

РАССЕЯНИЕ ВОЛН В ПЛОСКО-СЛОИСТОЙ СРЕДЕ

Н. Г. Денисов

Рассчитывается интенсивность рассеянных волн и эффективный поперечник рассеяния плоского слоя, средние параметры которого меняются по толщине. Расчет проведен как для плоских, так и для сферических волн.

В задачах о рассеянии волн на случайных неоднородностях почти всегда приходится иметь дело с такими средами, средние параметры которых зависят от координат. Например, при расчете рассеяния радиоволн в ионосфере и тропосфере необходимо учитывать зависимость среднего значения показателя преломления от высоты. При этом очень часто показатель преломления в неоднородном слое сильно меняется по высоте, и рефракция падающих и рассеянных волн в таком слое может существенным образом изменить картину рассеяния.

Изменение средних параметров слоя по высоте без учета рефракции в задаче о рассеянии учитывалось в работе [1]. Изменение высоты и объема рассеяния, а также угла рассеяния за счет рефракции обсуждалось в статье [2]. В работе [3] произведен расчет рассеяния радиоволн при учете рефракции на резкой границе ионосферы. В настоящей статье обычное рассмотрение в теории рассеяния обобщается на случай плоско-слоистой среды с медленно меняющимися свойствами.

1. РАССЕЯНИЕ ПЛОСКОЙ ВОЛНЫ

Пусть среднее значение диэлектрической проницаемости ε зависит только от высоты z . Будем считать, что случайные отклонения $\Delta\varepsilon$ от среднего значения малы. Тогда задача об отыскании рассеянного поля в первом приближении сводится к нахождению поля элементарных излучателей, мощность которых определяется $\Delta\varepsilon(x, y, z)$ и полем первичной волны.

Если на границе $z=0$ неоднородной среды электрическое поле волны равно $E_0 e^{i\omega t}$, и волна входит в неоднородный слой без отражения (медленно меняющаяся среда), то на уровне z напряженность электрического поля будет равна

$$E(z) = \frac{E_0}{\sqrt{n(z)}} e^{-ik_0 \int_0^z n dz + i\omega t} \left(k_0 = \frac{\omega}{c} \right). \quad (1)$$

Разобьем рассеивающий объем на элементарные объемы dV , линейный размер которых много меньше длины волны. Дипольный момент этого объема будет равен

$$|\Delta p| = \frac{\Delta\varepsilon}{4\pi} |E(z)| dV = \frac{\Delta\varepsilon E_0}{4\pi \sqrt{n(z)}} dV. \quad (2)$$

Задача состоит теперь в отыскании поля элементарного излучателя, помещенного в неоднородный слой. Если считать, что на размерах неоднородности среднее значение показателя преломле-

ния изменяется незначительно, то в малой окрестности источника можно считать его излучение дипольным:

$$E' = \frac{-k_0^2 \Delta p e^{i(\omega t - kr)}}{r} \sin \psi; \quad H' = -nE'. \quad (3)$$

Здесь r — расстояние от излучателя до точки наблюдения, ψ — угол между вектором $\mathbf{k}(z)$ и направлением дипольного момента. Для того, чтобы найти поле от элементарного источника в любой точке неоднородной среды, нужно решение (3) продолжить по законам геометрической оптики [4]. Тогда по выходе из неоднородного слоя поле E' , создаваемое диполем, расположенным на высоте z , можно записать в виде

$$E'(z, \vartheta_0, \varphi_0) = f(\vartheta_0, \varphi_0, z) \Delta \varepsilon dV \exp \left(i\omega t - i \int_R^{R_0} k ds - ik_0 \int_0^z ndz \right) \quad (4)$$

