha)^{-1}. \tag{2.13}$$

Если распределение по скоростям равновесное ($p_{0s}=0$), то получаем тривиальный результат: $T_{эфф}=T_s$. Для электронного потока ($p_{0s}\neq 0$) $T_{эфф}$ увеличивается и при средней скорости $\beta_{0s}=(n_j\cos\alpha)^{-1}$ обращается в бесконечность. С дальнейшим возрастанием β_{0s} эффективная температура меняет знак. Отрицательные значения $T_{эфф}$ связаны с тем, что $\mu_j<0$ и $N_n/N_m-1<0$.

3. УСИЛЕНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН И НЕУСТОЙЧИВОСТЬ СИСТЕМЫ ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ (КВАНТОВОЕ РАССМОТРЕНИЕ)

В предыдущем разделе показано, что при движении потока заряженных частиц (электронов) в плазме коэффициент поглощения этой системы становится отрицательным, если

$$n_j\,\beta_{0s}\cos\alpha>1. \tag{3.1}$$

Физический смысл отрицательного коэффициента поглощения заключается в следующем. Как уже указывалось, коэффициент μ_j пропорционален разности между интенсивностями истинного поглощения и индуцированного испускания. Поэтому в случае $\mu_j<0$ процессы индуцированного испускания превалируют над истинным поглощением. Последнее обстоятельство обусловлено особым характером распределения электронов в потоке при $n_j\,\beta_{0s}\cos\alpha>1$, когда населенность N_m состояния до излучения кванта больше соответствующего значения N_n в состоянии, в которое переходит электрон с излучением кванта $\hbar\omega$. Сказанное означает, что при условии (3.1) проходящее через систему излучение будет усиливаться (нарастание в пространстве), а существующие в системе электромагнитные возмущения флюктуационного характера станут нарастать во времени (неустойчивость во времени). Таким образом, условие (3.1) является критерием усиления и самовозбуждения магнитотормозного излучения в электронном потоке, пронизывающем плазму. Точнее, (3.1) есть условие нестабильности электронного потока относительно электромагнитных возбуждений с частотой магнитотормозного излучения отдельных электронов—точно так же, как условие $[df_s(V_k)/dV_k]_{V_k=c/n_3}>0$** в изотропной плазме служит критерием неустойчивости потока относительно воз-

* Выражение (2.11) сохраняет свое значение для оценки интенсивности излучения по порядку величины и в более общем случае, когда функция распределения нерелятивистского потока не уменьшается монотонно с ростом $p_\perp$; необходимо лишь, чтобы характерная ширина функции распределения $\Delta p_\perp$ была сравнима со средним значением импульса $p_\perp$.

** В приведенном неравенстве V_k—проекция скорости электрона на направление волнового вектора $\boldsymbol{k}$; n_3 — показатель преломления плазменной волны.

буждений продольного (плазменного) типа с частотой черенковского излучения (см. статью [2]).

С классической точки зрения увеличение амплитуды проходящей волны может быть вызвано только изменением характера движения электрона под действием поля волны и, тем самым, нарушением некогерентного характера процессов излучения и поглощения (поскольку в этом аспекте соотношение между истинным поглощением и индуцированным испусканием определяется фазовыми соотношениями между электроном и проходящей волной).

Из сказанного можно заключить, что квантовый подход до известной степени аналогичен классическому рассмотрению задачи о неустойчивости в линейном приближении: он позволяет найти критерий усиления и неустойчивости системы, начальное состояние которой некогерентно (в смысле процессов излучения и поглощения), но, вообще говоря, становится непригодным для рассмотрения процессов нарастания и установления когерентного излучения в нестабильной системе. Вместе с тем квантовый подход (как и решение линеаризованной задачи) дает возможность определить крутизну нарастания когерентного излучения в начальный момент времени, поскольку указанная величина имеет смысл производной от интенсивности волны в момент $t=0$. Нетрудно видеть, что коэффициент затухания (нарастания) интенсивности волны во времени, определяемый соотношением $\gamma_j = dI_{j\omega}/\rho_{j\omega}$, равен

$$\gamma_j = \mu_j \, | d\omega / d\, \boldsymbol{k}_j |, \tag{3.2}$$

поскольку $I_{j\omega} = \rho_{j\omega} \, | d\omega / d\, \boldsymbol{k}_j |$ и $\mu_j = d I_{j\omega} / I_{j\omega}$ (см. формулу (2.3)).

