

Зависимость длительности T выходного импульса от напряжения u_g на сетке лампы L_4 является линейной в довольно широких пределах. При этом T изменяется от $T_{\min} = (R_{a_1} + R_i) C \ln(u_1/u_2)$ (при $u_g = 0$) до $T_{\max} = R_{\text{обр}} C \ln(\Delta u_{a_1}/u_2)$ (при $|u_g| \geq |u_{\text{зап}}|$). В этих формулах R_i — внутреннее сопротивление лампы L_4 при $u_g = 0$, $R_{\text{обр}}$ — обратное сопротивление диода, Δu_{a_1} — скачок анодного напряжения при запираии лампы L_1 , u_1 — начальное падение напряжения на лампе L_4 при $u_g = 0$, $u_2 \approx R_1 E / (R_1 + R_2) + |E_{\text{зап}}|$ — напряжение на лампе L_4 к моменту отпираии лампы L_1 , $E_{\text{зап}}$ — напряжение запираии лампы L_1 . Величины Δu_{a_1} , u_1 можно найти графически [2,3].

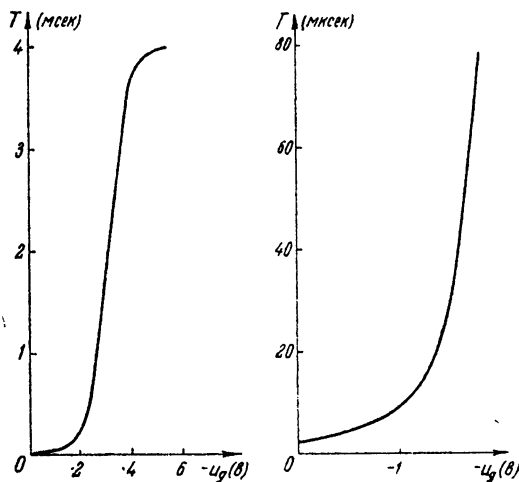


Рис. 2.

В нашем эксперименте были использованы лампы типа 6Н1П. Параметры схемы $E = 300$ в, $R_{a_1} = 11$ ком, $R_{a_2} = R_k = 3,4$ ком, $R_n = 47$ ком, $R_1 = 18$ ком, $R_2 = 110$ ком, $C = 100$ пф, $R_{\text{обр}} = 41$ мгом (для кремниевого диода Д 204). При этом длительность импульса мультивибратора изменялась от 3 мксек до 4 мксек при изменении u_g от 0 до -6 в (см. рис. 2).

Электронная регулировка длительности импульса дает возможность осуществить управление задержкой в режиме следящей системы [1]. В осуществленном макете такой системы длительность задержки, меняющаяся при работе системы, сравнивалась с длительностью T_0 опорного импульса.

В заключение заметим, что при помощи пересчетного прибора и описанной схемы можно осуществить генерацию последовательности импульсов заданных длительностей.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ламповые схемы для измерения времени, пер. с англ., 1 и 2, изд. Сов. радио, М., 1951.
2. А. М. Бонч-Бруевич, Применение электронных ламп в экспериментальной физике, ГИТТЛ, М., 1954.
3. Б. Х. Кривицкий, Импульсные схемы и устройства, изд. Сов. радио, М., 1955.
4. Л. А. Меерович и Л. Г. Зеличенко, Импульсная техника, изд. Сов. радио, М., 1953.
5. Н. Т. Петрович и А. В. Козырев, Генерирование и преобразование электрических импульсов, изд. Сов. радио, М., 1954.

Московский государственный
университет

Поступила в редакцию
29 октября 1958 г.

К ОПРЕДЕЛЕНИЮ ДОСТАТОЧНЫХ УСЛОВИЙ УСТОЙЧИВОСТИ В БОЛЬШОМ СТАЦИОНАРНЫХ РЕЖИМОВ ОДНОЙ ПРОСТЕЙШЕЙ ЭНЕРГОСИСТЕМЫ

Г. В. Аронович

В настоящей заметке указывается метод определения устойчивости в большом стационарном режиме одной простейшей энергосистемы. В качестве таковой рассматривается система из двух бездеривационных гидроэнергетических установок в условиях их параллельной работы в системе. Турбины снабжены регуляторами с жесткой обратной связью. Метод сводится к понижению порядка системы дифференциальных уравнений задачи из-за существенно различной величины постоянных времени с последующим использованием метода М. А. Айзермана [1] определения достаточных условий устойчивости „в большом“ динамических систем, содержащих линеаризуемые нелинейности.

