

К ТЕОРИИ КРОССМОДУЛЯЦИИ РАДИОВОЛН

A. B. Гуревич

Проанализирована зависимость глубины кроссмодуляции от мощности излучения возмущающей станции в случае сильной возмущающей волны. Рассмотрены также вопросы о резонансе кроссмодуляции вблизи гирочастоты и о влиянии распределения электронов по скоростям на фазу кроссмодуляции.

ВВЕДЕНИЕ

Возмущения, вызываемые в ионосфере мощной радиоволной, сказываются на других волнах, распространяющихся в возмущенной области. В частности, в случае, когда возмущающая волна модулирована по амплитуде низкой частотой Ω , то промодулированными оказываются возмущения, вызываемые ею в плазме, а потому и другие волны, прошедшие через возмущенную область. Это явление носит название кроссмодуляции или люксембург-горьковского эффекта.

Теория люксембург-горьковского эффекта, сформулированная впервые Бэйли и Мартином в [1] (см. также [2—7]), предсказывает определенную зависимость глубины μ' и фазы ϕ' кроссмодуляции от частоты модуляции Ω , а также от несущей частоты ω_1 и мощности P возмущающей волны.

Экспериментально зависимость глубины и фазы кроссмодуляции от частоты и глубины модуляции возмущающей волны исследовалась в [8—10]; эксперимент показал, в общем, хорошее совпадение с выводами теории. Зависимость глубины кроссмодуляции от мощности возмущающей станции исследовалась в [8, 5, 11]; было показано, что μ' пропорциональна P вплоть до максимально использовавшейся мощности излучения $P = 520 \text{ квт}$. Сопоставление этих результатов с теорией [4, 5] привело к выводу о том, что волна при мощности излучения до 520 квт является слабой, т. е. она лишь незначительно (менее, чем на 10%) изменяет эффективную температуру электронов в ионосфере. Этот вывод, однако, не находится в хорошем соответствии как с результатами расчета, так и с результатами других экспериментов (например, в [8] при значительно меньших мощностях $P \sim 150 \text{ квт}$ глубина кроссмодуляции достигала 0,2, что возможно лишь при изменении эффективной температуры электронов в ионосфере по крайней мере на 20%—50%)*.

Экспериментальные исследования зависимости глубины кроссмодуляции от частоты возмущающей волны ω_1 посвящены, в основном, вопросу о предсказанном теорией резонансном возрастании

* В связи с этим Хаксли в [12] развел новую („альтернативную“) теорию, которая приводила к линейной зависимости μ' от P для сильной возмущающей волны; зато в слабом поле зависимость μ' от P оказывается при этом существенно нелинейной. Поскольку последний вывод находится в явном противоречии с экспериментом [8, 13], Хаксли в дальнейшем фактически отказывается от предложенной им теории [14]. Можно добавить также, что вывод о линейной зависимости μ' от P в „альтернативной“ теории в случае сильной возмущающей волны неверен, так как в расчете Хаксли не учитывалось самовоздействие возмущающей волны (см. ниже).

глубины кроссмодуляции вблизи гирочастоты (при $\omega_1 \approx \omega_H = eH/mc$). Однако результаты соответствующих работ противоречивы: указанный резонанс наблюдался в [15, 16], в то время как в [5, 11, 17] не отмечалось никакого усиления кроссмодуляции вблизи гирочастоты; часть работ вообще не привела в этом отношении к какому-либо определенному результату [9, 18]. Заметим также, что, как указывается в [7] § 110, результаты опыта не подтверждают и другого вывода теории о том, что при низкой частоте возмущающей волны ($\omega_1 \ll \omega_H$) глубина кроссмодуляции должна падать с ростом ω_1 пропорционально ω_1^{-2} .

Таким образом, можно отметить, что существующая теория не дает хорошего совпадения с экспериментом в вопросе о зависимости глубины кроссмодуляции от частоты возмущающей волны. Нетрудно видеть и возможную причину этого несоответствия. В самом деле, в теории при выводе окончательных формул для простоты предполагается, что глубина кроссмодуляции пропорциональна возмущениям, вызываемым возмущающей волной в некоторой „средней“ точке области взаимодействия. Однако при таком предположении нельзя получить правильной зависимости глубины кроссмодуляции от частоты возмущающей волны ω_1 , поскольку с изменением частоты ω_1 существенно изменяются не только возмущения, вызываемые волной в „средней“ точке области взаимодействия, но и эффективные размеры самой этой области. Последнее обстоятельство должно быть учтено в теории. Наиболее полно это можно сделать, просуммировав (пронтегрировав) влияние возмущений на кроссмодулируемую волну по всей области взаимодействия*.

Далее, как отмечено выше, существенным для эксперимента является также вопрос о кроссмодуляции в случае очень мощной („сильной“ [19]) возмущающей волны, которая значительно изменяет эффективную температуру электронов плазмы. Однако существующая теория [2, 6] не является в этом случае достаточно корректной в силу следующих причин. Во-первых, в ней не учтено „самовоздействие“ возмущающей волны, в то время, как учет самовоздействия сильной возмущающей волны необходим в теории кроссмодуляции (в самом деле, как показано в [19, 20], амплитуда напряженности поля, глубина и фаза модуляции сильной волны в плазме существенно зависят от ее мощности, от частоты волны; все это не может не сказаться на глубине и фазе кроссмодуляции). Во-вторых, возмущения, вызываемые в плазме сильной волной, нелинейно зависят от ее мощности, а это обязательно требует „интегрального“ рассмотрения (в указанном выше смысле) при расчете зависимости глубины кроссмодуляции от мощности излучения возмущающей станции.

Такое интегральное рассмотрение проведено ниже в разделах 1 и 2 настоящей работы. При этом в разделе 1 получено выражение для глубины кроссмодуляции μ' в случае сильной возмущающей волны (с учетом ее самовоздействия); проанализирована зависимость μ' от мощности излучения возмущающей станции. В разделе 2 рассмотрен вопрос о резонансе кроссмодуляции вблизи гирочастоты. Показано, что результаты теории находятся в хорошем согласии с имеющимися в настоящее время данными эксперимента. В разделе 3 найдена зависимость фазы кроссмодуляции от частоты модуляции.

