

## АЛГЕБРАИЧЕСКИЙ МЕТОД СИНТЕЗА СХЕМ НА ТРИГГЕРНЫХ ЯЧЕЙКАХ

М. Л. Цетлин, Г. С. Эйдус

Рассматривается приложение алгебраического метода синтеза непримитивных схем к синтезу схем на триггерных ячейках.

Синтез схем на триггерах, широко применяющихся в математических машинах и устройствах автоматики, часто оказывается весьма громоздким; развитые в [1] методы синтеза не всегда удобны. В этой работе алгебраический метод синтеза непримитивных схем [2] применяется к схемам на триггерных ячейках (так же, как в [3], где это сделано по отношению к схемам на электромагнитных реле). Дальнейшее изложение предполагает знакомство читателя с работой [2].

Будем рассматривать схемы, предназначенные для переработки информации, периодически поступающей на входы устройства. Поскольку масштаб времени нас не интересует, будем считать, что время принимает значения 0, 1, 2, ... . Предположим также, что подаваемые на входные шины схемы или снимаемые с ее выходных шин сигналы могут быть реализованы лишь в виде двух значений, различающихся уровнями напряжения, наличием или отсутствием импульса.

Условимся обозначать сигнал той же буквой, что и соответствующую шину, а момент времени  $t$  — подстрочным индексом, так что, например, состояние шины  $z$  в момент  $t$  будет записываться в виде  $z_t$ . Одному из возможных состояний шины будем приписывать число 1, а другому — число 0.

Рассмотрим схему, имеющую  $n+s$  входных шин  $x^1, \dots, x^{n+s}$  и  $p+s$  выходных шин  $f^1, \dots, f^{p+s}$ . Будем называть схему *примитивной*, если состояние выходных шин в момент времени  $t$  определяется состоянием входных шин в тот же момент времени. В этом случае уравнение, связывающее состояния входных и выходных шин, имеет вид:

$$f_t^i = f^i(x_1^1, \dots, x_{t-1}^1, x_t^1, x_{t+1}^1, \dots, x_{t+n}^1, x_{t+n+1}^1, \dots, x_{t+n+s}^1), \quad i = 1, 2, \dots, p+s. \quad (1)$$

Для реальных схем такое определение и формула (1) не совсем точны, так как всегда имеются паразитные емкости и индуктивности, создающие некоторые задержки между эффектами на входе и на выходе. Эти задержки в ряде случаев играют весьма важную роль; однако в рамках настоящей работы они не учитываются.

Любая примитивная схема может быть построена из ряда элементарных схем. В дальнейшем в качестве таких элементарных схем мы будем рассматривать схемы логического умножения („и“), суммирования („или“) и инверсии („не“), схемные реализации которых хорошо известны (см., например, [7])\*.

\* Заметим, что, вообще говоря, любые схемы можно построить из меньшего числа элементарных схем (например, из схем „не“ и „или“).

## 1. НЕПРИМИТИВНЫЕ СХЕМЫ

Для построения схем с обратными связями нам понадобится еще один элемент — так называемый элемент задержки, т. е. такой двухполюсник, у которого состояние выхода  $f$  в момент времени  $t+1$  совпадает с состоянием входа  $x$  в момент  $t$ . Работа элемента задержки описывается уравнением  $f_{t+1} = x_t$ . Физически элементы задержки часто представляют собой специальные устройства (электромагнитные, акустические, магнитострикционные и т. п. линии задержки); необходимая задержка может быть получена также и другими способами (например, за счет паразитных параметров схемы).

Возвращаясь к рассмотрению схемы (1), введем обратные связи. Для этого соединим выходные шины  $f^{p+1}, \dots, f^{p+s}$  с входными шинами  $x^{n+1}, \dots, x^{n+s}$  с помощью элементов задержки, как это показано на рис. 1. Полученную таким образом схему мы будем называть *непримитивной* схемой с  $s$  обратными связями.

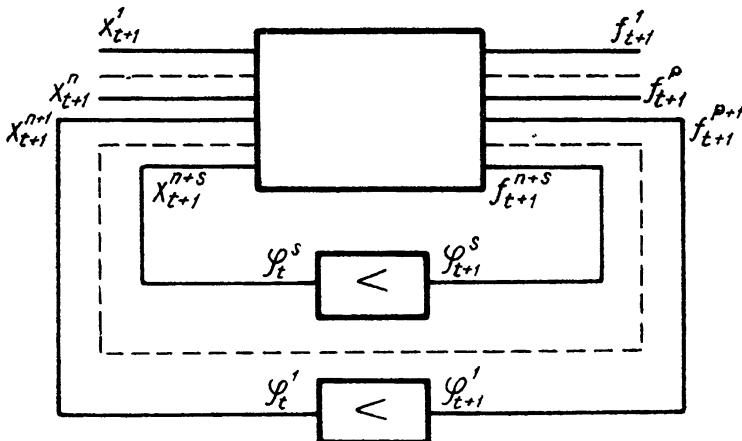


Рис. 1.