Выше при рассмотрении условий усиления и нестабильности предполагалось, что излучение и поглощение происходит в среде с действительными значениями показателя преломления n_j. Последнее фактически означает, что вклад электронов потока в величину n_j в первом приближении не учитывался, что возможно лишь при достаточно малой плотности потока $N_s \ll N_0$, где N_0 — концентрация электронов в основной плазме. Этим, в частности, и объясняется полученное выше совпадение условий самовозбуждения и пространственного усиления магнитотормозного излучения, которое, вообще говоря, имеет место только при $\mu_j \to 0$; $N_s \to 0$ (см. раздел 4).

Условия усиления и нестабильности $\mu_j < 0$, $\gamma_j < 0$ становятся особенно наглядными в том случае, когда дисперсия скоростей вдоль магнитного поля отсутствует ($\beta_{\parallel} = \beta_{0s}$), а функция распределения электронов по импульсам монотонно убывает с ростом $p_{\perp}$. При этом критерий усиления (3.1) совпадает с условием появления аномального эффекта Допплера (1.6). Излучение в области аномального эффекта Допплера связано с увеличением поперечной составляющей импульса $p_{\perp}$ (см. раздел 1); поэтому для указанного распределения электронов по импульсам число частиц в состоянии до излучения фотона больше соответствующего числа в состоянии, в которое переходит частица после излучения фотона ($N_m > N_n$). Такая населенность уровней приводит к самовозбуждению. Напротив, для возмущений с частотой в области $n_j \beta_{0s} \cos\alpha < 1$ (нормальный эффект Допплера) рассматриваемое распределение устойчиво, так как излучение в этой области связано с уменьшением $p_{\perp}$, что приводит к обратному отношению населенностей уровней до и после излучения фотона ($N_m < N_n$).

Следует отметить, что в плазме, пронизываемой электронным потоком, когерентное магнитотормозное излучение может генерироваться только в направлении $\alpha \neq 0$. Действительно, аномальный эффект Допплера, при котором возникает неустойчивость потока с $\beta_{\parallel} = \beta_{0s}$, возможен при $\alpha = 0$ только для необыкновенной волны. Однако интенсивность излучения P_{js} ($\alpha=0$) для волны этого типа на аномальных допплеровских частотах, а вместе с ней вероятность спонтанных переходов A_m^n и коэффициент поглощения μ_j равны нулю (см. раздел 1). Следовательно, в направлении $\alpha=0$ усиление и нестабильность отсутствуют. В то же время для углов $\alpha\neq0$ указанные ограничения отпадают; электрон может излучать и в области нормального, и в области аномального эффектов Допплера. Поэтому при $\alpha\neq0$ условия самовозбуждения и усиления в плазме могут быть выполнены. Эти условия могут также реализоваться для необыкновенных волн ($\alpha=0$) в потоке положительно заряженных частиц, движущихся в плазме или в какой-либо другой среде с показателем преломления $n_j>1$, и для обыкновенных волн ($\alpha=0$) в системе из потока отрицательных частиц и среды с $n_j>1$, поскольку для указанных вариантов имеет место аномальный эффект Допплера (см. раздел 1).

Учет дисперсии электронных скоростей в среде и в потоке удобно провести, получив численное выражение для коэффициента поглощения (усиления) в рассматриваемой системе:

$$\mu_j=\sum_{m\rightleftarrows n} A_m^n N_m \frac{8\pi^3 \; c^2\,(N_n/N_m-1)}{\omega^2\, n_j^2}\,|\cos\theta|. \tag{3.3}$$

Соответствующий коэффициент затухания (нарастания) во времени связан с μ_j соотношением (3.2).

