

РАСПРОСТРАНЕНИЕ ВОЛН В ЛИНИЯХ ПЕРЕДАЧИ С НЕОДНОРОДНЫМ ПОВЕРХНОСТНЫМ ИМПЕДАНСОМ

В. И. Беспалов

Методом возмущений исследовано переизлучение волн, обусловленное малыми случайными изменениями поверхностного импеданса в волноводах с импедансными стенками. Получены общие формулы для коэффициента отражения распространяющейся волны, а также коэффициентов трансформации ее в другие типы волн. Более подробно рассмотрена линия, образованная двумя плоскостями, на одной из которых задан переменный импеданс, и неоднородная импедансная плоскость. В последнем случае определена средняя мощность, переизлученная неоднородностями. В заключение сделано замечание об усредненной диаграмме направленности антенн бегущей волны со случайными неоднородностями.

Как отмечалось в [1], исследование влияния возмущений на распространение волн в периодических структурах достаточно просто проводится в двух предельных случаях: 1) если системе может быть сопоставлена цепочка n -полюсников и 2) если периодическую структуру можно заменить некоторой поверхностью с заданным импедансом. Работы [1, 2] посвящены исследованию первого случая. Здесь проводится обсуждение влияния возмущения поверхностного импеданса на распространение электромагнитных волн в линиях передачи с импедансными стенками.

1. ЭКРАНИРОВАННЫЕ ЛИНИИ ПЕРЕДАЧИ. ОБЩИЕ УРАВНЕНИЯ

Рассмотрим волновод, на стенках которого задан некоторый поверхностный импеданс, т. е. задано соотношение между тангенциальными компонентами электромагнитного поля:

$$E_{\tau} = T \{H_{\tau}\}, \quad (1)$$

где $T = T(z, \xi)$ — тензор поверхностного сопротивления, вообще говоря, зависящий от продольной z и поперечной ξ координат на поверхности волновода (рис. 1). Исследование волн в волноводах с произвольной зависимостью T от z, ξ не представляется возможным, и поэтому обычно или ограничиваются рассмотрением линий передачи с однородным импедансом [3], или рассматривают системы с простейшей зависимостью импеданса от координат, например, импедансный уступ [4, 5, 10].

Мы рассмотрим случай произвольного, но малого * изменения импеданса на поверхности волновода, т. е. предположим, что T можно представить в виде

$$T(z, \xi) = T_0(\xi) + T_1(z, \xi), \quad (2)$$

где $T_0(\xi)$ — невозмущенный тензор, $T_1(z, \xi)$ — возмущение.

* Ограничения, накладываемые на величину возмущения, будут уточнены ниже.

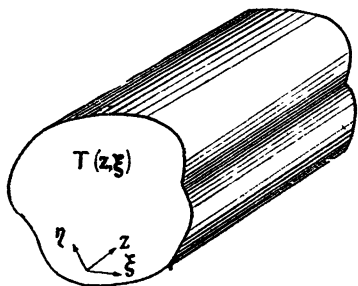


Рис. 1.

Пусть при $T_1 = 0$ в волноводе распространяется волна с полями E_0 и H_0 . Из-за наличия возмущения в системе возникнут отраженные и проходящие волны как основного (с индексом 0), так и других типов. Касательные компоненты поля на поверхности волновода можно записать в виде

$$E_\tau = E_{0\tau} + \sum_{m=0}^{\infty} v_m^+(z) E_{m\tau}^+ + \sum_{m=0}^{\infty} v_m^-(z) E_{m\tau}^- = E_{0\tau} + e_\tau, \quad (3)$$

$$H_\tau = H_{0\tau} + \sum_{m=0}^{\infty} v_m^+(z) H_{m\tau}^+ + \sum_{m=0}^{\infty} v_m^-(z) H_{m\tau}^- = H_{0\tau} + h_\tau,$$