Рассматриваемая задача описывается следующей системой дифференциальных уравнений (в возмущениях) уравнение вращения ротора первого агрегата (см. приложение)

$$T_1 \frac{ds_1}{dt} = - \frac{a_1 (2\varphi_{10} s_1 + s_1^2)}{1-a_1} (1 - \tau_{10} - \mu_1 + c_1) - \frac{\xi_{10} - a_1 \varphi_{10}^2}{1-a_1} \mu_1 - c_1 (2\varphi_{10} s_1 + s_1^2) - B_1 [\sin(\delta_0 + \delta' - \alpha) - \sin(\delta_0 - \alpha)]; \quad (1)$$

уравнение вращения ротора второго агрегата

$$T_2 \frac{ds_2}{dt} = \frac{-a_2 (2\varphi_{20} s_2 + s_2^2)}{1-a_2} (1 - \tau_{20} - \mu_2 + c_2) - \frac{\xi_{20} - a_2 \varphi_{20}^2}{1-a_2} \varphi_2 - c_2 (2\varphi_{20} s_2 + s_2^2) + B_2 [\sin(\delta_0 + \delta' + \alpha) - \sin(\delta_0 + \alpha)]; \quad (2)$$

уравнение связи относительного угла расхождения роторов со скольжением

$$T_3 \frac{d\delta'}{dt} = s_1 - s_2; \quad (3)$$

уравнение регулирования первого агрегата (в пренебрежении массой регулятора и катарактом)

$$T_4 \frac{d\mu_1}{dt} = f_1 (s_1 - \rho_1 \mu_1); \quad (4)$$

уравнение регулирования второго агрегата

$$T_5 \frac{d\mu_2}{dt} = f_2 (s_2 - \rho_2 \mu_2). \quad (5)$$

Здесь s_1, s_2 — возмущения угловой скорости вращения роторов соответственно первого и второго агрегатов; δ' — возмущения относительного угла расхождения роторов; μ_1, μ_2 — смещение поршней сервомоторов системы регулирования соответственно первого и второго агрегатов; $T_i (i=1, 2, \dots, 5)$ — постоянные времени; $a_j, b_j, c_j, \rho_j, A_j, B_j (j=1, 2)$ — остальные постоянные параметры; $\varphi_{10} = \varphi_{20}$.

Считаем, что постоянные времени в уравнениях (1)–(5) удовлетворяют неравенству

$$T_3 \ll T_4, T_5 \ll T_1, T_2 \quad (6)$$

(в реальных условиях $T_3 = 0,00318$ сек, T_4, T_5 — порядка десятых долей секунды, T_1, T_2 — порядка секунд или десятков секунд).

В силу неравенства (6) часть дифференциальных уравнений задачи можно рассматривать, как содержащие малый параметр при производных. В связи с этим полное фазовое пространство системы можно разбить на области более быстрых и менее быстрых движений. В рассматриваемой задаче наиболее быстрой переменной (из некоторых формальных соображений) является δ' , следующими по быстроте изменения являющиеся переменные μ_1 и μ_2 , наконец, медленнее всего меняются переменные s_1, s_2 *. Это позволяет применить для приближенного анализа поведения рассматриваемой динамической системы достаточно хорошо разработанные методы теории разрывных колебаний (см. [3,4]). Однако своеобразие данного случая заключается в том, что „быстрое“ движение δ' , в силу уравнения (3), может прекратиться лишь в результате медленного уменьшения разности $s_1 - s_2$. Это обстоятельство приводит к необходимости начинать анализ не как обычно с изучения поведения наиболее быстрой переменной δ' , а с рассмотрения μ_1 и μ_2 , движение которых затухает значительно быстрее δ' и независимо от последней. Если же начать рассмотрение с изучения изменений δ' и использовать метод усреднения, то последний приведет к фактическому распадению изучаемой энергосистемы на две независимые ГЭС и не позволит определить условия затухания δ' **.

* По виду уравнений данный случай близок к задаче о системе с быстро вращающейся фазой, которая исследовалась в работе [6].

** В самом деле, если обратиться к уравнению (3), то последнее в области быстрого изменения δ' приближенно можно записать в следующем виде: $d\delta'/dt = (s_1 - s_2)/T_3$, где $s_1 - s_2 = \text{const}$. Отсюда $\delta' = (s_1 - s_2)t/T_3 + D \equiv (s_1 - s_2)t' + D$