Обозначим состояния входных шин  $x^{n+i}$  в момент  $t+1$  через  $\varphi_t^i$  ( $i = 1, 2, \dots, s$ ); тогда состояние выходных шин  $f^{p+i}$  ( $i = 1, 2, \dots, s$ ) будет соответственно  $\varphi_{t+1}^i$ . В этих обозначениях уравнения непримитивной схемы имеют вид:

$$f_{t+1}^j = f^j(x_{t+1}^1, \dots, x_{t+1}^n; \varphi_t^1, \dots, \varphi_t^s), \quad j = 1, 2, \dots, p; \quad (2a)$$

$$\varphi_{t+1}^i = f^i(x_{t+1}^1, \dots, x_{t+1}^n; \varphi_t^1, \dots, \varphi_t^s), \quad i = 1, 2, \dots, s. \quad (2b)$$

Заметим, что как входы, так и выходы элементов задержки могут быть использованы в качестве выходных шин схемы\*.

Примером непримитивной схемы является схема реостатного триггера (электронного реле с двумя устойчивыми состояниями; см. рис. 2). О физических принципах работы триггеров и методике их расчета см., например, [4, 5]. Здесь мы ограничимся рассмотрением лишь логики работы триггера, т. е. рассмотрим его в качестве непримитивной схемы. Это позволит нам использовать для синтеза схем на триггерах метод, развитый в [2].

Пусть в некоторый момент времени  $t+1$  правый триод открыт. При подаче отрицательного импульса на сетку этого триода он

\* Случай применения элементов задержки с разными временами задержки может быть сведен к уравнениям (2).

запрется, а левый станет проводящим, т. е. схема изменит состояние. Если же в момент  $t+1$  подать отрицательный импульс на сетку левого триода, то схема состояния не изменит. Если в момент  $t+1$  проводящим был левый триод, то для изменения состояния необходимо подать отрицательный импульс на сетку левого триода. В случае подачи импульсов на сетки обоих триодов схема также изменит состояние.

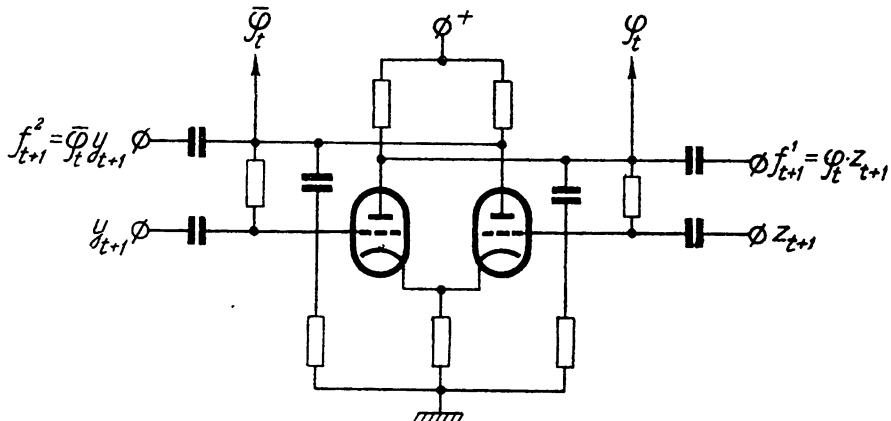


Рис. 2.

Будем описывать состояние триггера в момент  $t+1$  величиной  $\varphi_t$ . При этом будем считать, что  $\varphi_t = 0$ , если в момент  $t+1$  открыт левый триод (триггер „выключен“), и  $\varphi_t = 1$ , если он заперт (триггер „включен“). Таким образом, величина  $\varphi_t$  связана с напряжением на аноде левого триода:  $\varphi_t = 1$ , если это напряжение близко к напряжению источника анодного питания, и  $\varphi_t = 0$ , если оно понижено вследствие падения напряжения на сопротивлении анодной нагрузки. Величина  $\varphi_t$  аналогично связана с напряжением на аноде правого триода.

Для того, чтобы составить уравнение триггера, введем величины  $y_{t+1}$  и  $z_{t+1}$  так, что  $y_{t+1} = 1$  (соответственно  $z_{t+1} = 1$ ), если в момент  $t+1$  подан отрицательный управляющий импульс на сетку левого (правого) триода, и  $y_{t+1} = 0$  ( $z_{t+1} = 0$ ), если импульс в момент  $t+1$  на сетке левого (правого) триода отсутствует. Тогда уравнение триггера с двумя раздельными входами будет иметь вид:

$$\varphi_{t+1} = y_{t+1} \bar{\varphi}_t \vee z_{t+1} \varphi_t. \quad (3)$$

Не исключено, конечно, что импульсы всегда подаются одновременно на сетки обоих триодов. В этом случае для триггера с одним входом  $y_{t+1} = z_{t+1}$  и уравнение (3) можно переписать в виде:

$$\varphi_{t+1} = z_{t+1} \bar{\varphi}_t \vee \bar{z}_{t+1} \varphi_t. \quad (4)$$

Различают два типа выходов: *статические* выходы, если выходные шины подключаются непосредственно к анодам триодов, и *динамические* выходы, если выходные шины подключаются к анодам через разделительные конденсаторы (см. рис. 2). Эти конденсаторы и входные сопротивления последующих каскадов образуют дифференцирующие цепи, их постоянные времени должны выбираться меньше „времени переброса триггера“.

При использовании статических выходов сигналами, снимаемыми с левого и правого анодов, являются соответственно величины  $\varphi_t$  и  $\bar{\varphi}_t$ .