(ϑ_0, φ_0 — азимутальный и полярный углы, определяющие направление луча по выходе из неоднородного слоя, R_0 — радиус-вектор точки наблюдения, находящейся вне слоя). Интеграл по s берется вдоль траектории луча, выходящего из точки R (места расположения диполя). Функцию $f(\vartheta_0, \varphi_0, z)$ легко отыскать, используя закон сохранения потока энергии в лучевой трубке. Несложный расчет дает следующее значение этой функции:

$$f^2(\vartheta_0, \varphi_0, z) = k_0^4 \left| \frac{\Delta p}{\Delta \varepsilon dV} \right|^2 \sin^2 \psi(\vartheta_0, \varphi_0) n(z) \frac{d\Omega(z)}{dS_0}. \quad (5)$$

Здесь $d\Omega(z)$ — телесный угол лучевой трубки на уровне источника, dS_0 — площадка, перпендикулярная лучу, на которую опирается лучевая трубка на уровне $z=z_0$. Значение угла $\psi(\vartheta_0, \varphi_0)$ по выходе из неоднородного слоя легко найти, связывая ϑ, φ , с ϑ_0, φ_0 законом Снеллиуса. Так как в выбранной системе координат

$$\sin^2 \psi = 1 - \sin^2 \vartheta \sin^2 \varphi; \quad n \sin \vartheta = \sin \vartheta_0; \quad \varphi = \varphi_0,$$

то

$$\sin^2 \psi(\vartheta_0, \varphi_0) = 1 - n^{-2} \sin^2 \vartheta_0 \sin^2 \varphi_0, \quad (6)$$

где n — значение показателя преломления в точке, где находится источник.

Выражая Δp по формуле (2), окончательно получим:

$$f^2(\vartheta_0, \varphi_0, z) = k_0^4 \frac{(E_0)^2}{(4\pi)^2} \sin^2 \psi(\vartheta_0, \varphi_0) \frac{d\Omega(z)}{dS_0}. \quad (7)$$

Формулы (4), (7) дают решение поставленной задачи.

Для того, чтобы подсчитать среднюю интенсивность рассеянного объемом V излучения, запишем квадрат напряженности рассеянного поля в виде

$$|E'|^2 = \int_V \int_{V'} f^2 \Delta \varepsilon \Delta \varepsilon' e^{-i \int_0^z k dz + i \int_0^{z'} k dz - i \int_R^{R_0} k ds + i \int_{R'}^{R_0} k ds} dV dV'. \quad (8)$$

Используя закон преломления ($k_x = \text{const}$, $k_y = \text{const}$), запишем интеграл по траектории луча в виде

$$\int_0^{z_0} k ds = k_x(x_0 - x) + k_y(y_0 - y) + \int_z^{z_0} k_z dz, \quad (9)$$

где x, y, z — координаты элементарного источника, а x_0, y_0, z_0 — координаты точки наблюдения. Подставляя (9) в формулу (8), получаем:

$$|E'|^2 = \int_V \int_{V'} f^2 \Delta \varepsilon \Delta \varepsilon' e^{+i \int_z^{z'} k dz + i k_x(x' - x) + i k_y(y' - y) + i \int_z^{z'} k_z dz} dV dV'. \quad (10)$$

Будем считать, что масштаб корреляции флуктуаций $\Delta \varepsilon$ значительно меньше масштаба регулярного изменения свойств среды и что расстояние от рассеивающего объема до приемника значительно больше размеров объема рассеяния. В таком случае в объеме V

$$\int_z^{z'} k dz \approx k(z' - z); \quad \int_z^{z'} k_x dz \approx k_x(z' - z); \quad f^2 \approx \text{const},$$

и формула (10) принимает вид:

$$|E'|^2 = f^2 \int_V \int_{V'} e^{i k(z - z') + i k r} \Delta \varepsilon \Delta \varepsilon' dV dV' = f^2 \int_V \int_{V'} e^{-i k_1 r + i k r \Delta \varepsilon \Delta \varepsilon'} dV dV'. \quad (11)$$