где v_m^\pm — амплитуды волн, E_m и H_m — поля нормированных волн. Знаками „+“ и „-“ помечены величины, относящиеся соответственно к волнам, распространяющимся в положительном и отрицательном направлениях оси z . Подставляя (2) и (3) в (1) и учитывая соотношение $E_{0\tau} = T_0 \{H_{0\tau}\}$, получим:

$$e_\tau - T_0 \{h_\tau\} = T_1 \{H_{0\tau} + h_\tau\} \quad (4)$$

или

$$h_\tau - T_0^{-1} \{e_\tau\} = -T_0^{-1} \{T_1 \{H_{0\tau} + h_\tau\}\}, \quad (5)$$

Пользуясь известным решением задачи о возбуждении волн заданными токами [6], нетрудно с помощью (4) получить следующую систему интегральных уравнений для амплитуд:

$$v_m^\pm(z_1) = \frac{1}{N_m^\pm} \int_{\Sigma} [n T_1 \{H_{0\tau} + h_\tau\}] H_m^\mp d\Sigma. \quad (6)$$

Здесь интегрирование проводится при верхнем знаке по области $z < z_1$ и при нижнем знаке по области $z > z_1$; n — внутренняя нормаль к поверхности волновода Σ ; N_m — норма волны, определяемая формулой

$$N_m^\pm = \int_S \{[E_m^- H_m^-] - [E_m^\pm H_m^\mp]\} dS, \quad (7)$$

где S — поперечное сечение волновода.

Аналогично, используя (5), можно получить

$$v_m^\mp = -\frac{1}{N_m^\pm} \int_{\Sigma} [n T_0^{-1} \{T_1 \{H_{0\tau} + h_\tau\}\}] E_m^\mp d\Sigma. \quad (8)$$

Если принять во внимание равенство *

$$[T_0^{-1} \{A_\tau\} B_\tau] = -[A_\tau T_0^{-1} \{B_\tau\}], \quad (9)$$

то нетрудно убедиться, что уравнения (6) и (8) тождественны. В дальнейшем будем использовать уравнения в форме (6).

Если возмущение импеданса таково, что поле h_τ мало по сравнению с невозмущенным, т. е. $|h_\tau| \ll |H_{0\tau}|$, то, как видно из (6), приближенное решение интегральных уравнений можно искать методом возмущений **. .

* При проверке соотношения (9) следует учесть, что элементы T_{011} и T_{022} тензора T_0 удовлетворяют равенству [7] $T_{011} = -T_{022}$.

** Условие $|h_\tau| \ll |H_{0\tau}|$ может, вообще говоря, выполняться и при $|(T_{jk})_1| \ll |(T_{ep})_0|$ (см., например, раздел 2).

Предполагая, что это условие выполнено, для амплитуд переизлученных волн найдем

$$v_m^{\pm} = \frac{1}{N_m^{\pm}} \int_{\Sigma} [\vec{n} \cdot T_1 \{ H_{0\tau} \}] H_m^{\mp} d\Sigma. \quad (10)$$

Заметим, что формула (10) становится несправедливой, если для какого-либо типа волны отношение $\frac{|H_m|}{N_m}$ обращается в бесконечность. Следовательно, при определении v_m на частотах, близких к критическим частотам каких-либо типов волн, метод возмущений может оказаться неприменимым.

Таким образом, если элементы тензора T_1 являются известными функциями, то в первом приближении решение поставленной задачи сводится к вычислению интеграла (10). Если же элементы тензора являются случайными функциями координат, то требуется найти статистические характеристики переизлученного поля по известным статистическим свойствам тензора T_1 .

Оказывается, что при выполнении достаточно общих предположений о свойствах неоднородной линии можно легко найти функции распределения плотностей вероятности амплитуд v_m .

Как известно [8], закон распределения суммы случайных величин

$$A = \sum_{m=1}^N a_n e^{i\theta_n}$$

близок к нормальному, а закон распределения $|A|$ — к релеевскому, если: а) плотность вероятности $W(a_n)$ не зависит от n ; б) N достаточно велико; в) фаза θ_n распределена равномерно, т. е. $W(\theta_n) = 1/2\pi$; г) величины a_n и θ_n независимы.