При отпирании какого-либо из триодов триггера на его анодной нагрузке возникает отрицательный перепад напряжения, а на соответствующем динамическом выходе триггера (после разделятельного конденсатора) — отрицательный импульс\*.

Обозначив буквами  $f_{t+1}^1$  и  $f_{t+1}^2$  состояния динамических выходов в момент  $t + 1$  (эти величины равны единице при наличии отрицательного импульса), напишем уравнения, связывающие  $f_{t+1}^1$  и  $f_{t+1}^2$  с состояниями входов и состоянием триггера:

$$f_{t+1}^1 = \varphi_t z_{t+1}; \quad (5)$$

$$f_{t+1}^2 = \bar{\varphi}_t y_{t+1}. \quad (6)$$

Для триггера с одним входом (5) и (6) переходят в соотношения

$$f_{t+1}^1 = \varphi_t z_{t+1}; f_{t+1}^2 = \bar{\varphi}_t z_{t+1}. \quad (7)$$

Уравнения вида (26) легко приводятся к виду (3), если положить:

$$y_{t+1}^i = \varphi^i (x_{t+1}^1, \dots, x_{t+1}^n; \varphi_t^1, \dots, \varphi_t^{i-1}, 0, \varphi_t^{i+1}, \dots, \varphi_t^s); \quad (8)$$

$$z_{t+1}^i = \bar{\varphi}^i (x_{t+1}^1, \dots, x_{t+1}^n; \varphi_t^1, \dots, \varphi_t^{i-1}, 1, \varphi_t^{i+1}, \dots, \varphi_t^s)$$

для триггера с двумя входами, и к виду (4), если положить:

$$z_{t+1}^i = \bar{\varphi}_t^i \varphi^i (x_{t+1}^1, \dots, x_{t+1}^n; \varphi_t^1, \dots, \varphi_t^{i-1}, 0, \varphi_t^{i+1}, \dots, \varphi_t^s) \vee \\ \vee \varphi_t^i \bar{\varphi}^i (x_{t+1}^1, \dots, x_{t+1}^n; \varphi_t^1, \dots, \varphi_t^{i-1}, 1, \varphi_t^{i+1}, \dots, \varphi_t^s) \quad (9)$$

для триггера с одним входом \*\*.

Функции типа (8) и (9) мы будем называть переключающими функциями триггеров.

В силу формул (8) и (9) любое уравнение непримитивной схемы может быть реализовано с помощью триггеров; при этом управляющие импульсы необходимо формировать в соответствии с уравнениями (8) или (9). Так, например, для схемы электрического звонка, описываемой уравнением  $\varphi_{t+1} = x_{t+1} \varphi_t$ , с помощью (8) получаем:  $y_{t+1} = x_{t+1}$  и  $z_{t+1} = 1$ . Последнее уравнение означает, что на сетку правого триода в каждый момент времени необходимо подавать отрицательный импульс.

Рассмотрим схему, включающую в себя  $s$  триггерных ячеек. Для такой схемы возможны всего  $2^s$  состояний; их можно перенумеровать числами  $0, 1, 2, \dots, 2^s - 1$ . Условие перехода схемы в момент времени  $t + 1$  из состояния с номером  $k$  в состояние с номером  $l$  является функцией состояния входных шин схемы; обозначим ее через  $a_{kl}(x_{t+1}^1, \dots, x_{t+1}^n)$  (см. [2]). Эта функция определяет элемент матрицы состояний \*\*\*

$$A = || a_{\alpha_s, \dots, \alpha_1; \beta_s, \dots, \beta_1} (x_{t+1}^1, \dots, x_{t+1}^n) ||,$$

\* При запирании триода на соответствующем динамическом выходе образуется положительный импульс. Этот импульс иногда „резают“ диодами. Если же динамические выходы триггеров используются снова для управления триггерами, то применение этих диодов необязательно, так как чувствительность триггеров к положительным импульсам, подаваемым в сетки, невелика.

\*\* Соотношения (8) и (9) легко получить, если учесть, что любую функцию алгебры логики  $f(u_1, \dots, u_q)$  можно представить в виде:  $f(u_1, \dots, u_q) = u_j f(0) \vee u_j f(1)$  или  $f(u_1, \dots, u_q) = u_j f_z \vee u_j \bar{f}_z$ . Здесь  $j=1, 2, \dots, q$ ;  $f(0) = f(u_1, \dots, u_{j-1}, 0, u_{j+1}, \dots, u_q)$ ;  $f(1) = f(u_1, \dots, u_{j-1}, 1, u_{j+1}, \dots, u_q)$  и  $f_z = \bar{u}_j f(0) \vee u_j \bar{f}(1)$ .

\*\*\* Обозначения  $\alpha_s, \dots, \alpha_1$  и  $\beta_s, \dots, \beta_1$  связаны с записью чисел  $k$  и  $l$  в двоичной системе счисления;  $\alpha_i$  и  $\beta_i$  — цифры соответствующих разрядов этой записи.