Здесь \bar{r} — радиус-вектор, соединяющий точки (x, y, z) и (x', y', z') , \mathbf{k}_1 — волновой вектор падающей волны, \mathbf{k} — волновой вектор рассеянной волны. Формула (11) имеет обычную форму, которая встречается в теории рассеяния. Применяя далее обычную методику усреднения, можно получить:

$$\overline{|E'|^2} = V (\overline{\Delta \varepsilon})^2 \frac{k_0^4 E_0^2}{4\pi} \sin^2 \psi(\vartheta_0, \varphi_0) \frac{d\Omega(z)}{dS_0} \int_0^\infty \frac{\sin [K(z)r]}{K(z)} \rho(r) r dr. \quad (12)$$

Сюда входит $\rho(r)$ — функция корреляции флуктуаций диэлектрической проницаемости; $K = |\mathbf{k} - \mathbf{k}_1| = 2k \sin \vartheta/2$ (ϑ — угол рассеяния). Угловые координаты ϑ, φ в (12) нужно пересчитать к угловым координатам ϑ_0, φ_0 по выходе из неоднородного слоя.

Определим теперь эффективный поперечник рассеяния как нормированный поток рассеянного излучения в единицу телесного угла по выходе из неоднородного слоя:

$$\sigma = \frac{\overline{|E'|^2}}{V E_0^2} \frac{dS_0}{d\Omega_0} = \frac{k_0^4}{4\pi} (\overline{\Delta \varepsilon})^2 \sin^2 \psi(\vartheta_0, \varphi_0) \frac{d\Omega(z)}{d\Omega_0} \int_0^\infty \frac{\sin(Kr)}{K} \rho(r) r dr \quad (13)$$

$d\Omega_0$ — телесный угол лучевой трубки по выходе из неоднородного слоя). Множитель $d\Omega(z)/d\Omega_0$, входящий в формулу (13), появляется из-за линзового действия неоднородного слоя. Для плоского слоя он равен

$$\frac{d\Omega(z)}{d\Omega_0} = \frac{\cos \vartheta_0}{n \sqrt{n^2 - \sin^2 \vartheta_0}}. \quad (14)$$

Для однородного слоя $n = 1$ и $d\Omega(z)/d\Omega_0 = 1$. Если выбрать функцию корреляции вида $\rho = \exp(-r^2/l^2)$, то из (13) получим следующее выражение для σ :

$$\sigma = \frac{k_0^4 l^3}{4^2 \sqrt{\pi}} (\overline{\Delta \varepsilon})^2 \sin^2 \psi(\vartheta_0, \varphi_0) \frac{\cos \vartheta_0}{n \sqrt{n^2 - \sin^2 \vartheta_0}} \exp[-(k_0 l)^2 n^2 \sin^2(\vartheta/2)]. \quad (15)$$

Функцию, стоящую в показателе экспоненты, легко выразить через угол ϑ_0 . Рассматривая случай $k_0 l \gg 1$, можно ограничиться лишь малыми углами ϑ и написать:

$$n^2 \sin^2 \frac{\vartheta}{2} = \frac{n^2}{2} (1 - \sqrt{1 - \sin^2 \vartheta}) = \frac{n^2}{2} \left(1 - \sqrt{1 - \frac{\sin^2 \vartheta_0}{n^2}}\right) \approx \frac{1}{4} \sin^2 \vartheta_0 \approx \frac{\vartheta_0^2}{4}.$$