Исходя из этого, нетрудно убедиться, что для того, чтобы закон распределения плотностей вероятности амплитуд v_m был близок к нормальному, а закон распределения модулей $|v_m|$ — к релеевскому, достаточно выполнения следующих условий*:

а) свойства тензора не зависят от координаты z

$$\overline{T_{jk}(z, \xi) T_{em}(z', \xi')} = R_{jkem}(|z - z'|, \xi, \xi'); \quad (11)$$

б) длина неоднородного участка значительно больше области корреляции: $L \gg D$, где D определяется приближенным равенством

$$R_{jkem}|_{|z-z'|>D} \approx 0; \quad (12)$$

в) на неоднородном участке укладывается значительное число длин волн невозмущенного поля

$$L \gg \lambda_0. \quad (13)$$

В этом случае для определения функций распределения плотности вероятности амплитуд необходимо вычислить лишь среднее значение и средний квадрат амплитуд:

$$\overline{v_m^{\pm}} = \frac{1}{N_m^{\pm}} \int_{\Sigma} [\overline{n T_1 \{ H_{0\tau} \}}] H_m^{\mp} d\Sigma, \quad (14)$$

$$\overline{|v_m^{\pm}|^2} = \frac{1}{|N_m^{\pm}|} \int_{\Sigma} \int_{\Sigma} [\overline{n T_1 \{ H_{0\tau} \}}] H_m^{\mp} [\overline{n T_1 \{ H_{0\tau} \}}]^{*'} H_m^{\mp *} d\Sigma d\Sigma,$$

* Это несправедливо только лишь для основной проходящей волны, представляющей из себя сумму постоянного и случайных векторов.

где звездочкой помечены комплексно сопряженные величины, а знак ()' означает, что соответствующая величина берется в точке z', ξ' . Интегрирование проводится по всей неоднородной области. Так как зависимость $T_1(z, \xi)$ для одной линии передачи обычно остается неизменной и изменяется лишь случайно от линии к линии, то усреднение проводится по ансамблю систем. В зависимости от вида функции корреляции $R_{jk\ell m}$ вычисление (14) может оказаться более или менее сложным. В примере, рассмотренном в следующем параграфе, используется экспоненциальная функция корреляций.

2. НЕОДНОРОДНАЯ ЛИНИЯ, ОБРАЗОВАННАЯ ДВУМЯ ПЛОСКОСТЯМИ

Рассмотрим распространение волны в линии, образованной двумя плоскостями (рис. 2), одна из которых (например, нижняя) является импедансной, а другая — идеально проводящей. Допустим, что все величины не зависят от координаты y , т. е. ограничимся рассмотрением двухмерной задачи. Предположим далее, что элементы тензоров поверхностных сопротивлений, заданных на плоскости $x=0$, соответственно равны

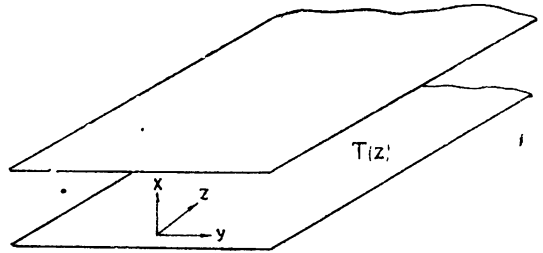


Рис. 2.

$$T_{0yy} = T_{0zz} = T_{0yz} = 0; \quad T_{0zy} = jQ_0 z_0; \tag{15}$$

$$T_{1yy} = T_{1zz} = T_{1yz} = 0; \quad T_{1zy} = jQ_1 z_0,$$

где $z_0 = \sqrt{\mu/\epsilon}$, $Q_0 = \text{const}$ и $Q_1 = Q_1(z)$.