которая может быть написана по заданной схеме (анализ) или составлена, исходя из требований к работе схемы (синтез). Для построения схемы по матрице состояний оказывается возможным непосредственное определение переключающих функций, а, тем самым, и построение схемы. Необходимые вычисления могут производиться по формулам \*:

$$\varphi_{t+1}^i = \nabla a_{\alpha_s, \dots, \alpha_i; \beta_s, \dots, \beta_1} (x_{t+1}^1, \dots, x_{t+1}^n) [\varphi_t^1]^{\alpha_1} \dots [\varphi_t^{i-1}]^{\alpha_{i-1}} [\varphi_t^{i+1}]^{\alpha_{i+1}} \dots [\varphi_t^n]^{\alpha_n}; \\ \begin{array}{l} \alpha_s, \dots, \alpha_{i+1}, \alpha_{i-1}, \dots, \alpha_1; \alpha_i=0 \\ \beta_s, \dots, \beta_{i+1}, \beta_{i-1}, \dots, \beta_1; \beta_i=1 \end{array} \quad (10a)$$

$$z_{t+1}^i = \nabla a_{\alpha_s, \dots, \alpha_i; \beta_s, \dots, \beta_1} (x_{t+1}^1, \dots, x_{t+1}^n) [\varphi_t^1]^{\alpha_1} \dots [\varphi_t^{i-1}]^{\alpha_{i-1}} [\varphi_t^{i+1}]^{\alpha_{i+1}} \dots [\varphi_t^n]^{\alpha_n}. \\ \begin{array}{l} \alpha_s, \dots, \alpha_{i+1}, \alpha_{i-1}, \dots, \alpha_1; \alpha_i=1 \\ \beta_s, \dots, \beta_{i+1}, \beta_{i-1}, \dots, \beta_1; \beta_i=0 \end{array} \quad (10b)$$

В формуле (10a) суммирование производится по всем матричным элементам, для которых  $\alpha_i = 0$  и  $\beta_i = 1$ ; в формуле (10b) суммируются элементы, для которых  $\alpha_i = 1$  и  $\beta_i = 0$ . При этом, как и в [2], принято обозначение

$$[a]_b = ab \nabla \bar{a} \bar{b}, \quad (11)$$

так что, например,

$$[\varphi^i]^1 = \varphi^i; [\varphi^i]^0 = \bar{\varphi}^i.$$

Если схема на триггерах задана, то установить закономерность ее работы (анализ) можно с помощью матрицы состояний. Для этого по чертежу схемы и формулам (3) или (4) восстанавливаются уравнения типа (26), а затем вычисляются матричные элементы  $a_{kl}$  по формуле:

$$a_{\alpha_s, \dots, \alpha_i; \beta_s, \dots, \beta_1} (x_{t+1}^1, \dots, x_{t+1}^n) = \prod_{i=1}^s [\varphi_i (x_{t+1}^1, \dots, x_{t+1}^n; \alpha_1, \dots, \alpha_s)]^{\beta_i}. \quad (12)$$

Часто оказывается удобнее не прибегать к уравнениям типа (26), а восстанавливать матрицу состояний непосредственно по переключающим функциям, которые, в свою очередь, легко найти по чертежу схемы. В этом случае можно воспользоваться соотношением

$$a_{\alpha_s, \dots, \alpha_i; \beta_s, \dots, \beta_1} (x_{t+1}^1, \dots, x_{t+1}^n) = \prod_{i=1}^s \left\{ \bar{a}_i [y^i (x_{t+1}^1, \dots, x_{t+1}^n; \alpha_1, \dots, \alpha_s)]^{\beta_i} \nabla \right. \\ \left. \nabla a_i [\bar{z}^i (x_{t+1}^1, \dots, x_{t+1}^n; \alpha_1, \dots, \alpha_s)]^{\bar{\beta}^i} \right\}, \quad (13)$$

вытекающим из (3) и (12).

\* Зная матричные элементы, можно восстановить уравнения типа (26) по формуле

$$\varphi_{t+1}^i = \nabla a_{\alpha_s, \dots, \alpha_i; \beta_s, \dots, \beta_1} (x_{t+1}^1, \dots, x_{t+1}^n) [\varphi_t^1]^{\alpha_1} \dots [\varphi_t^n]^{\alpha_n}. \\ \begin{array}{l} \alpha_s, \dots, \alpha_i \\ \beta_s, \dots, \beta_1; \beta_i=1 \end{array}$$

Используя это соотношение и тождества, приведенные в примечании на стр. 169, можно получить уравнения (10a) и (10b).

## 2. ПРИМЕРЫ СИНТЕЗА СХЕМ НА ТРИГГЕРАХ

В качестве простейшего примера рассмотрим синтез схемы последовательного преобразователя обычного двоичного кода в циклический код (код Грэя). Циклический код часто применяется при преобразовании непрерывной информации в дискретную (см., например, [6]). Код Грэя задается таблицей\*:

числа	0	1	2	3	4	5	6	7
запись в обычном коде	000	001	010	011	100	101	110	111
запись в циклическом коде	000	001	011	010	110	111	101	100