Найдем теперь средний квадрат напряженности поля в точке приема, расположенной на расстоянии h от неоднородного слоя. В случае полного отражения от ионосферы h — высота нижней границы ионизированного слоя. Разобьем рассеивающий слой на элементарные объемы dV , линейные размеры которого во много раз превышают масштаб корреляции l , и будем считать, что $k_0 l \gg 1$. В этом случае рассеяние происходит под малыми углами ϑ_0 . На основе (12) и (15) можно записать:

$$\begin{aligned} \overline{E_0'^2} &= \int \overline{E'^2} dV = \int E_0'^2 \sigma \frac{d\Omega_0}{dS_0} dV = \\ &= E_0'^2 \frac{k_0^4 l^3}{4^2 \sqrt{\pi}} \int (\overline{\Delta \varepsilon})^2 \sin^2 \psi(\vartheta_0, \varphi_0) \frac{d\Omega(z)}{dS_0} \exp[-(k_0 l \vartheta_0/2)^2] dV. \end{aligned} \quad (16)$$

Направленность приемного устройства можно не учитывать, если диаграмма последнего значительно шире диаграммы рассеяния. Выбрав в начале объем интегрирования в (16) в виде плоско-го слоя толщиной dz , получим:

$$\begin{aligned} \overline{dE_0'^2} &= E_0'^2 \frac{k_0^4 l^3}{4^2 \sqrt{\pi}} (\overline{\Delta \varepsilon})^2 dz \int_{-\infty}^{+\infty} \int \sin^2 \psi(\vartheta_0, \varphi_0) \times \\ &\times \frac{d\Omega(z)}{dS_0} \exp[-(k_0 l \vartheta_0/2)^2] dx dy. \end{aligned} \quad (17)$$

В этой формуле можно вынести за знак интегралов медленно меняющуюся функцию $\sin^2 \psi(\vartheta_0, \varphi_0)$ со значением $\sin^2 \psi(0, \varphi_0) = 1$. Переходя далее к интегрированию по радиусу и замечая, что

$$\frac{d\Omega(z)}{dS_0} = \frac{\sin \vartheta d\vartheta}{r(\partial r/\partial \vartheta_0) d\vartheta_0 \cos \vartheta_0}, \quad (18)$$

где r — горизонтальное смещение луча, запишем двойной интеграл (17) в виде

$$\int_0^{\infty} \frac{d\Omega(z)}{dS_0} \exp[-(k_0 l \vartheta_0/2)^2] 2\pi r dr = \int_0^{\infty} \frac{\sin \vartheta d\vartheta}{r(\partial r/\partial \vartheta_0) d\vartheta_0 \cos \vartheta_0} \exp[-(k_0 l \vartheta_0/2)^2] \times \quad (19)$$

$$\times 2\pi r \frac{\partial r}{\partial \vartheta_0} d\vartheta_0 = 2\pi \int_0^{\infty} \frac{\sin \vartheta}{\cos \vartheta_0} \frac{d\vartheta}{d\vartheta_0} \exp[-(k_0 l \vartheta_0/2)^2] d\vartheta_0.$$

На основе уравнения $n \sin \vartheta = \sin \vartheta_0$ имеем:

$$\frac{\sin \vartheta}{\cos \vartheta_0} \frac{d\vartheta}{d\vartheta_0} = \frac{1}{n^2} \frac{\sin \vartheta_0}{\sqrt{1 - n^{-2} \sin^2 \vartheta_0}} \approx \frac{\vartheta_0}{n^2} = \frac{\vartheta_0}{\varepsilon}$$

и, следовательно,

$$\begin{aligned} 2\pi \int_0^{\infty} \frac{\sin \vartheta}{\cos \vartheta_0} \frac{d\vartheta}{d\vartheta_0} \exp[-(k_0 l \vartheta_0/2)^2] d\vartheta_0 &= \\ &= \frac{2\pi}{n^2} \int_0^{\infty} \exp[-(k_0 l \vartheta_0/2)^2] \vartheta_0 d\vartheta_0 = \frac{4\pi}{n^2 k_0^2 l^2}. \end{aligned} \quad (20)$$

Таким образом, рассеяние в слое dz определяется формулой

$$\overline{dE_0'^2} = E_0'^2 \frac{k_0^2 l}{4} \sqrt{\frac{\pi}{\varepsilon}} (\overline{\Delta \varepsilon})^2 dz. \quad (21)$$