При распространении волн вдоль магнитного поля H_0 векторы $\boldsymbol{k}$ и $d\omega/d\boldsymbol{k}_j$ совпадают по направлению, так что $\cos\theta=1$. Вероятность спонтанного излучения A_m^n определяется соотношениями (1.8) и (1.13), а разность (N_n/N_m-1)—формулой (2.10). В то же время число частиц в единице объема, находящихся в состоянии m и излучающих в интервале частот $d\omega$, равно

$$N_m\, d\omega=f(V_\perp,\ V_\parallel)\, dV_\perp\, dV_\parallel, \tag{3.4}$$

где $dV_\perp$—интервал абсолютных значений поперечной скорости, приходящийся на одно квантовое состояние (см. (1.5)), и $dV_\parallel$—интервал продольных скоростей электронов, частота излучения которых лежит в $d\omega$.

Связь между $dV_\parallel$ и $d\omega$ можно получить, дифференцируя соотношение $\omega=s\,\omega_H(1-n_j\,\beta_\parallel)^{-1}$:

$$dV_\parallel=c\,d\beta_\parallel=\frac{c\,|1-\beta_\parallel(n_j+\omega dn_j/d\omega)|}{n_j\,\omega}\,d\omega. \tag{3.5}$$

Полагая, что в нерелятивистском приближении функция распределения имеет вид:

$$f(V_\perp,\ V_\parallel)=2\pi N_s\left(\frac{m_s}{2\pi\varkappa T_s}\right)^{3/2} V_\perp \exp\left\{-\frac{m_s[V_\perp^2+(V_\parallel-V_{0s})^2]}{2\varkappa T_s}\right\}, \tag{3.6}$$

где N_s и m_s — концентрация и масса частиц в потоке (сравнить с (2.9)), то, подставляя (1.8), (1.13), (2.10) и (3.4)—(3.6) в исходное выражение для μ_j (3.3) и интегрируя по $dV_\perp$ в пределах от 0 до ∞ *, получаем выражение для коэффициента поглощения в потоке:

$$\mu_j'=\sqrt{\pi/2}\,\exp\left[-\frac{m_s(V_\parallel-V_{0s})^2}{2\varkappa T_s}\right]\frac{\omega_s^2\,(\omega-k\,V_{0s})(1\pm s)^2}{4c^2\,k^2\,(\varkappa T_s/m_s)^{1/2}}; \tag{3.7}$$

$$\omega_s^2=4\pi e^2 N_s/m_s;\quad V_\parallel-V_{0s}=(\omega-s\,\omega_H-k\,V_{0s})/k.$$

* Интегрирование по $dV_\perp$ соответствует суммированию по возможным переходам ($m\rightleftarrows n$), отвечающим частоте ω (в нерелятивистском приближении).

Здесь индекс s принимает значения $s=+1$ для нормальных и $s=-1$ для аномальных допплеровских частот; верхний знак относится к необыкновенной компоненте, нижний—к обыкновенной*.

Дисперсия скоростей в среде приведет к дополнительному поглощению, связанному с магнитотормозным излучением электронов среды; для магнитоактивной плазмы указанное поглощение характеризуется величиной

$$\mu''_j=\sqrt{\pi/2}\exp\left(-m_0V_\parallel^2/2\varkappa T_0\right)\frac{\omega_0^2\,\omega\,(1\pm s)^2}{4c^2\,k^2\left(\varkappa T_0/m_0\right)^{\frac{1}{2}}};\qquad(3.8)$$

$$\omega_0^2=4\pi e^2N_0/m_0;\quad V_\parallel=(\omega-s\,\omega_H)/k.$$

Формулу (3.8) легко получить, полагая в (3.7) $V_{0s}=0$ и производя соответствующую замену обозначений.

При прохождении электронного потока через изотропную среду, характеризующуюся лишь показателем преломления n_j, коэффициент поглощения системы определяется соотношением (3.7): $\mu_j=\mu'_j$, в то время как магнитоактивная плазма с электронным потоком имеет поглощение, равное сумме (3.7) и (3.8): $\mu_j=\mu'_j+\mu''_j$ (с учетом дисперсии). Заметим, что эти выражения верны только для слабого поглощения $\mu\lambda\ll1$ (λ—длина волны), поскольку все рассмотрение проводилось при условии, что излучение каждого электрона в первом приближении происходит в непоглощающей среде (с действительным показателем преломления). Неравенство $\mu\lambda\ll1$ будет, очевидно, выполнено, если число поглощающих электронов основной плазмы и плотность потока достаточно малы (т. е. $m_0V_\parallel^2/2\varkappa T_0\gg1$ и $\omega_s^2\to0$).