На вход схемы преобразователя подается последовательность импульсов  $x_t, x_{t+1}, x_{t+2}, \dots$ , представляющая запись числа в обычном двоичном коде; на выходе схемы преобразователя должна получиться последовательность  $f_t, f_{t+1}, f_{t+2}, \dots$ , соответствующая записи числа в циклическом коде. При этом  $x_t$  и  $f_t$  являются цифрами самых высоких разрядов,  $x_{t+1}$  и  $f_{t+1}$  — цифрами предыдущего разряда и т. д. Правило перехода от двоичного кода к циклическому несложно: старший разряд преобразуется без изменений, а все последующие разряды циклического кода определяются суммой по модулю 2 цифр предыдущего и преобразуемого разрядов двоичной записи

$$f_{t+k} = x_{t+k-1} \bar{x}_{t+k} \vee \bar{x}_{t+k-1} x_{t+k}. \quad (14)$$

В силу изложенного схема преобразователя должна быть не-примитивной, так как требуется запоминание „предыдущего“ значения входного сигнала. Так как этих значений два, то схема преобразователя должна иметь соответственно два состояния. Факт „запоминания“ предыдущего состояния записывается уравнением

$$\varphi_t = x_t. \quad (15)$$

Считая (15) уравнением триггера, с помощью (10a) и (10b) вычислим соответствующие переключающие функции:

$$y_{t+1} = x_{t+1}; \quad z_{t+1} = \bar{x}_{t+1}. \quad (16)$$

Уравнения для состояния выходной шины легко составляются с учетом (14) и (15):

$$f_{t+1} = x_{t+1} \bar{\varphi}_t \vee \bar{x}_{t+1} \varphi_t. \quad (17)$$

Нетрудно заметить, что состояние выхода преобразователя получается как сумма состояний обоих динамических выходов триггера. В самом деле, подставляя в (5) и (6) соотношения (16), получаем:  $f_{t+1}^1 = \bar{x}_{t+1} \varphi_t$  и  $f_{t+1}^2 = x_{t+1} \varphi_t$ , что в сумме дает (17). Уравнения (16) и (17) позволяют указать логическую структуру схемы преобразователя, которая изображена на рис. 3.

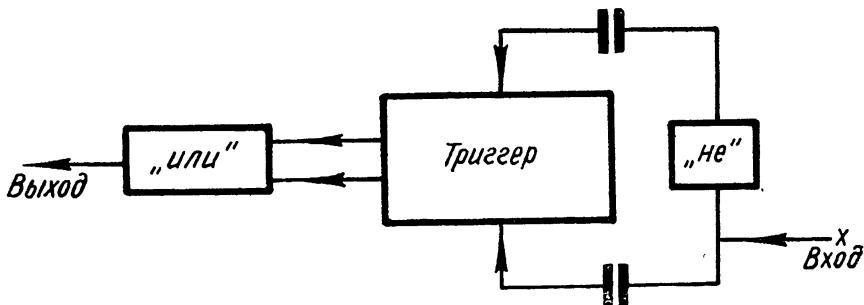


Рис. .

\* В таблице приведен трехразрядный код; вообще говоря, число разрядов может быть произвольным.

Рассмотрим теперь более сложный пример синтеза схемы на триггерах. Пусть требуется построить схему дифференциального бинарного пересчета на  $s$  триггерах („реверсивный счетчик“). Схема имеет две входные шины  $u$  и  $w$ , состояния которых описываются величинами  $u_t$  и  $w_t$ . Если импульс подан только на шину  $u$ , то номер состояния схемы увеличивается на единицу, кроме состояния с наибольшим номером, который переходит в 0. Если же импульс подан только на вход  $w$ , то номер состояния схемы уменьшается на единицу; состояние с номером 0 переходит при этом в состояние с наибольшим номером. При одновременном возбуждении или невозбуждении обеих входных шин схема сохраняет свое состояние.

В соответствии с изложенным можно выписать матрицу состояний \*

$$\left| \begin{array}{ccccccccc} [u]^w & u\bar{w} & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & \bar{u}w \\ \bar{u}w & [u]^w & u\bar{w} & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \bar{u}w & [u]^w & u\bar{w} & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ \dots & \dots \\ \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & \bar{u}w & [u]^w & u\bar{w} \\ \bar{u}w & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & \bar{u}w & [u]^w \end{array} \right| \quad (18)$$

Легко проверить, что если число  $k$  записывается в двоичной системе счисления в виде  $\alpha_s, \dots, \alpha_1$ , то числа  $k+1$  и  $k-1$  запишутся в виде  $[\alpha_s]^{a_{s-1} \dots a_1}, \dots, [\alpha_2]^{a_1} \bar{\alpha}_1$  и  $[\alpha_s]^{a_{s-1} \dots a_1}, \dots, [\alpha_2]^{a_1} \bar{\alpha}_1$  соответственно. Поэтому элементы матрицы (18) представляются в виде:

$$a_{\alpha_s, \dots, \alpha_1, \beta_s, \dots, \beta_1}(u, w) = [u]^w \prod_{i=1}^s [\beta_i]^{a_i} \vee u\bar{w} [\beta_1]^{-a_1} \prod_{i=2}^s [\beta_i]^{[a_i]^{a_{i-1} \dots a_1}} \vee \vee \bar{u}w [\beta_1]^{-a_1} \prod_{i=2}^s [\beta_i]^{[a_i]^{a_{i-1} \dots a_1}}. \quad (19)$$