Пусть функции f_1 и f_2 в уравнениях (4), (5), задаваемые характеристиками сервомоторов, удовлетворяют условию

$$f_i(\sigma_i) \sigma_i > 0 \quad (7)$$

(σ_i — аргумент, $i=1,2$) и являются линеаризуемыми*. Так как в соответствии с неравенствами (6) s_1 и s_2 меняются значительно медленнее μ_1 и μ_2 , то приближенно дифференциальные уравнения (4) и (5) в области быстрого изменения μ_1 и μ_2 можно записать в виде

$$d\mu_1/dt = f_1(s_1 - \rho_1 \mu_1), \quad s_1 = \text{const}; \quad (4')$$

$$d\mu_2/dt = f_2(s_2 - \rho_2 \mu_2), \quad s_2 = \text{const}. \quad (5')$$

Как известно, точки фазовых подпространств $f_1(s_1 - \rho_1 \mu_1) = 0$ и $f_2(s_2 - \rho_2 \mu_2) = 0$ являются состояниями равновесия для приближенных уравнений „быстрых“ движений (4') и (5'). Эти состояния равновесия устойчивы, если во всех точках подпространств $f_1 = 0$ и $f_2 = 0$ соответственно $df_1/d\mu_1 < 0$ и $df_2/d\mu_2 < 0$. Для характеристик сервомоторов, удовлетворяющих условию (7) и неравенствам $\rho_1 > 0$, $\rho_2 > 0$, эти условия выполняются всегда. Поэтому, если в начальный момент времени изображающая точка не находилась вблизи подпространств $f_1 = 0$ и $f_2 = 0$, то, двигаясь по траекториям „быстрых“ движений, она обязательно придет к этим подпространствам и в дальнейшем будет „медленно“ двигаться внутри них. В силу ограничений, наложенных на функции f_1 и f_2 , $f_i(\sigma_i) = 0$ лишь при $\sigma_i = 0$. Поэтому „медленное“ движение изображающей точки будет описываться уравнениями (1) — (3), в которых $\mu_1 = s_1/\rho_1$ и $\mu_2 = s_2/\rho_2$, а именно:

$$T_1 \frac{ds_1}{dt} = -C_1 s_1 + D_1 s_1^2 + E_1 s_1^3 - B_1 [\sin(\delta_0 + \delta' - \alpha) - \sin(\delta_0 - \alpha)]; \quad (1')$$

$$T_2 \frac{ds_2}{dt} = -C_2 s_2 + D_2 s_2^2 + E_2 s_2^3 + B_2 [\sin(\delta_0 + \delta' + \alpha) - \sin(\delta_0 + \alpha)]; \quad (2')$$

$$T_3 \frac{d\delta'}{dt} = s_1 - s_2, \quad (3')$$

где

$$C_i = \frac{2a_i \varphi_{i0}}{1-a_i} (1-\eta_{i0} + c_i) + \frac{\xi_{i0} - a_i \varphi_{i0}^2}{(1-a_i)\rho_i} + 2\varphi_{i0} c_i;$$

$$D_i = \frac{2a_i \varphi_{i0}}{(1-a_i)\rho_i} - \frac{a_i}{1-a_i} (1-\eta_{i0} + c_i) - c_i;$$

$$E_i = \frac{a_i}{(1-a_i)\rho_i} \quad (i=1,2).$$

Положение равновесия $s_1 = s_2 = \delta' = 0$ устойчиво в малом, если

$$(C_1 T_2 + C_2 T_1) T_3 C_1 C_2 + T_1^2 B_2 C_2 \cos(\delta_0 + \alpha) + T_2^2 B_1 C_1 \cos(\delta_0 - \alpha) > 0.$$

(здесь $t' = t/T_3$ — так называемое „быстрое“ время). Подставляя в уравнения (1), (2), получим неавтономную систему дифференциальных уравнений, в которой переменные являются медленно меняющимися функциями быстрого времени. Уравнение (1) (а также уравнение (2)) при этом получится вида $ds_1/dt' = T_3 F_1(t'; s_1, \mu_1)$, где T_3 играет роль малого параметра. Такой же малый множитель будут содержать правые части двух других дифференциальных уравнений. В результате система дифференциальных уравнений получается аналогичной той, которая рассматривается, например, в методе Ван-дер-Поля, и, следовательно, к ней можно применить метод усреднения. Усредняя правые части по явно входящему t' , получим две независимые системы укороченных уравнений (одна для s_1, μ_1 , другая для s_2, μ_2), решение которых при малых T_3 близко к решению уравнений неавтономной системы (см. [4] гл. X, § 3). Однако при этом возмущение δ' затухать не будет, так как положение равновесия усредненной системы, как легко проверить, смещено на конечное расстояние по отношению к положению равновесия исходной системы. Следовательно, определив устойчивость системы усредненной, мы не сможем судить об устойчивости системы исходной (по крайней мере в нашем приближении).

* Данное рассмотрение распространяется и на случай нелинеаризуемых функций f_1 и f_2 , удовлетворяющих условию (7).

Задача в конечном итоге сводится к определению области притяжения этого устойчивого положения равновесия в пространстве s_1, s_2, δ' . Эту задачу можно попытаться решить методом качественной теории дифференциальных уравнений; однако практически можно удовлетвориться результатами, которые дает в этом случае метод Айзермана, позволяющий находить достаточные условия устойчивости в большой системе, содержащих линеаризуемые нелинейности (см. [1], а также [6]). Если начальные отклонения s_1, s_2, δ' не выходят за пределы области, определяемой методом Айзермана, то с течением времени они будут затухать. Следовательно, затухнут и возмущения μ_1 и μ_2 .