Возможность усиления и самовозбуждения на частоте магнитотормозного излучения зависит от знака $\mu_l=\mu'_j+\mu''_j$. Если вклад основной плазмы в величину μ_j более существенен, чем влияние потока ($|\mu'_j|>|\mu''_j|$), то система поглощает проходящее через нее излучение и устойчива относительно возмущений электромагнитного типа. В случае обратного соотношения между μ'_j и μ''_j для магнитотормозной плазмы с потоком, а также для электронного пучка в изотропной среде с n_j возможность усиления и неустойчивости определяется знаком μ'. Согласно (3.7), μ' может быть отличен от нуля для необыкновенных волн в области нормального эффекта Допплера, а также для обыкновенных волн с аномальной допплеровской частотой. Однако для обыкновенных волн в магнитоактивной плазме $n_j^2(\alpha=0)\leqslant1$, и, следовательно, $\mu'_j<0$. В то же время $\mu'_j\neq0$ для необыкновенных волн и $\mu'_j<0$, если $\omega<kV_{0s}$, что возможно только при $n_j^2\ (\alpha=0)>1$. Последнее имеет место на частотах $\omega<\omega_H$, которые, как нетрудно видеть, излучаются лишь электронами со скоростью $V_\parallel<0$. Однако в указанном интервале скоростей обычно величина μ_j определяется основной плазмой (напомним, что скорость потока $V_{0s}>0$), так что неустойчивость и усиление могут возникать лишь в исключительных случаях (когда, например, $T_0\to0$, и функция распределения в потоке отлична от нуля в интервале $V_\parallel<0$).

Сказанное справедливо и в случае изотропной среды с $n_j^2>1$. В этом случае, однако, возможны более эффективное усиление и большая нестабильность в направлении $\alpha=0$, поскольку волны обыкновенного типа, генерируемые только в области аномальных допплеров-

* Из проведенного рассмотрения ясно, что коэффициент μ_j нетрудно найти и для распространения волн под произвольным углом к направлению H_0. При этом вместо формулы (1.13) следует использовать более общее выражение для интенсивности излучения электрона P_{js} (см. [7], а также [9]).

ских частот, могут излучаться электронами со скоростью $V_{\parallel}$, близкой (или равной) средней скорости потока ($m_s (V_{\parallel} - V_{0s})^2 / 2\varkappa T_s \lessdot 1$). Последнее позволяет получить большие μ_j и γ_j.

4. УСИЛЕНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН И НЕУСТОЙЧИВОСТЬ СИСТЕМЫ ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ (КЛАССИЧЕСКОЕ РАССМОТРЕНИЕ)

Указанные выше особенности возбуждения и усиления магнитотормозного излучения в потоке заряженных частиц, движущихся в среде (в частности, в плазме), можно получить и классически, используя метод кинетического уравнения*. Действуя аналогично [13], после довольно громоздких выкладок найдем, что в системе нерелятивистских потоков заряженных частиц дисперсионное уравнение для возмущений $e^{i(kr - \omega t)}$, распространяющихся вдоль магнитного поля $\boldsymbol{H}_0$, имеет следующий вид**:

$$1+\sum_p \frac{\omega_p^2(\omega-kV_{0p})}{c^2k^2-\omega^2}\left(\frac{m_p}{2\pi\varkappa T_p}\right)^{\frac{1}{2}}\int\limits_C \frac{\exp[-m(V_z-V_{0p})^2/2\varkappa T_p]}{\omega-kV_z\mp\omega_{Hp}}\,dV_z\,, \qquad (4.1)$$

где ω_p — лэнгмюровская частота, ω_{Hp} — гирочастота, V_{0p} — средняя скорость в направлении V_z (т. е. вдоль поля $\boldsymbol{H}_0$), T_p — кинетическая температура и m_p — масса частиц; все величины относятся к потоку с индексом p. Контур интегрирования C в (4.1) проходит по действительной оси V_z от $-\infty$ до $+\infty$, огибая снизу особенность в комплексной плоскости V_z.