Для определения переключающей функции  $i$ -го триггера  $y_{t+1}^i$  ( $i = 1, 2, \dots, s$ ) подставим (19) в (10a). Тогда

$$y_{t+1}^i = \vee \left\{ [u]^w \prod_{i=1}^s [\beta_i]^{a_i} \vee u\bar{w} ([\beta_s]^{a_{s-1} \dots a_1}, \dots, [\beta_i]^{[a_i]^{a_{i-1} \dots a_1}}, \dots, [\beta_1]^{-a_1}) \vee \right. \\ \left. \begin{array}{l} a_s, \dots, a_1; a_i=0 \\ \beta_s, \dots, \beta_1; \beta_i=1 \end{array} \right\} \quad (20)$$

$$\vee \bar{u}w ([\beta_s]^{a_{s-1} \dots a_1}, \dots, [\beta_i]^{[a_i]^{a_{i-1} \dots a_1}}, \dots, [\beta_1]^{-a_1}) \}_{[\varphi^1]^{a_1}, \dots, \\ \dots, [\varphi^{i-1}]^{a_{i-1}} [\varphi^{i+1}]^{a_{i+1}}, \dots, [\varphi^s]^{a_s}}.$$

Сначала суммируем по  $a_1, \dots, a_s$ . Заметим, что вследствие наличия множителей типа  $[\varphi^j]^{a_j}$  ( $j = 1, \dots, i-1, i+1, \dots, s$ ) отличны от

\* Там, где это не вызывает недоразумений, индексы времени опущены.

нуля лишь те члены, в которых  $\alpha_j = \varphi^j$ . Поэтому, положив  $\alpha_i = 0$  и  $\beta_i = 1$ , получаем:

$$y_{t+1}^i = V \left\{ u \bar{w} ([\beta_s]^{\varphi^{s-1} \dots \varphi^1}, \dots, [1]^{0 \varphi^{i-1} \dots \varphi^1}, \dots, [\beta_1]^{\bar{\varphi}^1}) V \right. \\ \left. \beta, \beta_i=1 \right. \\ V \bar{u} w ([\beta_s]^{\varphi^{s-1} \dots \varphi^1}, \dots, [1]^{0 \varphi^{i-1} \dots \varphi^1}, \dots, [\beta_1]^{\bar{\varphi}^1}) \dots \quad (21)$$

Затем суммируем по индексам  $\beta_1, \dots, \beta_s$  первое слагаемое в фигурных скобках (21). При этом ненулевыми слагаемыми будут лишь такие, в которых  $\beta_1 = \bar{\varphi}^1; \beta_j = [\varphi^j]^{\varphi^{j-1} \dots \varphi^1}$  ( $j = 2, \dots, i-1, i+1, \dots, s$ ). Суммируя по индексам  $\beta_1, \dots, \beta_s$  второе слагаемое (21), мы должны отобрать лишь те члены, в которых

$$\beta_1 = \bar{\varphi}^1; \beta_j = [\varphi^j]^{\varphi^{j-1} \dots \varphi^1} \quad (j = 2, \dots, i-1, i+1, \dots, s).$$

В результате получим:

$$y_{t+1}^i = \{ u \bar{w} [1]^{0 \varphi^{i-1} \dots \varphi^1} V \bar{u} w [1]^{0 \varphi^{i-1} \dots \varphi^1} \},$$

что с учетом (11) дает:

$$y_{t+1}^i = u_{t+1} \bar{w}_{t+1} \varphi_t^1 \dots \varphi_t^{i-1} V \bar{u}_{t+1} w_{t+1} \bar{\varphi}_t^1 \dots \bar{\varphi}_t^{i-1} \quad (22) \\ (i = 2, 3, \dots, s).$$

Точно так же можно найти переключающую функцию первого триггера; полагая в (20)  $\alpha_1 = 0$  и  $\beta_1 = 1$ , найдем:

$$y_{t+1}^1 = u_{t+1} \bar{w}_{t+1} V \bar{u}_{t+1} w_{t+1}. \quad (23)$$

Аналогичным образом убеждаемся, что  $z_{t+1}^i = y_{t+1}^i$ , т. е. что синтезируемая схема может быть выполнена на триггерах с одним входом.

Переключающие функции нетрудно построить, исходя из следующих соображений. Если на вход  $(i-1)$ -го триггера подать сигнал вида (22), то на его динамических выходах будем иметь:

$$f_{t+1}^{1(i-1)} = (u \bar{w} \varphi^1 \dots \varphi^{i-2} V \bar{u} w \bar{\varphi}^1 \dots \bar{\varphi}^{i-2}) \varphi^{i-1}; \quad (24)$$

$$f_{t+1}^{2(i-1)} = (u \bar{w} \varphi^1 \dots \varphi^{i-2} V \bar{u} w \bar{\varphi}^1 \dots \bar{\varphi}^{i-2}) \bar{\varphi}^{i-1}. \quad (25)$$

Если теперь умножить (24) на  $u$ , (25) на  $w$  и взять сумму полученных выражений, то придем к переключающей функции  $i$ -го триггера:

$$u_{t+1} f_{t+1}^{1(i-1)} V w_{t+1} f_{t+1}^{2(i-1)} = y_{t+1}^i. \quad (26)$$

На основании соотношений (22), (23) и (26) на рис. 4 изображена логическая схема дифференциального бинарного счетчика, а на рис. 5 его принципиальная схема \*.