Если $Q_1 \equiv 0$, то поля в таком волноводе можно записать в виде:

$$\left. \begin{aligned} E_{xm} &= \pm A_m \frac{j h_m}{x_m} \frac{\text{ch } x_m (x-d)}{\text{sh } x_m d} \\ E_{zm} &= A_m \frac{\text{sh } x_m (x-d)}{\text{sh } x_m d} \\ H_{ym} &= - \frac{A_m}{j Q_0 z_0} \frac{\text{ch } x_m (x-d)}{\text{ch } x_m d} \end{aligned} \right\} e^{j(\omega t - h_m z)}, \tag{16}$$

где x_m и h_m определяются уравнениями

$$x_m \text{th } x_m d = k Q_0, \quad h_m = \sqrt{k^2 + x_m^2}, \tag{17}$$

d — расстояние между плоскостями, $k = \omega \sqrt{\mu \epsilon}$. Уравнение (17) при $Q_0 > 0$ имеет один действительный корень x_0 и счетное множество мнимых корней x_m ; следовательно, в линии может существовать медленная волна ($h_0 > k$) и счетное множество быстрых или экспоненциально спадающих волн ($R_0 h_m < k$). При $Q_0 < 0$ действительных корней уравнение (17) не имеет. Пусть $Q_0 > 0$ и на участок с неоднородным импедансом ($T_1 \neq 0$) в направлении $+z$ падает медленная волна. Рассмотрим отражение, а также переизлучение этой волны в другие типы волн. Нормируя собственные волны так, чтобы на поверхности $x=0$ амплитуда магнитного

поля равнялась единице, для $v_m^-(0)$ и $v_m^+(L)$, т. е. для амплитуд волн на границах неоднородного участка ($A_m = jQ_0 z_0$), получим:

$$v_m^\pm = j \frac{z_m^2}{h_m} \frac{\text{sh } 2z_m d}{(2z_m d + \text{sh } 2z_m d)} \int_0^L \frac{Q_1(z)}{Q_0} e^{-j(h_0 \mp h_m)z} dz. \quad (18)$$

Используя формулу (18), рассмотрим отражение основной волны в некоторых предельных случаях.

1. Пусть $Q_0 = 0$, т. е. обе плоскости являются идеально проводящими. Тогда из (18) и (16) следует

$$v_0^- = \frac{j}{d} \int_0^L Q_1(z) e^{-2jkz} dz. \quad (19)$$

То обстоятельство, что $|Q_1|$ не меньше $|Q_0|$, не мешает, как уже отмечалось выше, применению метода возмущений.

Если предположить, что изменение Q вызвано изменением d , то нетрудно показать, что

$$Q_1(z) = \frac{E_z}{jH_y z_0} = \frac{j\omega\mu\Delta d}{jz_0} = k\Delta d \quad (20)$$

и, следовательно,

$$v_0^- = jk \int_0^L \frac{\Delta d}{d} e^{-2jkz} dz. \quad (21)$$

Формула (21) совпадает с уравнением, получаемым при рассмотрении двухпроводных линий с изменяющимся волновым сопротивлением [9].

2. Пусть Q_0 и d таковы, что замедление c/v_ϕ велико, т. е. $z_0 \approx h_0$, а расстояние между плоскостями мало, так что $z_0 d \ll 1$. Тогда из (18) найдем

$$v_0^- \approx \frac{jh_0}{2} \int_0^L \frac{Q_1}{Q_0} e^{-2jh_0 z} dz. \quad (22)$$

Уравнение (22) совпадает с выражением, полученным при рассмотрении цепочек четырехполюсников в работе [1] (уравнение 10), если в последнем положить $\varphi_0 \rightarrow 0$, $N\varphi_0 = Lh_0$, $P_n = Q_1/Q_0$.

3. Если $z_0 d \gg 1$, т. е. верхняя плоскость настолько удалена, что практически не сказывается на распространении медленной волны, то для амплитуды отраженной волны v_0^- получим:

$$v_0^- = \frac{jz_0^2}{h_0} \int_0^L \frac{Q_1}{Q_0} e^{-jh_0 z} dz. \quad (23)$$

Формулу (23) можно использовать для расчета коэффициента отражения от неоднородного участка открытой ($d \rightarrow \infty$) линии с поверхностной волной*.