Зклад всего неоднородного слоя толщины z_0 , естественно, получится равным

$$\overline{E_0'^2} = E_0^2 \frac{k_0^2 l \sqrt{\pi}}{4} \int_0^{z_0} \frac{(\Delta \epsilon)^2}{\epsilon} dz. \quad (22)$$

Напомним, что множитель $1/\epsilon$, который стоит в подинтегральной функции, появляется из-за рефракции рассеянных волн. Формула (22) указывает на тенденцию к нарастанию интенсивности рассеянных волн в случае, если на некотором уровне $\epsilon \rightarrow 0$. Однако при малых ϵ расчет в приближении геометрической оптики, как и обычно, дает неверный результат.

2. РАССЕЯНИЕ СФЕРИЧЕСКИХ ВОЛН

При расчете рассеяния сферических волн необходимо учитывать также и расхождение лучевой трубки первичной волны. Обозначим через $d\Omega_1(0)$ телесный угол лучевой трубки излучателя, который расположен на расстоянии h_1 от неоднородного слоя, а через $dS_1(0)$ — сечение этой трубки в начале неоднородного слоя ($z=0$) (см. рис. 1). Поле первичного излучателя запишем в виде

$$E = \Phi(\vartheta_1, \varphi_1) E_0 / r,$$

где $\Phi(\vartheta_1, \varphi_1)$ — характеристика направленности передающего устройства. Используя закон сохранения потока энергии в трубке, легко получить для поля $E(z)$ на уровне z следующее выражение

$$E^2(z) = \frac{E_0^2}{n} \frac{d\Omega_1(0)}{dS_1(z)} \Phi^2(\vartheta_1, \varphi_1)$$

(углы ϑ_1, φ_1 нужно выразить через углы луча на уровне z $\vartheta(z), \varphi(z)$).

В таком случае для среднего квадрата напряженности рассеянного поля получится формула (12), в которой вместо E_0^2 нужно подставить $E_0^2 \Phi^2 \frac{d\Omega_1(0)}{dS_1(z)}$ и вместо dS_0 взять сечение лучевой трубки dS_2 в точке наблюдения $z_0 + h_2$

$$\overline{E^2} = V \sigma(z) E_0^2 \Phi^2(\vartheta_1, \varphi_1) \frac{d\Omega_1(0)}{dS_1(z)} \frac{d\Omega(z)}{dS_2}, \quad (23)$$

где $\sigma(z)$ дается формулой (13). Так как плотность потока в месте рассеяния на уровне z определяется множителем $E_0^2 \Phi^2 \frac{d\Omega_1(0)}{dS_1(z)}$, то эффективный поперечник рассеяния для сферических волн будет таким же, как и для плоских волн (см. формулу (13)).

Подсчитаем теперь рассеянное поле в точке, лежащей на оси z и расположенной на расстоянии h_2 от верхней границы плоского слоя (см. рис. 1). При полном отражении это соответствует случаю вертикального зондирования ионосферы. Будем считать, что диаграмма направленности передающего устройства значительно шире диаграммы рассеяния ($k_0 l \gg 1$). Считая линейный размер объема V в (23) малым по сравнению с масштабом регулярного

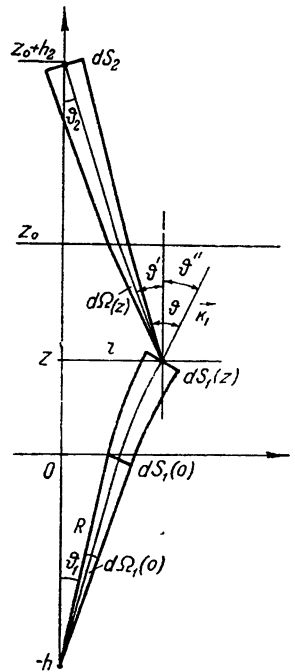


Рис. 1.