Пользуясь теми же приемами, можно построить кольцевую реверсивную схему на  $s$  триггерах. В этом случае элементы матрицы имеют вид:

$$a_{\alpha_s, \dots, \alpha_1; \beta_s, \dots, \beta_1} [u, w] = [u]^w \prod_{i=1}^s [\beta_i]^{\alpha_i} V u \bar{w} [\beta_s]^{\alpha_{s-1}, \bar{\alpha}_s}, \dots, [\beta_i]^{\alpha_{i-1}, \bar{\alpha}_i}, \dots, [\beta_1]^{\alpha_s, \bar{\alpha}_1} V \\ V \bar{u} w [\beta_s]^{\alpha_1, \bar{\alpha}_s}, \dots, [\beta_i]^{\alpha_{i+1}, \bar{\alpha}_i}, \dots, [\beta_1]^{\alpha_2, \bar{\alpha}_1}. \quad (27)$$

\* Формирование отрицательного импульса ( $u \bar{w} V \bar{u} w$ ) в логической схеме рис. 4, где  $u$  и  $w$  — отрицательные импульсы, и на принципиальной схеме рис. 5, где  $u$  и  $w$  — положительные импульсы, выполнено по-разному

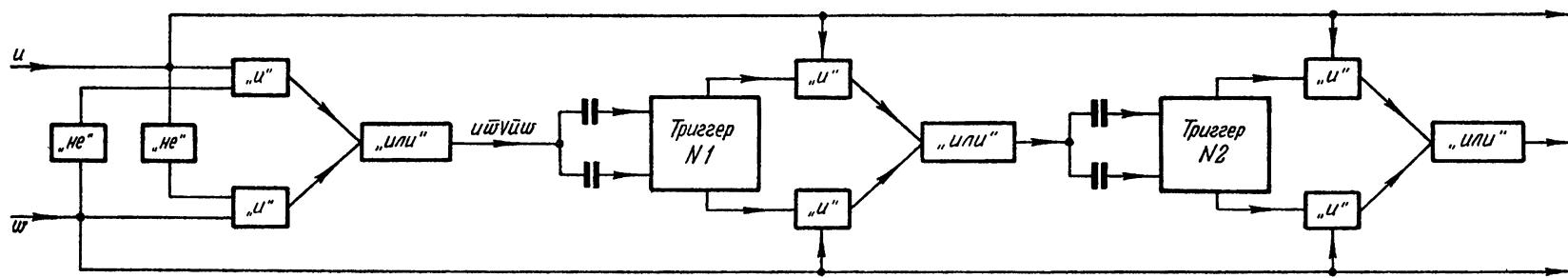


Рис. 4.

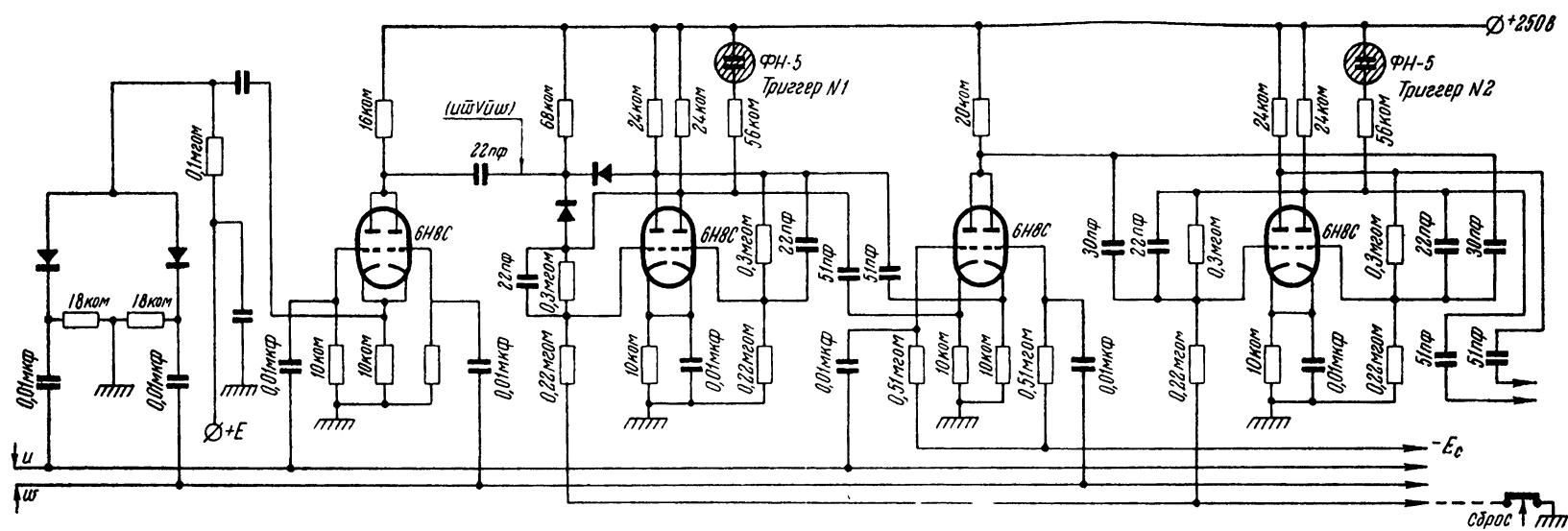


Рис. 5.