Более подробно остановимся на переизлучении волн на неоднородностях импеданса, являющегося случайной функцией координаты z . Пусть

$$\overline{Q_1(z)} = 0, \quad (24)$$

$$\overline{Q_1(z) Q_1(z')} = Q_1^2 e^{-2|z-z'|}. \quad (25)$$

* Другие вопросы, связанные с распространением волн вдоль открытых линий, рассматриваются в следующем разделе.

Условию (24) всегда можно удовлетворить выбором Q_0 . Функция корреляции в форме (25) часто используется в статистических задачах. Из (25) следует, что область корреляции (протяженность одной неоднородности D) порядка δ^{-1} .

Этих предположений достаточно для выполнения (11), и, следовательно, при $L \gg D$, λ_0 модули амплитуд $u_m = |v_m|$ распределены по релеевскому закону

$$W(u_m) = \frac{2u_m}{\sigma_m^2} e^{-\frac{u_m^2}{\sigma_m^2}}, \quad (26)$$

где

$$\sigma_m^2 = |\overline{v_m^2}|. \quad (27)$$

Для вычисления $|\overline{v_m^2}|$ умножим (18) на комплексно сопряженное выражение и усредним с учетом (25). В результате получим

$$|\overline{v_m^\pm}|^2 = \left| \frac{x_m^2}{h_m} \right|^2 \left| \frac{\text{sh } 2x_m d}{2x_m d + \text{sh } 2x_m d} \right|^2 \frac{Q_1^2}{Q_0^2} \int_0^L \int_0^L e^{-\delta|z-z'|} e^{-j\{(h_0 \mp h_m)z - (h_0 + h_m)z'\}} dz dz'. \quad (28)$$

Из (28) найдем, что

а) для распространяющихся волн

$$|\overline{v_m^\pm}|^2 \approx \left| \frac{x_m^2}{h_m} \frac{\text{sh } 2x_m d}{2x_m d + \text{sh } 2x_m d} \right|^2 \frac{Q_1^2}{Q_0^2} \frac{2\delta L}{\delta^2 + (h_0 \mp h_m)^2}, \quad (29)$$

б) для экспоненциально спадающих волн

$$|\overline{v_m^-}|^2 \approx |\overline{v_m^+}|^2 e^{-2\tilde{h}_m L} \approx \left| \frac{x_m^2}{\tilde{h}_m} \frac{\text{sh } 2x_m d}{2x_m d + \text{sh } 2x_m d} \right|^2 \times \quad (30)$$

$$\times \frac{Q_1^2}{Q_0^2} \frac{(\delta + \tilde{h}_m) \{h_0^2 + (\tilde{h}_m - \delta)^2\}}{\tilde{h}_m \{(h_0^2 + \delta^2 - \tilde{h}_m^2) + 4h_0^2 \tilde{h}_m\}}, \quad \tilde{h}_m = |h_m|.$$

Формула (29) получена в предположении, что $\delta \gg L^{-1}$ и $\delta^2 \gg \gg h_0 L^{-1}$, а (30) в предположении, что $e^{-\tilde{h}_m L} \ll 1$. При достаточно большой длине неоднородного участка эти требования выполняются.

Из (29) следует, что средние квадраты модулей амплитуд распространяющихся переизлученных волн пропорциональны величине Q_1^2 , характеризующей неоднородность, и размеру области L . Кроме того, при прочих равных условиях величины $|\overline{v_m^\pm}|^2$ принимают наибольшие значения при

$$\delta^2 = (h_0 \mp h_m)^2. \quad (31)$$

Нетрудно убедиться в том, что (31) совпадает с условием, при котором амплитуда волны, излучаемой отдельной неоднородностью (областью порядка D), максимальна.