* Такого рода „интегральное“ рассмотрение проводилось Шоу [5] (см. также [4, 13]), однако недостаточно полно, что привело к неверным выводам: неправильно, например, заключение автора об отсутствии резонанса кроссмодуляции на гирочастоте.

ляции возмущающей волны с учетом распределения по скоростям электронов в ионосфере; полученное отклонение от известного результата теории, не учитывающей распределение электронов по скоростям [1], по-видимому, доступно экспериментальной проверке.

1. КРОССМОДУЛЯЦИЯ В СЛУЧАЕ СИЛЬНОЙ ВОЗМУЩАЮЩЕЙ ВОЛНЫ

Пусть на границу плазмы приходит сильная волна

$$E_1 = E_0 (1 + \mu_0 \cos \Omega t) \cos \omega_1 t. \quad (1)$$

При ее распространении в плазме под воздействием электрического поля волны возникают как постоянные, так и периодически меняющиеся во времени (с частотой Ω) возмущения эффективной температуры электронов. Благодаря этому изменяется поглощение другой волны

$$E_2 = E_{20} \cos \omega_2 t,$$

распространяющейся в возмущенной области; поэтому она оказывается промодулированной с той же частотой модуляции Ω .

Рассмотрим, прежде всего, случай низкой частоты модуляции ($\Omega \ll \nu$, где ν — эффективная частота соударений электрона [7] § 61, [21], δ — средняя доля энергии, передаваемой электроном молекуле при одном соударении; для ионосферы $\delta \approx 2 \cdot 10^{-3}$). В этом случае выражение для глубины кроссмодуляции (с учетом самовоздействия возмущающей волны) нетрудно получить, воспользовавшись следующими простыми соображениями. Рассмотрим в плазме возмущенный слой толщины dz (от z до $z + dz$). Глубина кроссмодуляции волны E_2 , проходящей в этом слое, увеличивается на $d\mu'$; из определения глубины кроссмодуляции следует, что

$$d\mu' = d [(E_{2\max} - E_{2\min}) / (E_{2\max} + E_{2\min})], \quad (2)$$

где $E_{2\max}$ и $E_{2\min}$ — соответственно максимальное и минимальное значения, которые принимает поле волны E_2 , изменяясь во времени в точке z . Предположим теперь для простоты, что глубина модуляции возмущающей волны в точке z невелика ($\mu \ll 1$). Тогда, учитывая, что $E_{2\max} = E_2 (E_1 \mp \mu E_1)$ и $E_{2\min} = E_2 (E_1 \pm \mu E_1)$ (верхний знак берется при $\omega_2 > \nu$, нижний — при $\omega_2 < \nu$) и разлагая $E_2(\mu)$ в (2) в ряд по степеням μ , находим, что

$$d\mu' = d [\mu (E_1 \partial E_2 / \partial E_1)_{\mu=0}]. \quad (2')$$

Далее, если предположить, что $\mu' = \mu'(E_1)$ (т. е. $d\mu'/dz = 0$)*, то из (2') следует:

$$d\mu' = d [\mu (x_2/x_1)_{\mu=0}] \omega_2/\omega_1,$$

где x_2 и x_1 — коэффициенты поглощения волн E_2 и E_1 в точке z . Воспользовавшись тем, что на границе плазмы (т. е. при $z=0$) $\mu'=0$, и учитывая изменение глубины модуляции возмущающей волны в

* Это предположение, как видно из формулы (3), справедливо при выполнении следующего требования: температура плазмы, эффективная частота соударений электрона в невозмущенной плазме, а также отношение показателей преломления волн E_1 и E_2 должны слабо изменяться в области взаимодействия радиоволн. В ионосфере условие постоянства температуры можно считать хорошо выполненным. Частота соударений электрона, напротив, может значительно изменяться в области взаимодействия; поэтому расчет глубины кроссмодуляции по формуле (3) при высоких частотах ω_1 и ω_2 (когда условие постоянства частоты соударений несущественно), вообще говоря, более точен, чем при низких. Наконец, условие постоянства отношения показателей преломления не выполняется лишь в случае, когда область взаимодействия включает в себя точку отражения волн E_1 или E_2 ; вопрос о влиянии на кроссмодуляцию возмущений в окрестности точки отражения волны E_2 рассмотрен ниже во втором разделе.

плазме за счет самовоздействия (в [20] показано, что $\mu = \mu_0 [\chi_1(z)/\chi_1(0)]$), находим окончательно:

$$\mu' = \mu \frac{\omega_2}{\omega_1} \frac{\chi_2(z)}{\chi_1(z)} - \mu_0 \frac{\omega_2}{\omega_1} \frac{\chi_2(0)}{\chi_1(0)} = \mu_0 \frac{n_1}{n_2} \frac{\omega_1^2 + v_0^2 \tau_0^2}{\tau_0} \left| \frac{\tau_0}{\omega_2^2 + v_0^2 \tau_0^2} - \frac{\tau}{\omega_2^2 + v_0^2 \tau^2} \right|. \quad (3)$$

Здесь принято, что χ_1 (и соответственно χ_2) определяется выражением:

$$\chi_1 = \frac{2\pi e^2 N}{m \omega_1 n_1} \frac{v_0 \tau}{\omega_1^2 + v_0^2 \tau^2},$$

где e , m — заряд и масса электрона, N — плотность электронов, n_1 — коэффициент преломления волны E_1 , v_0 — эффективная частота соударений электрона в невозмущенной плазме [7] § 61, а

$$\tau^2 = \frac{\omega_1^2 + v_0^2}{2v_0^2} \left[1 + \frac{4v_0^2 E^2}{(\omega_1^2 + v_0^2) E_n^2} \right]^{\frac{1}{2}} + \frac{v_0^2 - \omega_1^2}{2v_0^2} = \frac{T_{\text{эфф}}}{T} \quad (3')$$

— величина, показывающая изменение эффективной температуры электронов в плазме $T_{\text{эфф}}$ под воздействием немодулированной возмущающей волны E_1 . (В (3') E — амплитуда напряженности поля возмущающей волны при $\mu_0 = 0$; $E_n = \sqrt{3kTm(\omega_1^2 + v_0^2)}/e$ — характерное для плазмы электрическое поле [19, 20], T — температура плазмы, k — постоянная Больцмана.) Величина τ , как ясно из (3'), — монотонно возрастающая функция E ; следовательно, на границе плазмы, где $E = E_0$, τ максимально и равно $\tau(E_0) = \tau_0$; в глубине плазмы τ монотонно убывает до значения $\tau = 1$ (подробнее см. [19]).