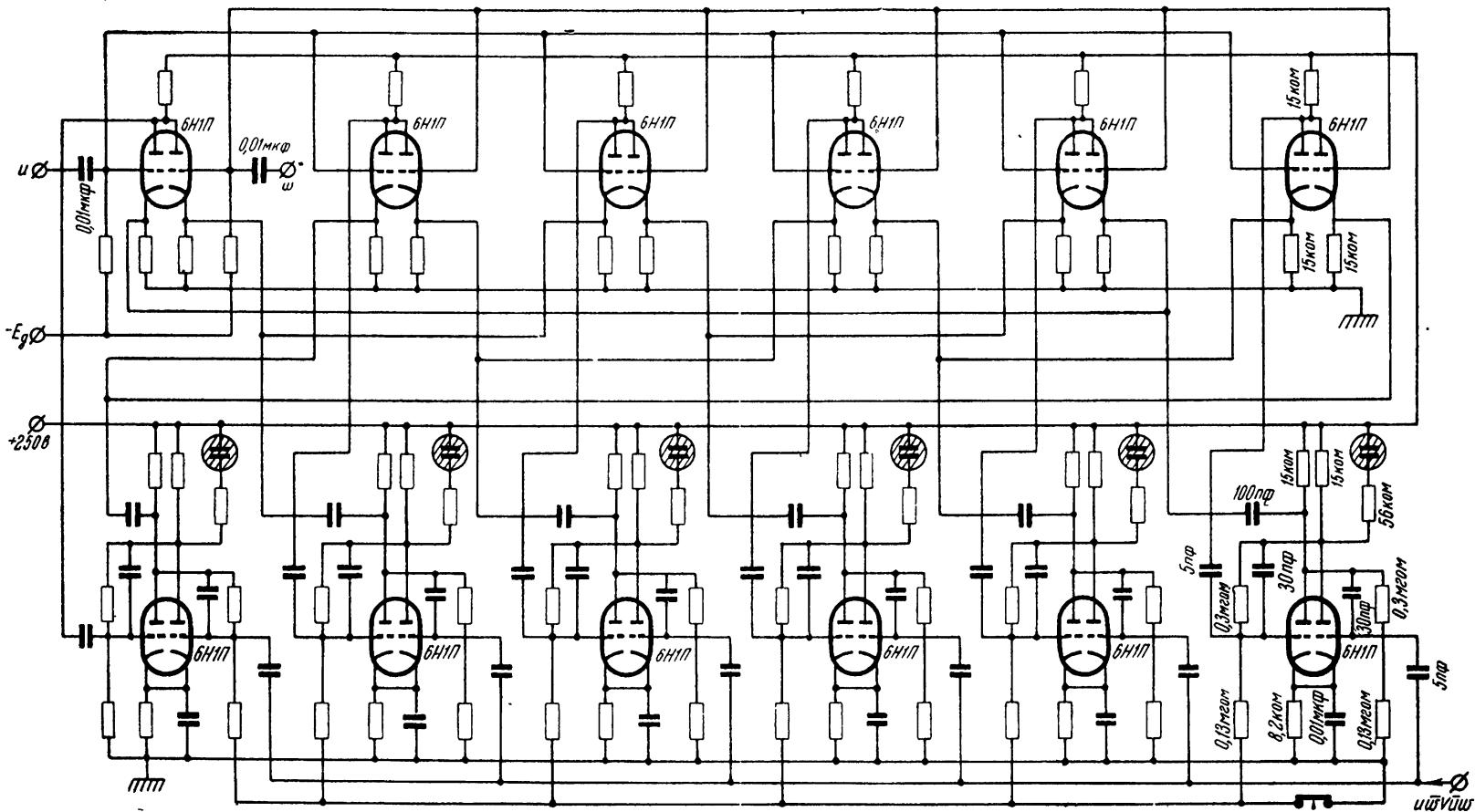


Рис. 6.

Переключающие функции для реверсивного кольца получаются в форме:

$$\begin{aligned} y_{t+1}^i &= u_{t+1} \bar{w}_{t+1} \varphi_t^{i-1} \vee \bar{u}_{t+1} w_{t+1} \varphi_t^{i+1}; \\ z_{t+1}^i &= u_{t+1} \bar{w}_{t+1} \vee \bar{u}_{t+1} w_{t+1} \quad (i = 1, 2, \dots, s). \end{aligned} \quad (28)$$

Триггеры здесь, как это следует из (28), имеют два входа. Принципиальная схема реверсивного кольца приведена на рис. 6. Заметим, что схемы рис. 5 и 6 проверены экспериментально.

В заключение авторы считают своим приятным долгом поблагодарить Г. А. Левина за интерес к настоящей работе.

#### Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Синтез электронных вычислительных и управляющих схем, под ред. В. И. Шестакова, ИЛ, М., 1954.
2. М. Л. Цетлин, ДАН СССР, 117, 979 (1957).
3. М. Л. Цетлин, Г. С. Эйдус, Электросвязь, 4, 41 (1958).
4. А. М. Бонч-Бруевич, Применение электронных ламп в экспериментальной физике, ГИТТЛ, М., 1951.
5. Л. А. Меерович, Л. Г. Зеличенко, Импульсная техника, изд. Сов. радио, М., 1953.
6. Г. С. Эйдус, Р. Я. Иноземцева, Сб. НИИ МРТП, ОНТИ, М., вып. 4, 3 (1957).
7. Р. К. Ричардс, Арифметические операции на цифровых вычислительных машинах, ИЛ, М., 1957.

Московский государственный  
университет

Поступила в редакцию  
журнала «Электросвязь»  
15 января 1958 г.

Поступила в редакцию  
23 июня 1958 г.