изменения свойств слоя, запишем полное рассеянное поле в точке приема в виде

$$\begin{aligned} \bar{E}_0'^2 = E_0^2 \frac{k_0^4 l^3}{4^2 \sqrt{\pi}} \int (\overline{\Delta \epsilon})^2 \Phi^2 \sin^2 \psi \frac{d\Omega(z)}{dS_2} \frac{d\Omega_1(0)}{dS_1(z)} \times \\ \times \exp \{ - [k_0 \ln \sin(\vartheta/2)]^2 \} dV. \end{aligned} \quad (24)$$

Здесь ϑ — угол между вектором k_1 (падающая волна) и вектором k (рассеянная волна). Будем интегрировать вначале по слою толщиной dz . Медленно меняющиеся функции $\Phi^2(\vartheta_1, \varphi_1)$, $\sin^2 \psi(\vartheta_2, \varphi_2)$ и $\frac{d\Omega_1(0)}{dS_1(z)}$ можно вынести за интеграл по x и y со значением при $\vartheta_2 = 0$. Запишем вначале

$$\frac{d\Omega_1(0)}{dS_1(z)} = \frac{\sin \vartheta_1, d\vartheta_1, d\varphi_1}{r \cos \vartheta'' (dr/d\vartheta_1) d\vartheta_1 d\varphi_1} = \frac{\sin \vartheta_1}{r \cos \vartheta'' dr/d\vartheta_1}, \quad (25)$$

где ϑ'' — угол между вектором k_1 и осью z , а r — смещение луча от вертикальной оси, проходящей через передатчик. При малых углах ϑ_1 оно равно

$$r = h_1 \operatorname{tg} \vartheta_1 + \int_0^z dz \operatorname{tg} \vartheta \approx h \operatorname{tg} \vartheta_1 + \int_0^z \frac{\sin \vartheta_1}{n} dz \approx \quad (26)$$

$$\approx \vartheta_1 \left(h_1 + \int_0^z \frac{dz}{n} \right) = \vartheta_1 \Gamma_1.$$

Следовательно, $dr/d\vartheta_1 \approx \left(h + \int_0^z n^{-1} dz \right)$. Таким образом, фактор

(25), учитывающий изменение интенсивности сферической волны в неоднородной среде (за счет расхождения лучевой трубки), получится равным

$$\frac{d\Omega_1(0)}{dS_1(z)} \approx \frac{1}{\left(n + \int_0^z n^{-1} dz \right)^2} = \frac{1}{\Gamma_1^2}. \quad (27)$$

Так как, кроме того, $\sin^2 \psi(0) = 1$ и $\Phi(0, \varphi_1) = 1$, то формула (24) запишется в виде

$$\bar{E}_0'^2 = E_0^2 \frac{k_0^4 l^3}{4^2 \sqrt{\pi}} \int_0^z \frac{(\overline{\Delta \epsilon})^2}{\Gamma_1^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d\Omega(z)}{dS_2} \exp \left[- \left(\frac{k_0 \ln \vartheta}{2} \right)^2 \right] dx dy. \quad (28)$$

Так же, как и при вычислении интеграла (17), запишем вначале

$$\frac{d\Omega(z)}{dS_2} = \frac{\sin \vartheta' d\vartheta'}{r (dr/d\vartheta_2) d\vartheta_2 \cos \vartheta_2}, \quad (29)$$

где ϑ' — угол между направлением рассеянного луча и осью z на уровне z , а ϑ_2 — тот же угол в точке наблюдения.