Выражением (3) определяется интересующая нас зависимость глубины кроссмодуляции от амплитуды возмущающей волны на границе плазмы E_0 , т. е. от мощности излучения возмущающей станции P . Строго линейный рост μ' в зависимости от P получается при этом только в случае слабого возмущающего поля. Действительно, как ясно из (3), в сильном поле при высоких частотах ω_1 и ω_2 ($\omega_1^2 \gg v_0^2 \tau_0^2$; $\omega_2^2 \gg v_0^2 \tau_0^2$) глубина кроссмодуляции не превосходит постоянного значения $\mu' = \mu_0 n_1 \omega_1^2 / n_2 \omega_2^2$ при любой мощности возмущающей станции. Это видно и из кривых, изображенных на рис. 1а (кривые

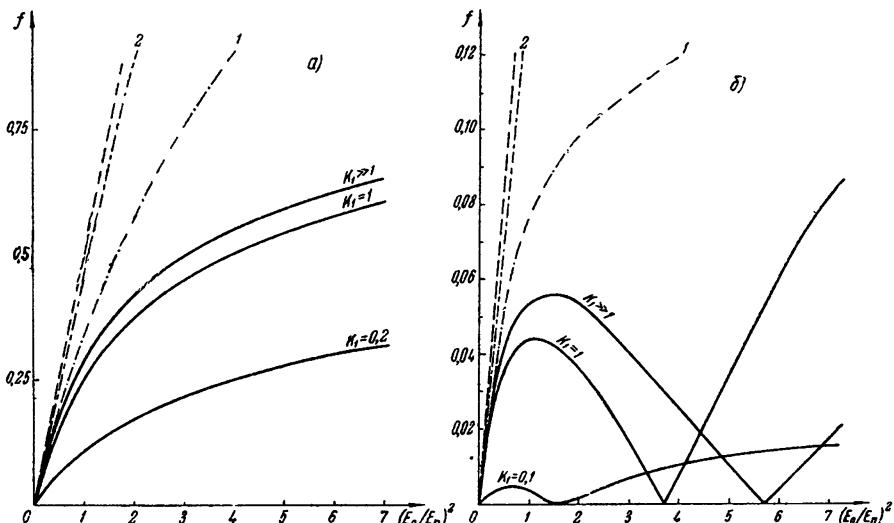


Рис. 1. Зависимость $f = \frac{\mu'}{\mu_0} \frac{\omega_2^2}{\omega_1^2} \frac{n_1}{n_2}$ от $(E_0/E_n)^2$: а) $\omega_1^2 \gg v^2$; $\omega_2^2 \gg v^2$; б) $\omega_1^2 = \omega_2^2 = 2v_0^2$.

построены для различных значений K_1 , где $K_1 = \frac{\omega_1}{c} \int_{\Delta S} x_{10} ds$ — полное

затирание возмущающей волны в области взаимодействия радиоволн; по оси абсцисс отложено отношение $(E_0/E_n)^2$, пропорциональное P). В случае, если частоту возмущающей станции нельзя считать высокой ($\omega_1^2 \ll v_0^2 \tau_0^2$), рост μ' при увеличении P также слабее линейного. Однако особенно ярко нелинейная зависимость μ' от P проявляется в условиях, когда нельзя считать высокой частоту волны E_2 : $v_0^2 \ll \omega_2^2 \ll v_0^2 \tau_0^2$. В этом случае, как видно из рис. 1б, μ' может убывать с ростом P и даже обращаться в нуль (при $\omega_2 = v_0 \sqrt{\tau_0 \tau}$; в этой точке фаза кроссмодуляции изменяется на π).

В слабом поле ($E_0^2 \ll E_n^2$) формула (3) приводит к выражению

$$\mu' = \mu_0 \frac{e^2 E_0^2 (\omega_2^2 - v_0^2) n_1}{6 k T m \delta (\omega_2^2 + v_0^2)^2 n_2} \{1 - \exp[-2K_1(z)]\}, \quad (4)$$

совпадающему с полученным ранее в [5, 4]. Результат расчета μ' по формуле (4) приведен пунктиром на рис. 1. Из рисунков видно, что уже при $E_0 = E_n$ использование формулы (4) приводит к завышенным значениям μ' (в 1,6–2 раза), а при $E_0 = 3E_n$ — в 5–15 раз. Штрих-пунктиром на тех же рисунках изображена зависимость μ' от $(E_0/E_n)^2$, полученная в предыдущих работах [2, 6], не учитывающих самовоздействия сильной возмущающей волны и необходимости интегрирования по области взаимодействия (см. введение)*. Кривые построены так, чтобы результаты расчета μ' в слабом поле ($E_0^2 \ll E_n^2$) по формулам работ [2, 6] и по формуле (3) настоящей работы совпадали**. Несмотря на это, в сильном поле расхождение между ними весьма велико.