При выводе уравнения (4.1) предполагалось, что скорости в потоках распределены по Максвеллу (относительно средней скорости V_{0p}), потоки однородны и бесконечны, а средняя плотность тока и заряда в системе равна нулю (т. е. система квазинейтральна).

Дисперсионное соотношение (4.1) можно привести к более простой форме с помощью преобразования Фока [15, 16]:

$$1+\sum_p \frac{\omega_p^2(\omega-kV_{0p})}{c^2k^2-\omega^2}\;\frac{B(\beta_p)}{kS_p}=0, \qquad (4.2)$$

где

$$B(\beta_p)=e^{-\beta_p^2/2}\int\limits_{i\infty}^{\beta_p} e^{\xi^2/2}\,d\xi;$$

$$\beta_p=\frac{\omega-kV_{0p}\mp\omega_{Hp}}{kS_p};\quad S_p=\left(\frac{\varkappa T_p}{m_p}\right)^{\frac{1}{2}} \qquad (4.3)$$

(верхний знак относится к необыкновенной волне, нижний—к обыкновенной).

В предельных случаях

$$B(\beta_p)\approx -i\sqrt{\frac{\pi}{2}}\,e^{-\beta_p^2/2}+\beta_p-\frac{\beta_p^3}{3}+\ldots \qquad (|\beta_p|\ll 1);$$

$$B(\beta_p)\approx -i\sqrt{\frac{\pi}{2}}\,e^{-\beta_p^2/2}+\frac{1}{\beta_p}+\frac{1}{\beta_p^3}+\ldots \qquad (|\beta_p|\gg 1); \qquad (4.4)$$

---

* Метод кинетического уравнения с самосогласованным полем в обычной форме [13, 14] позволяет рассмотреть когерентное излучение, связанное с соответствующим образом „сфазированным“, коллективным движением частиц, но он, разумеется, не применим для описания процессов некогерентного излучения.

** В общем случае распространения под углом к H_0 получение и анализ дисперсионного уравнения становятся еще более сложной задачей. Заметим, что соотношение (4.1) относится только к поперечным электромагнитным волнам и не связано с продольными (плазменными) волнами; в случае $\alpha = 0$ дисперсионное уравнение для последних приведено в [18].

последнее соотношение справедливо при условии, что значения β_p близки к действительным.

Если электронный поток ($p = s$; $V_{0p} = V_{0s}$) проходит через неподвижную плазму ($p = 0$; $V_{0p} = 0$; вклад ионов не учитывается), то дисперсионное соотношение принимает следующий вид:

$$c^2 k^2 - n_j^2 \omega^2 - i\sqrt{\frac{\pi}{2}}\, e^{-\beta^2_{p=0}/2} \frac{\omega_0^2 \omega}{k S_0} - i\sqrt{\frac{\pi}{2}}\, e^{-\beta^2_{p=s}/2} \frac{\omega_s^2(\omega - k V_{0s})}{k S_s} + \ldots = 0 \tag{4.5}$$

(для частот, на которых $|\beta_{p=0}| \gg 1$ и $|\beta_{p=s}| \gtrless 1$)*. В (4.5)

$$n_j^2 = 1 - \omega_0^2/\omega\,(\omega \mp \omega_H); \tag{4.6}$$

ясно, однако, что дисперсионное соотношение, записанное в форме (4.5), справедливо и в более общем случае—для системы, состоящей из потока заряженных частиц, и среды с показателем преломления n_j (без третьего члена в (4.5), учитывающего тепловое движение в плазме).