Заметим далее, что $\vartheta = \vartheta' + \vartheta''$ (см. рис. 1). Используя закон преломления, получим для малых углов

$$\vartheta = \frac{\vartheta_2 + \vartheta_1}{n(z)}. \quad (30)$$

Углы ϑ_2 и ϑ_1 связаны между собой еще одним соотношением. Его

можно получить, если записать горизонтальное смещение луча, аналогично (26), через ϑ_2

$$r = \vartheta_2 \left(h_2 + \int_z^{z_0} \frac{dz}{n} \right) = \vartheta_2 \Gamma_2, \quad (31)$$

Сравнивая (31) и (26), найдем

$$\vartheta_1 = \vartheta_2 \frac{\Gamma_2}{\Gamma_1}. \quad (32)$$

Формула (30) запишется теперь так:

$$\vartheta = \frac{\vartheta_2 (\Gamma_2 + \Gamma_1)}{n \Gamma_1}. \quad (33)$$

В двойном интеграле (28) перейдем к интегрированию по радиусу, а затем по углу ϑ_2 . Так же, как и в (19), получим

$$\begin{aligned} & \int_0^\infty \frac{dQ(z)}{dS_2} \exp[-k_0^2 l^2 n^2 (\vartheta/2)^2] 2\pi r dr \approx \\ & \approx 2\pi \int_0^\infty \frac{\sin \vartheta'}{\sin \vartheta_2} \frac{d\vartheta'}{d\vartheta_2} \exp\left[-\frac{k_0^2 l^2 (\Gamma_1 + \Gamma_2)^2 \vartheta^2}{4\Gamma_1^2}\right] d\vartheta_2 \approx \\ & \approx \frac{2\pi}{n^2} \int_0^\infty \exp\left[-\frac{k_0^2 l^2 (\Gamma_2 + \Gamma_1)^2 \vartheta_2^2}{4\Gamma_1^2}\right] \vartheta_2 d\vartheta_2 = \frac{4\pi}{n^2} \frac{\Gamma_1^2}{k_0^2 l^2 (\Gamma_1 + \Gamma_2)^2}. \end{aligned} \quad (34)$$

Формула (34) показывает, что в задаче о рассеянии волн, исходящих от точечного источника, в случае, когда $\Gamma_1 \sim \Gamma_2$, приближение плоских волн даже при малых углах рассеяния не применимо*. Ширина функции, определяющей угловой спектр рассеянного поля в точке $z_0 + h_2$, зависит от множителя $\frac{\Gamma_1 + \Gamma_2}{\Gamma_1}$. Этот факт аналогичен тому, который имеет место в случае дифракции сферических волн на экране^[5].

Подставляя значение интеграла (34) в формулу (28), запишем окончательный результат в виде

$$\overline{E_0'}^2 = E_0^2 \frac{\sqrt{\pi} k_0^2 l}{4(\Gamma_1 + \Gamma_2)^2} \int_0^{z_0} \frac{(\Delta\varepsilon)^2}{\varepsilon} dz. \quad (35)$$

Формула (35) отличается от формулы (22) лишь фактором расходимости первичной волны $(\Gamma_1 + \Gamma_2)^{-2} = \left(h_1 + h_2 + \int_0^{z_0} n^{-1} dz \right)^{-2}$. Для однородной среды этот фактор отличается от геометрического, так как при учете рефракции вместо z_0 стоит величина $\int_0^{z_0} \frac{dz}{n}$, представляющая собой в случае ионосферы групповой путь луча. Последний, как известно, может значительно отличаться от геометрического пути.

* Автор признателен Е. А. Бенедиктову и Н. А. Митякову, обратившим его внимание на это обстоятельство.

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Я. Л. Альперт, УФН, 61, 423 (1957).
2. Д. М. Высоковский, Радиотехника, 12, 30 (1957).
3. A. D. Wheelon, J. Geophys. Res., 62, 343 (1957).
4. А. С. Алексеев, Н. В. Цепелев, Изв. АН СССР, сер. геофиз., 9, 1021 (1956).
5. Дж. Ратклифф, Пробл. совр. физ., вып. 10, 5 (1957).

Исследовательский радиофизический институт
при Горьковском университете

Поступила в редакцию
21 ноября 1958 г.