При экспериментальном исследовании зависимости μ' от P мощность возмущающей станции изменялась в [8] до 100 квт, а в [5, 11] — до 520 квт (расстояние от возмущающей станции до области взаимодействия $r = 190$ км, $\omega_1 = 1,05 \cdot 10^6$ сек $^{-1}$, $\omega_2 = 4,9 \cdot 10^6$ сек $^{-1}$, $\Omega = 2\pi \cdot 400$ сек $^{-1}$ в [5, 8] и $\Omega = 2\pi \cdot 60$ сек $^{-1}$ в [11]). Сравнение результатов этих экспериментов с результатами расчета для тех же условий по формуле (3) проведено на рис. 2. Из рисунка видно, что эксперименты [5, 8, 11] не находятся в противоречии с теорией. Вместе с тем, сделанное в [4, 5] на основе этих экспериментов утверждение о том, что под действием возмуща-

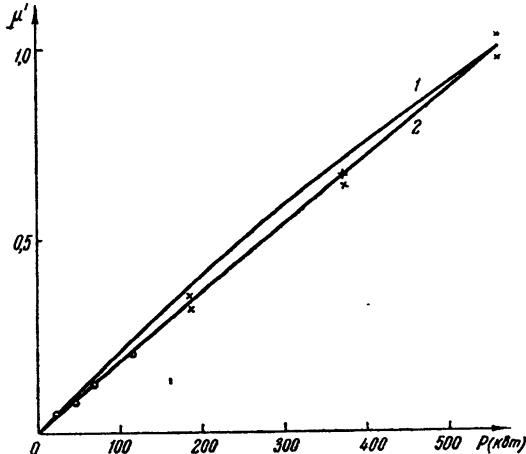


Рис. 2. Зависимость $\mu'/\mu'_{\text{макс}}$ от P в условиях [11] (кривая 1) и [5, 8] (кривая 2); $\circ \times$ — соответственно результаты эксперимента [8] и [11].

* При построении кривых 1 принято, что $E = E_0$, где E — амплитуда напряженности поля возмущающей волны соответственно в „средней“ точке области взаимодействия и на границе плазмы; для кривых 2 (так же, как и в [6]), $E = E_0 \exp\{-1\}$. Из рис. 1 видно, что выбор E , который в старой теории произволен, очень сильно сказывается на ходе кривой $\mu'(P)$ в случае сильной возмущающей волны.

** Для этого соответствующим образом выбиралась неопределенная постоянная $K_2 = \frac{\omega_2}{c} \int x_2 ds$, входящая в формулы работ [2, 6].

ющей волны в 520 квт эффективная температура электронов изменяется менее, чем на 10%, является необоснованным, поскольку эксперимент в рассматриваемом случае, по-видимому, не давал возможности определить отклонение зависимости $\mu'(P)$ от линейной даже при изменении эффективной температуры на 50% (см. рис. 2)*.

Формула (3) была получена выше при условии, что μ_0 мало. Анализ показывает, однако, что она может быть с хорошей точностью (до 15%) использована для расчета μ' при любом значении μ_0 .

Следует также отметить, что кроссмодуляция радиоволн в плазме была рассмотрена выше лишь для случая низкой частоты $\Omega \ll \nu_0$. Чтобы решить эту же задачу при произвольном Ω , необходимо вначале найти, каковы в этом общем случае возмущения эффективной температуры электронов, вызываемые возмущающей волной (см. [20]), а затем уже определить, как под воздействием этих возмущений изменяется поглощение волны E_2 . Соответствующее рассмотрение приводит к простому результату в случае малого μ_0 ($\mu_0 \lesssim 1/2$) и при высокой частоте возмущающей волны ($\omega_1^2 \gg \nu_0^2$):

$$\mu'(\Omega) = \mu'(0) \frac{\delta \nu_0 \tau_0}{\sqrt{\Omega^2 + (\delta \nu_0 \tau_0)^2}}; \quad \operatorname{tg} \varphi' = \Omega / \delta \nu_0 \tau_0, \quad (5)$$

где $\mu'(0)$ дано выражением (3). Из (5) видно, что зависимость глубины и фазы кроссмодуляции от Ω , полученная в [1], в рассматриваемом случае сохраняет свой вид; нужно только заменить в [1] ν_0 (некоторую „среднюю“ частоту соударений по области взаимодействия) на $\nu_0 \tau_0$.

2. О РЕЗОНАНСЕ КРОССМОДУЛЯЦИИ В БЛИЗИ ГИРОЧАСТОТЫ

Рассматривая вопрос о резонансном увеличении глубины кроссмодуляции при частоте возмущающей волны ω_1 , близкой к гирочастоте ω_H , достаточно учитывать воздействие необыкновенной возмущающей волны **, поскольку обыкновенная волна вызывает

* Оценивая значение E_n для этих условий, имеем: $E_n \approx 27,5 \text{ мв} \cdot \text{м}^{-1}$, в то же время при $P = 520 \text{ квт}$: $E_0 = 36 \cos \beta \approx 20 \text{ мв} \cdot \text{м}^{-1}$ (здесь учтено, что вследствие влияния магнитного поля Земли при $\omega_1 \ll \omega_H$ возмущение в плазме вызывает не полный вектор напряженности электрического поля, а лишь его проекция на направление магнитного поля $E \cos \beta$; среднее значение $\cos \beta$ близко к 0,58). Таким образом, возмущающая волна при максимальной мощности излучения $P = 520 \text{ квт}$ вызывала изменение эффективной температуры электронов в среднем на 50%, т. е. не являлась достаточно сильной. Последнее обстоятельство в значительной степени обусловлено тем, что область взаимодействия была удалена от возмущающей станции на значительное расстояние ($r \approx 190 \text{ км}$), если бы взаимодействие происходило непосредственно над возмущающей станцией ($r \sim 100 \text{ км}$), то можно было бы ожидать более существенной нелинейности в зависимости μ' от P (см. рис. 1а). Однако наиболее ярко нелинейность проявится, если удастся понизить частоту ω_1 (см. рис. 1б). Для того, чтобы ярко наблюдать нелинейность, необходимо провести измерения при достаточно большом числе значений P , причем несколько измерений — при малых $P \sim 50-100 \text{ квт}$ (чтобы было видно, как должна идти прямая, изображающая линейную зависимость μ' от P). Заметим также, что в [5.8] были неудачно выбрана частота модуляции (при высокой частоте модуляции зависимость μ' от P ближе к линейной) (см. (5)).