Если k — действительное ($k = K$) и $\omega = \Omega + \Delta\omega$, где Ω — частота волны в отсутствие потока и без учета теплового движения в основной плазме (т. е. $c^2K^2 - n_j^2\Omega^2 = 0$), то, согласно (4.5), в случае потока достаточно малой плотности мнимая часть ω равна

$$\operatorname{Im}\Delta\omega \approx -i\sqrt{\frac{\pi}{2}}\, e^{-\beta^2_{p=0}(\Omega)/2} \frac{\omega_0^2\,\Omega}{k S_0\,\partial\left(n_j^2\Omega^2\right)/\partial\Omega} - \tag{4.7}$$

$$-i\sqrt{\frac{\pi}{2}}\, e^{-\beta^2_{p=s}(K)/2} \frac{\omega_s^2\left(\Omega - k V_{0s}\right)}{k S_s\,\partial\left(n_j^2\Omega^2\right)/\partial\Omega}.$$

Вместе с тем, для действительных значений ω ($\omega = \Omega$) мнимая часть поправки к волновому числу $k = K + \Delta k$, где K — волновое число в отсутствие потока и без учета теплового движения в плазме ($c^2K^2 - n_j^2\Omega^2 = 0$), будет равна

$$\operatorname{Im}\Delta k \approx i\sqrt{\frac{\pi}{2}}\, e^{-\beta^2_{p=0}(K)/2} \frac{\omega_0^2\,\Omega}{2c^2K^2 S_0} + i\sqrt{\frac{\pi}{2}}\, e^{-\beta^2_{p=s}(K)/2} \frac{\omega_s^2\left(\Omega - K V_{0s}\right)}{2c^2K^2 S_s}. \tag{4.8}$$

Из (4.7) и (4.8) следует, что $\operatorname{Im}\omega$ связана с $\operatorname{Im}k$ соотношением**

$$\operatorname{Im}\omega\Big|_{\operatorname{Im}k=0} = -\frac{c}{\partial(n_j\Omega)/\partial\Omega}\operatorname{Im}k\Big|_{\operatorname{Im}\omega=0}. \tag{4.9}$$

В прозрачной изотропной среде производная $\partial\,(n_j^2\Omega^2)\,/\,\partial\Omega$ всегда положительна [17]. Есть основания полагать, что это свойство сохраняется и в магнитоактивной плазме в области $n_j^2 > 0$ (в отсутствие поглощения); во всяком случае, последнее выполнено для n_j^2 из (4.7). Поэтому положительные значения $\operatorname{Im}\omega$, указывающие на нарастание волн во времени, и отрицательные значения $\operatorname{Im}k$, означающие усиление волн в пространстве, возможны лишь в области

$$\Omega - KV_{0s} \equiv \Omega\,(1 - n_j\,\beta_{0s}) < 0 \tag{4.10}$$

---

* Из всех членов (4.4), характеризующих поток, в (4.5) фигурирует лишь слагаемое, содержащее мнимую единицу, остальная часть разложений (4.4), как нетрудно убедиться, для дальнейшего не существенна.

** Приведенная формула является частным случаем более общего соотношения $\operatorname{Im}\omega\,|_{\operatorname{Im}k=0} = -(d\,\Omega/dk)\cos\Theta\operatorname{Im}k\,|_{\operatorname{Im}\omega=0}$, которое легко получить из дисперсионного уравнения $\omega = f(k)$, если $\operatorname{Im}k \ll \operatorname{Re}k$ при действительных значениях ω и функция $f(k)$ может быть разложена в ряд в окрестности точки k (включая действительные значения k). Напомним, что в этом соотношении Θ — угол между k и $d\Omega/dk$; $\Omega = \operatorname{Re}\omega$.

при условии, если вклад потока в мнимую часть ω или k более существен, чем влияние основной плазмы.

Неравенство (4.10) совпадает (при $\alpha=0$) с полученным ранее критерием усиления и нестабильности (3.1). Более того, соотношение (4.8) также совпадает с формулами (3.7)—(3.8), если учесть, что коэффициент усиления по интенсивности μ_j равен $-2i\,\mathrm{Im}\,k$, где $-i\,\mathrm{Im}\,k$ — коэффициент усиления по амплитуде, а индекс s в (3.7) — (3.8) принимает значения $s=+1$ для необыкновенной волны и $s=-1$ для волны обыкновенного типа (если $\mu' \neq 0$; $\mu'' \neq 0$).

Поэтому исследование выражения (4.8) ничем не отличается от проведенного в предыдущем разделе анализа формул (3.7) — (3.8).