Отметим, что аналогично можно определить устойчивость в большом простейшей системы конденсационных ТЭС, системы ГЭС, в которой одна из гидростанций является не приплотинной, а деривационной, и др.

Тема данной работы была предложена автору Н. А. Картвелишвили.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Уравнение вращения ротора первого агрегата имеет вид

$$I_1 \frac{d\omega_1}{dt} = M_1 - P_1 \quad (I)$$

или

$$I_1 \omega_{\text{ном}} \frac{d\varphi_1}{dt} = M_1 - P_1,$$

где $\varphi_1 = \omega_1 / \omega_{\text{ном}}$, P_1 — электрический момент. Выражение для механического момента M_1 возьмем следующее (см. [2] формула 144):

$$M_1 = M_{1\text{макс}} \left[\frac{\xi_1 - a_1 \varphi_1^2}{1 - a_1} \left(\frac{a_1 - b_1}{1 - b_1} + c_1 \right) - c_1 \varphi_1^2 \right]. \quad (II)$$

Здесь ξ_1, φ_1, a_1 — безразмерные переменные. Связь между относительным открытием направляющего аппарата турбины a_1 и относительным смещением поршня сервомотора η_1 примем в виде:

$$\frac{da_1}{dt} = -k \frac{d\eta_1}{dt}.$$

Интегрируя и считая, что при $\eta_1 = 0$ $a_1 = 1$, а при $\eta_1 = 1$ $a_1 = b_1$, (b_1 — значение a_1 при холостом ходе машины), найдем, что $a_1 = -(1 - b_1) \eta_1 + 1$. Следовательно, $(a_1 - b_1)(1 - b_1)^{-1} = 1 - \eta_1$, и уравнение (II) переписывается в форме

$$M_1 = M_{1\text{макс}} \left[\frac{\xi_1 - a_1 \varphi_1^2}{1 - a_1} (1 - \eta_1 + c) - c_1 \varphi_1^2 \right]. \quad (II')$$

Введем вместо переменных ξ_1, φ_1, η_1 относительные отклонения от стационарного режима

$$\varphi_1 = \varphi_{10} - s_1; \quad \xi_1 = \xi_{10} + \gamma_1; \quad \eta_1 = \eta_{10} + \mu_1. \quad (III)$$

Подставляя (III) и (II) и учитывая, что в случае бездеривационной ГЭС $\gamma_1 = 0$, получим:

$$M_1 = M_{1\text{макс}} \left[\frac{\xi_{10} - a_1 (\varphi_{10} + s_1)^2}{1 - a_1} (1 - \eta_{10} - \mu_1 + c_1) - c_1 (\varphi_{10} + s_1)^2 \right]. \quad (IV)$$

Электрический момент в пренебрежении электрическим демпфированием равен

$$P_1 = \frac{A + B \sin(\delta - \alpha)}{\omega_1} \approx \frac{A + B \sin(\delta_0 - \alpha)}{\omega_{10}}.$$

Обозначив $T_1 = I_1 \omega_{\text{ном}} / M_{1\text{макс}}$; $A_1 = A / \omega_{10} M_{1\text{макс}}$; $B_1 = B / \omega_{10} M_{1\text{макс}}$ и принимая во внимание, что при стационарном режиме

$$\frac{\xi_{10} - a_1 \varphi_{10}^2}{1 - a_1} (1 - \eta_{10} + c_1) - c_1 \varphi_{10}^2 - [A_1 + B_1 \sin(\delta_0 - \alpha)] = 0,$$

получим дифференциальное уравнение вращения ротора первого агрегата в форме (I),

ЛИТЕРАТУРА

1. М. А. Айзерман, Теория автоматического регулирования двигателей, Гостехтеоретиздат, М., 1952.
2. Н. А. Картвелишвили, Неустановившийся режим в силовых узлах гидроэлектростанций, Госэнергоиздат, М.-Л., 1951.
3. Н. А. Железцов, Л. В. Родыгин, ДАН СССР, 81, 391 (1951).
4. А. А. Андронов, А. А. Витт, С. Э. Хайкин, Теория колебаний, Физматгиз, М., 1958.
5. А. А. Фельдбаум, Электрические системы автоматического регулирования, Оборонгиз, М., 1957.
6. Н. Н. Боголюбов, Д. Н. Зуборев, Укр. матем. ж., 7, 5 (1955).

Исследовательский физико-технический институт
при Горьковском университете

Поступила в редакцию
22 октября 1958 г.