** Здесь для простоты предполагается, что возмущающая волна распространяется продольно. Заметим в связи с этим, что, как показал Железняков [22], в случае непротяженного распространения возмущающей волны вследствие влияния поляризационных поправок зависимость μ от ω может, вообще говоря, изменяться; в частности, резонансные эффекты происходят уже не при гирочастоте ($\omega_{рез} = \omega_H$), а при несколько иной частоте, величина которой изменяется от ω_H до $\omega_H \sqrt{1 + \omega_0^2/\omega_H^2}$ в зависимости от направления распространения волны (здесь $\omega_0 = \sqrt{4\pi Ne^2/m}$ — лэнгмюровская частота плазмы). Однако проведенное в настоящем разделе рассмотрение показывает, что резонанс кроссмодуля-

лишь незначительную кроссмодуляцию ($\mu' \leq 1\%$ при $P < 500 \text{ квт}$), и, кроме того, возмущения, вызванные этой волной в плазме, не обладают резонансными свойствами при $\omega_1 \sim \omega_H$. Тогда глубина кроссмодуляции по-прежнему определяется формулой (3), где следует ω_1^2 заменить на $\omega_1'^2 = (\omega_1 - \omega_H)^2$ и E_0 на $E_0' = E_0/\sqrt{2}$ (см. [20, 21]). Однако, как отмечалось выше, условия для применения формулы (3) не выполнены, если точка отражения волны E_2 лежит в области взаимодействия. В то же время в экспериментах [15, 16], в которых наблюдался резонанс кроссмодуляции, возмущению подвергалась как раз окрестность точки отражения волны E_2 ; это обстоятельство подчеркивалось в [16]. Поэтому при рассмотрении вопроса о резонансе кроссмодуляции вблизи гироастоты необходимо учесть влияние возмущающей волны на точку отражения волны E_2 .

Примем для простоты, что возмущающая волна слабая и что ω_2 (частота волны E_2) больше, чем частота соударений электрона ν_0 . В этом случае глубина кроссмодуляции определяется следующим выражением [7] § 64:

$$\mu' = \frac{\omega_2}{c} \int_s z_2 \frac{\Delta\nu}{\nu_0} ds = \frac{\omega_2}{c} \int_s z_2 \mu_0 \frac{e^2 E^2(s)}{3mkT \delta (\omega_1'^2 + \nu_0^2)} ds, \quad (6)$$

где $\Delta\nu$ — амплитуда периодических возмущений частоты соударений электрона, вызванных возмущающей волной, z_2 — коэффициент поглощения волны E_2 , $\omega_1' = \omega_1 - \omega_H$, $E(s)$ — амплитуда возмущающей волны в точке s ; интегрирование ведется по всему пути волны E_2 в плазме S . Учтем теперь, что при $\omega_2^2 \gg \nu_0^2$ полное поглощение волны E_2 в ионосфере (включая точку отражения) почти всегда дается формулой:

$$K_2 = \frac{\omega_2}{c} \int_s z_2 ds = \frac{2\omega_2}{c} \int_0^{z_0} \frac{2\pi\sigma_2}{\omega_2 \sqrt{\epsilon_2}} dz [1 + O(\nu_0^2/\omega_2^2)], \quad (7)$$

где z_0 — точка отражения волны E_2 , σ_2 и ϵ_2 — проводимость и диэлектрическая проницаемость плазмы для этой волны*. Тогда, произведя в (7) тривиальное преобразование

ции осуществляется фактически лишь в условиях, когда взаимодействие волн происходит в начале ионосферного слоя в области, где лэнгмюровская частота невелика ($\omega_0 \ll 2 \cdot 10^6$). Роль поляризационной поправки в этих условиях мало существенна: например, сдвиг резонансной частоты $\frac{\omega_{\text{рез}} - \omega_H}{\omega_H} \approx \frac{1}{2} \frac{\omega_0^2}{\omega_H^2} \ll 2\%$. Благодаря этому резонансный эффект и вид резонансной кривой в первом приближении не зависят от направления распространения возмущающей волны, так что достаточно ограничиться простым случаем продольного распространения.

* В самом деле, воспользовавшись известным точным решением для линейного слоя (см. [7] § 66), нетрудно показать, что формула (7) справедлива для линейного слоя:

$$K = -\text{Im} \left(\frac{4}{3} \frac{\omega}{c} z_0 \frac{(1 + i\alpha)^{3/2}}{1 + i\beta} \right) \approx \\ \approx \frac{2\omega}{c} z_0 \left(\alpha + \frac{2}{3} \beta \right) \left\{ 1 + O(\beta^2, \alpha^2, \alpha\beta) \right\} = \frac{2\omega}{c} \int_0^{z_0} \frac{2\pi\sigma}{\omega \sqrt{\epsilon}} dz \left\{ 1 + O(\nu_0^2/\omega^2) \right\}$$

(здесь $\alpha + \beta z/z_0 = 4\pi\sigma/\omega$). Сшивая теперь, как обычно, решение для линейного слоя с приближением геометрической оптики в остальной части слоя и учитывая, что в области, где справедлива геометрическая оптика, коэффициент поглощения χ равен $2\pi\sigma/\omega \sqrt{\epsilon}$ с точностью $O(\nu_0^2/\omega^2)$, приходим к формуле (7). Заметим, что $\gamma = z_0 (\partial^2\epsilon/\partial z^2)_{z=z_0}/4 (\partial \epsilon/\partial z)_{z=z_0}$ и, следовательно, формула (7) неприменима лишь при $(\partial \epsilon/\partial z)_{z=z_0} \approx 0$, т. е. для частот, близких к критической частоте слоя.

$$\frac{2\pi\alpha_2}{\omega_2\sqrt{\epsilon_2}} = \frac{2\pi\alpha_2}{\omega_2 \cos \varphi_2} + \frac{2\pi\alpha_2(\cos \varphi_2 - \sqrt{\epsilon_2})}{\omega_2 \sqrt{\epsilon_2} \cos \varphi_2}$$