Заметим только, что переход в (4.8) к случаю отсутствия теплового движения ($T_0 \to 0$; $T_s \to 0$) не тривиален. Вместе с тем, „монохроматический" поток заряженных частиц в магнитном поле не может быть рассмотрен корректно в классическом приближении, поскольку в случае $p_\perp \to 0$ классическая теория выходит за рамки своей применимости. На это, в частности, указывает тот факт, что коэффициент поглощения „монохроматического" потока, найденный методом кинетического уравнения (фактически на основе квазигидродинамического приближения), не совпадает с результатами квантового расчета поглощения в потоке, где все частицы находятся в основном состоянии (с минимальным значением $\overline{p_\perp^2}$).

Сопоставление квантового и классического методов исследования условий усиления и нестабильности систем показывает, что первый обладает существенными преимуществами в смысле простоты и наглядности, в то время как второй метод далеко не всегда позволяет найти без серьезных вычислительных трудностей критерии усиления и нестабильности в явном виде. К недостаткам квантового рассмотрения следует отнести невозможность исследования систем в условиях сильного поглощения или большого усиления ($\mu\lambda \gg 1$), в то время как метод классического кинетического уравнения свободен от указанного ограничения. Применение квантовой теории Эйнштейна ограничивается также и требованием некогерентности начального состояния системы.

Подчеркнем, что полученные критерии усиления и неустойчивости непосредственно относятся лишь к случаю однородной, безграничной системы. Для решения задачи в ограниченной системе необходимо специальное рассмотрение.

Установленный в настоящей статье факт усиления и неустойчивости магнитотормозного излучения потоков заряженных частиц в плазме представляет интерес с точки зрения теории спорадического радиоизлучения Солнца. Вместе с тем, квантовое рассмотрение условий усиления и нестабильности, по-видимому, можно распространить и на случай движения потоков частиц в волноводах и периодических средах. Не исключено, что последнее позволит значительно упростить расчет степени усиления и самовозбуждения (и, прежде всего, отыскание соответствующих критериев) для систем, работающих в диапазоне СВЧ.

Автор признателен В. Л. Гинзбургу и В. М. Файну за дискуссию результатов.

ЛИТЕРАТУРА

1. В. Л. Гинзбург и И. М. Франк, ДАН, **56**, 583 (1947).
2. В. Л. Гинзбург и В. В. Железняков, Астроном. ж., **35**, 694 (1958).
3. В. Л. Гинзбург, ЖЭТФ, **10**, 589 (1940).
4. В. Л. Гинзбург, ЖЭТФ, **10**, 601 (1940).
5. А. А. Коломенский, ЖЭТФ, **24**, 167 (1953).

6. В. Л. Гинзбург, В М. Файн, ЖЭТФ, **35**, 817 (1958).
7. В. Я. Эйдман, ЖЭТФ, **34**, 131 (1958).
8. В. Л. Гинзбург, В. В. Железняков, Изв. высш. уч. зав. — Радиофизика, **1**, 2, 59 (1958).
9. В. В. Железняков, Изв. высш. уч. зав.—Радиофизика (в печати).
10. S. F. Smerd, Austr. J. Sci. Res., **3A**, 34 (1950).
11. Б. А. Трубников, Докл. АН СССР, **118**, 913 (1958); Физика плазмы и проблема управляемых термоядерных реакций, **4**, изд. АН СССР, М., 1958, стр. 305.
12. Т. Такакича, Доклад на Парижском симпозиуме по радиоастрономии, август 1958 г.
13. Б. Н. Гершман, ЖЭТФ, **24**, 659 (1953).
14. Л. Д. Ландау, ЖЭТФ, **16**, 574 (1946).
15. В. А. Фок, Диффракция радиоволн, изд. АН СССР, М., 1946.
16. Г. В. Гордеев, ЖЭТФ, **24**, 445 (1953); **27**, 19 (1954).
17. Л. Д. Ландау и Е. М. Лифшиц, Электродинамика сплошных сред, ГИТТЛ, М., 1957, стр. 338.
18. В. В. Железняков, УФН, **64**, 113 (1958).
19. С. М. Рытов, Теория электрических флюктуаций и теплового излучения, изд. АН СССР, М., 1953.

Исследовательский радиофизический институт
при Горьковском университете

Поступила в редакцию
5 ноября 1958 г.