(φ_2 — угол падения волны E_2), подставляя (7) в выражение для μ' и учитывая, что

$$\frac{\omega_2}{c} \frac{2\pi\alpha_2}{\omega_2} = \frac{\omega_1}{c} \frac{2\pi\alpha_1}{\omega_1} \frac{\omega_1'^2 + v_0^2}{\omega_2^2 + v_0^2} = - \frac{dE}{dz} \frac{\omega_1'^2 + v_0^2}{\omega_2^2 + v_0^2},$$

можно легко провести интегрирование в (6) и получить следующее выражение для глубины кроссмодуляции:

$$\begin{aligned} \mu' &= \mu_0 \frac{e^2 E_0^2}{6kTm \delta \omega_2^2 \cos \varphi_2} [1 - \exp \{-2K_1^0\} + f(K_1^0)] = \\ &= \mu_\infty [1 - \exp \{-2K_1^0\} + f(K_1^0)]. \end{aligned} \quad (8)$$

Здесь $K_1^0 = \frac{\omega_1}{c} \int_0^{z_0} x_1 dz$ — поглощение возмущающей волны до точки отражения волны E_2 , а

$$f(K_1^0) = \frac{2\omega_1}{c} \int_0^{z_0} x_1 \exp \{-2K_1^0\} \frac{\cos \varphi_2 - \sqrt{\epsilon_2}}{\sqrt{\epsilon_2}} dz. \quad (8')$$

Если положить в (8') $\epsilon_2 = \epsilon_2(0) = \cos^2 \varphi_2$, то $f(K_1^0) \equiv 0$ и формула (8) совпадает с (3) (при $n_2 = \cos \varphi_2$, $n_1 = 1$), как это и должно быть*. Следовательно, $\Delta\mu' = \mu_\infty f(K_1^0)$ — это изменение μ' , которое возникает за счет отклонения $\epsilon_2(z)$ от его значения на границе плазмы ($\epsilon_2(0) = \cos^2 \varphi_2$); наибольший вклад в $\Delta\mu'$, естественно, дает окрест-

ность точки отражения волны E_2 , в которой $\epsilon_2 \sim 0$. Вид функции $f(K_1^0)$ слабо зависит от характера изменения с высотой z плотности электронов $N(z)$. Это видно из рис. 3, где приведены графики функции $f(K_1^0)$ для различного типа зависимостей N от z : $N = N_0(z/z_0)^n$, где $n = 1, 3, \infty$. Пунктиром на том же рисунке нанесена кривая $1 - \exp \{-2K_1^0\}$; сравнивая ее с $f(K_1^0)$, видим, что при малых значе-

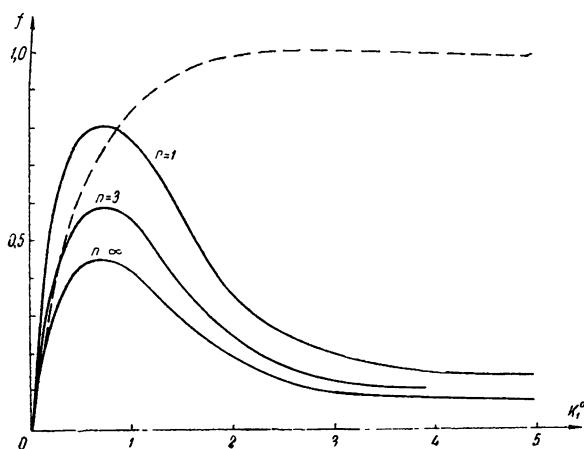


Рис. 3.

* Следует отметить, что в формуле (8) должен, вообще говоря, появиться множитель $1/2$ за счет того, что эффективная мощность необыкновенной возмущающей волны в два раза меньше, чем мощность плоскополяризованной волны ($E'_0 = E_0 / \sqrt{2}$). Однако в (8) принято, что возмущению подвергается весь путь волны в плазме, в то время как выше (в разделе 1) рассматривалась лишь кроссмодуляция на пути волны E_2 в одну сторону (например, до точки отражения); это и приводит к обратному множителю 2.

ниях K_1^0 учит поправки $\Delta\mu'$ является весьма существенным, а при больших K_1^0 поправка незначительна, как это и должно быть; максимальное значение $\Delta\mu'$ в $1,5 \div 2$ раза меньше, чем μ_∞' .

Проанализируем теперь выражение (8). Прежде всего, из него следует, что глубина кроссмодуляции слабо зависит от частоты возмущающей волны в условиях, когда возмущающая волна достаточно сильно затухает в области взаимодействия (т. е. при $K_1^0 \geq 1$):

$$\mu' \approx \mu_\infty' = \mu_0 \frac{e^2 E_0^2}{6kTm \delta \omega_2^2 \cos \varphi_2}. \quad (9)$$

Отсюда ясно, что глубина кроссмодуляции на гирочастоте (при $\omega_1 \approx \omega_H$) не должна превосходить глубину кроссмодуляции на другой частоте ω_1 , для которой $K_1^0 \geq 1$. Причина этого эффекта заключается в том, что хотя необыкновенная волна E_1 при $\omega_1 \approx \omega_H$ и вызывает очень сильные возмущения в плазме, однако она затухает в очень тонком слое. Напротив, если частота волны E_1 существенно отличается от гирочастоты, то хотя вызываемые ею возмущения значительно слабее, чем при $\omega_1 \approx \omega_H$, возмущенный слой, соответственно, значительно толще. Поэтому суммарная глубина кроссмодуляции не зависит от частоты возмущающей волны, если волна E_2 проходит через весь возмущенный слой ($K_1^0 \geq 1$); в этом случае осуществляется как бы „полная“ кроссмодуляция.

Этот вывод (он был сделан также в [6]) находится в согласии с результатами экспериментов, проведенных в Англии [8, 5, 11]. В этих опытах кроссмодуляция при $\omega_1 \approx \omega_H$, $P \sim 100 \text{ квт}$, $\omega_2 = 4,9 \cdot 10^6 \text{ сек}^{-1}$ была не сильнее наблюдавшейся обычно при $\omega_1 = 10^6 \text{ сек}^{-1}$, $\omega_2 = 4,9 \cdot 10^6 \text{ сек}^{-1}$, $P \sim 100 \text{ квт}$ (см. введение).

Однако из формулы (8) следует также, что с уменьшением частоты ω_2 максимальное значение глубины кроссмодуляции возрастает пропорционально $1/\omega_2^2$ *:

$$\frac{\mu'_{\max}}{\mu_0} \frac{\cos \varphi_2}{P(\text{кв})} \approx (1,6 \div 1) \frac{e^2 (E_0^2/P)}{6kTm \delta \omega_2^2} \approx (8 \div 5) 10^{-3} \left(\frac{10^6}{\omega_2} \right)^2. \quad (9')$$

Это соотношение, как видно из рис. 4, подтверждается данными всех экспериментов по кроссмодуляции на гирочастоте.

Анализируя ход зависимости μ' от ω_1 при низкой частоте ω_2 , убеждаемся, что в этом случае при частоте ω_1 , близкой к ω_H , имеет место ярко выраженное резонансное увеличение глубины кроссмодуляции. Причина резонанса в том, что волна E_2 при низкой частоте ω_2 (или большом угле падения φ_2) распространяется в очень тонком слое плазмы, благодаря чему „полная“ кроссмодуляция ($K_1^0 \geq 1$) осуществляется только для частот ω_1 , близких к ω_H .

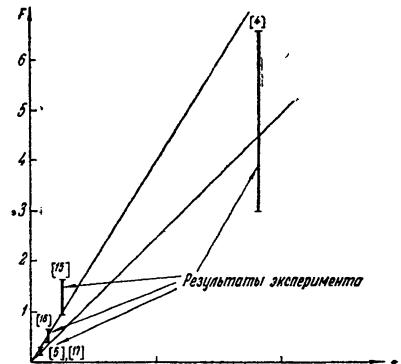


Рис. 4. Зависимость $F = \frac{\mu'_{\max}}{\mu_0} \frac{\cos \varphi_2}{P} \cdot 10^3$ от $(10^6/\omega_2)^2$.

* Здесь существенно, что при выводе формулы (8) пренебрегается влиянием магнитного поля Земли на волну E_2 , что справедливо лишь для обыкновенной волны E_2 при поперечном распространении. В (9') принято, что расстояние от возмущающей станции до области взаимодействия равно 100 км, и, кроме того, учтено, что возмущающая волна не всегда распространяется продольно (это приводит в среднем к уменьшению ее эффективной мощности в 1,5 раза).

Зависимость μ' от ω_1 при $\omega_1 \sim \omega_H$ и при низкой частоте волны E_2 изображена на рис. 5а (сплошные кривые). Из рисунка видно, что резонансная кривая носит одногорбый или двугорбый характер; двугорбность ярко выражена в условиях, когда $K_1^0(\omega_H) > 1$. Пунктиром на том же рисунке нанесена кривая, построенная без учета влияния возмущающей волны на точку отражения волны E_2 ; из рисунка видно, что учет $\Delta\mu'$ существенно сказывается на форме резонансной кривой. Форма резонансных кривых, изображенных на рис. 5а, находится в хорошем соответствии с экспериментом.

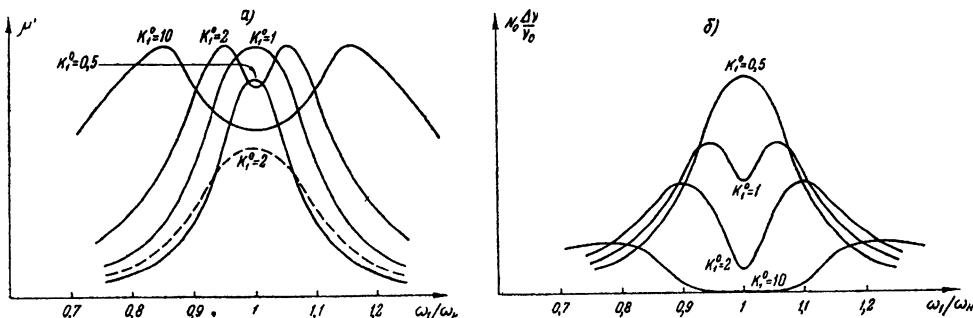


Рис. 5.

На рис. 5б приведены известные кривые [2], изображающие зависимость $N_0 \frac{\Delta v}{v_0}$ от $\frac{\omega_1}{\omega_H}$ и построенные для тех же условий, что и кривые на рис. 5а. Сравнивая оба рисунка, убеждаемся, что ход зависимости μ' и $N_0 \frac{\Delta v}{v_0}$ от частоты ω_0 существенно различен*.

3. О ФАЗЕ КРОССМОДУЛЯЦИИ

В [3] показано, что результат расчета глубины кроссмодуляции с помощью кинетической теории, учитывающей распределение по скоростям электронов плазмы, с точностью до 10–15% совпадает с полученным в принимаемой обычно „элементарной“ теории [1]. При этом, однако, выражение для функции распределения электронов, а следовательно, и для глубины кроссмодуляции удалось найти лишь в предельных случаях высокой ($\Omega \gg \delta v$) и низкой ($\Omega \ll \delta v$) частоты модуляции, что, в частности, не давало возможности определить зависимость фазы кроссмодуляции φ' от частоты модуляции. Вместе с тем, измерения зависимости φ' от Ω при кроссмодуляции являются наиболее точными [8, 10], и поэтому существенно знать, к какому результату приводит в этом случае кинетическая теория (элементарная теория приводит, как известно, к простому соотношению $\operatorname{tg} \varphi_{\text{элем}} = \Omega/\delta v$).

Результат соответствующего расчета изложен в настоящем разделе; возмущающая волна для простоты предполагалась слабой. Обычным методом найдены последующие приближения для функций распределения в разложении по степеням $\delta v_0/\Omega$ (при $\Omega \gg \delta v_0$) и $\Omega/\delta v_0$ (при $\Omega \ll \delta v_0$), которые имеют следующий вид ($\omega_1^2 \gg v_0^2$):

* В [2] предполагалось, что глубина кроссмодуляции пропорциональна $N_0 \frac{\Delta v}{v_0}$, где N_0 — плотность электронов в точке отражения волны E_2 .

$$f_0 = f_{00} + \frac{2\mu_0 e^2 E_0^2}{3kTm\delta\omega_1^2} f_{00} \left[\left(u^2 - \frac{3}{2} \right) \cos \Omega t + \right. \\ \left. + \frac{16}{3\sqrt{\pi}} \left(u - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \right) \sin \Omega t + 0 \left(\frac{\Omega^2}{\delta^2 v_0^2} \right) \right],$$

если $\Omega \ll \delta v_0$, и

$$f_0 = f_{00} + \frac{\sqrt{\pi} e^2 E_0^2 \nu_0 \mu_0}{32kTm\Omega\omega_1^2} f_{00} \left\{ \left[(4u^3 - 8u) + \frac{9\pi}{64} \left(\frac{\delta v_0}{\Omega} \right)^2 (-12u^5 + 55u^3 - \right. \right. \\ \left. \left. - 38u) \right] \sin \Omega t + \left[\frac{3\sqrt{\pi}}{8} \frac{\delta v_0}{\Omega} (6 - 16u^2 + 6u^4) - \frac{27\pi^{3/2}}{256} \left(\frac{\delta v_0}{\Omega} \right)^3 \left(\frac{57}{2} - \right. \right. \\ \left. \left. - \frac{905}{4} u^2 + \frac{375}{2} u^4 - 30u^6 \right) \right] \cos \Omega t + 0 \left(\frac{\delta^4 v_0^4}{\Omega^4} \right) \right\},$$

если $\Omega \gg \delta v_0$. Здесь $u = v/\sqrt{2kT/m}$, а $f_{00}(v)$ — максвелловская функция распределения электронов по скоростям.

Вычисляя далее фазу кроссмодуляции, находим, что при $\Omega \ll \delta v_0$

$$\operatorname{tg} \varphi_k' = \left(8 - \frac{64}{3\pi} \right) \frac{\Omega}{\delta v_0} \approx 1,22 \frac{\Omega}{\delta v_0},$$

а при $\Omega \gg \delta v_0$

$$\operatorname{tg} \varphi_k' = \frac{\Omega}{\delta v_0} \left[1 + \frac{9\pi}{128} \left(\frac{\delta v_0}{\Omega} \right)^2 \right] \approx \frac{\Omega}{\delta v_0} \left[1 + 0,22 \left(\frac{\delta v_0}{\Omega} \right)^2 \right].$$

Полученные выражения позволяют построить (приближенно) зависимость $\operatorname{tg} \varphi_k'/\operatorname{tg} \varphi_{\text{элем}}$ от $\Omega/\delta v_0$, которая представлена на рис. 6. Как видно из рисунка, получившееся отклонение от результата элементарной теории довольно значительно; оно, по-видимому, доступно экспериментальной проверке. Соответствующие измерения позволили бы сделать заключение о характере распределения по скоростям электронов в ионосфере (в настоящем расчете оно предполагалось максвелловским).

Автор признателен В. Л. Гинзбургу за интерес к работе.

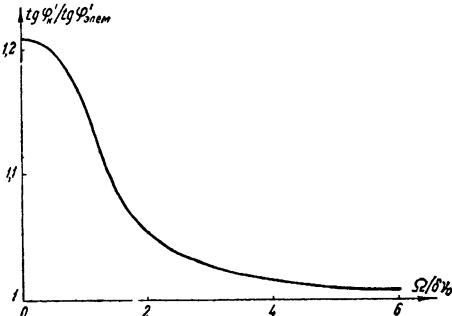


Рис. 6.

ЛИТЕРАТУРА

- V. Bailey, D. Martyn, Phil. Mag., **18**, 369 (1934).
- V. Bailey, Phil. Mag., **23**, 724, 929 (1937); **26**, 425 (1938).
- B. Л. Гинзбург, Изв. АН СССР, сер. физ., **12**, 293 (1948).
- L. Huxley, Nuovo Cimento, Suppl., **9**, 59 (1952).
- J. Shaw, Proc. Phys. Soc., **B 64**, 1 (1951).
- С. А. Жевакин, В. М. Файнин, ЖЭТФ, **30**, 518 (1956).
- Я. Л. Альперт, В. Л. Гинзбург, и Е. Л. Фейнберг, Распространение радиоволн, ГИГТЛ, М., 1953.
- J. Ratcliffe, J. Shaw, Proc. Roy. Soc., **A 193**, 311 (1948).
- L. Huxley, H. Foster, C. Newton, Proc. Phys. Soc., **B 61**, 134 (1948); Nature, **159**, 300 (1947).
- L. Huxley, J. Ratcliffe, Proc. IEE, **III, 96**, 443 (1949).
- L. Huxley, Proc. Roy. Soc., **A 200**, 486 (1950).

12. L. Huxley, Proc. Roy. Soc., A **218**, 507 (1953).
13. J. Feyer, J. Atm. Terr. Phys., **7**, 322 (1955).
14. L. Huxley, Proc. Roy. Soc., A **229**, 405 (1955).
15. M. Cutolo, Nature, **160**, 834 (1947); **166**, 98 (1950); **167**, 314 (1951).
16. V. Bailey, R. Smith, K. Landecker, A. Higgs, F. Hibberd, Nature, **169**, 911, (1952).
17. D. Bell, Proc. Phys. Soc., B **64**, 1053 (1951).
18. V. Bailey, Nature, **139**, 68, 838 (1937).
19. А. В. Гуревич, Радиотехника и электроника, **1**, 704 (1956).
20. А. В. Гуревич, Изв. высш. уч. зав. — Радиофизика **1**, 4, 21 (1958).
21. А. В. Гуревич, ЖЭТФ, **30**, 1112 (1956).
22. В. В. Железняков, Изв. высш. уч. зав. — Радиофизика, **1**, 5—6, 29 (1958).

Физический институт им. П. Н. Лебедева.
АН СССР

Поступила в редакцию
журнала "Радиотехника и
электроника" 20 июня 1957 г.
Поступила в редакцию
5 мая 1958 г.