Как следует из (30), величины $|\overline{v_m^\pm}|^2$ для экспоненциально спадающих волн при $\tilde{h}_m L \gg 1$ не зависят от L , а при $h_m \gg \delta$ не зависят и от δ .

3. ОТКРЫТЫЕ ЛИНИИ ПЕРЕДАЧИ. ПЛОСКОСТЬ С НЕОДНОРОДНЫМ ИМПЕДАНСОМ

В предыдущих разделах были рассмотрены некоторые вопросы распространения волн в экранированных линиях передачи с неоднородным импедансом. Аналогично можно подойти к исследованию распространения волн вдоль открытых неоднородных поверхностей. Этот вопрос представляет интерес при использовании таких линий как для канализации энергии, так и в антенных устройствах. В первом случае обычно интересуются потерями, связанными с переизлучением, во втором—искажением диаграммы направленности антенны из-за дополнительного переизлучения на неоднородностях. В связи с этим в качестве величин, характеризующих неоднородность открытой линии, естественно выбрать среднюю переизлучаемую мощность и усредненную диаграмму направленности переизлучения неоднородного участка. Так как постановка общей задачи о неоднородностях в открытых линиях передачи мало отличается от постановки соответствующей задачи для экранированных линий, а проведение исследования в общем случае не представляется возможным, то мы приведем лишь интегральное уравнение для полей в случае произвольной поверхности, а затем перейдем к рассмотрению конкретной задачи.

Пусть вдоль некоторой поверхности S , на которой задан импеданс в форме (2), распространяется волна. На участке Σ , где $T_1(z) \neq 0$, эта волна будет, вообще говоря, частично рассеиваться. Для определения возмущенных полей представим, как и в разделе 1, тангенциальные компоненты поля на поверхности S в виде

$$E_{\tau} = E_{0\tau} + e_{\tau}, \quad H_{\tau} = H_{0\tau} + h_{\tau},$$

где $E_{0\tau}$ и $H_{0\tau}$ —поля невозмущенной волны, связанные соотношением $E_{0\tau} = T_0 \{H_{0\tau}\}$, а e_{τ} и h_{τ} —возмущения. Выделяя из e_{τ} часть поля, не удовлетворяющую невозмущенным граничным условиям,

$$e_{\tau} - T_0 \{h_{\tau}\} = T_1 \{H_{0\tau} + h_{\tau}\}$$

и заменяя ее соответствующим магнитным током, получим следующее интегральное уравнение:

$$h_{\tau} = \int_{\Sigma} G^m \{[nT_1 \{H_{0\tau} + h_{\tau}\}]\} d\Sigma. \quad (32)$$

Здесь G^m —тензор, определяющий поле на поверхности S , создаваемое единичным магнитным током, находящимся на той же поверхности.

Возможность дальнейшего исследования определяется видом G^m для данной формы поверхности и заданного тензора сопротивлений T_0 .

Мы рассмотрим переизлучение двумерной поверхностной волны, распространяющейся в направлении z вдоль плоскости, на которой задан поверхностный импеданс в виде (14), причем $T_1(z) \neq 0$ при $0 < z < L$.

В этом случае уравнение (32) будет иметь вид:

$$h_{y\tau} = \int_0^L Q_1(z') (H_{0y\tau} + h_{y\tau}) G^m(|z - z'|) dz'. \quad (33)$$

Если снова предположить, что неоднородности малы, т. е. $|h_{y\tau}| \ll |H_{0y\tau}|$, то можно воспользоваться методом возмущений и, следовательно, свести решение задачи к исследованию интеграла

$$h_{y\tau} = \int_0^L Q_1(z') H_{0y\tau}(z') G^m(|z - z'|) dz'. \quad (34)$$

Функция Грина G^m , которая в этом случае является скалярной, получена в работах [4,5] и может быть использована для определения поля во всем пространстве и, следовательно, для определения переизлученной мощности. Но так как задачу о распространении волн вдоль импедансной плоскости можно рассматривать как предельный случай $|d \rightarrow \infty|$ задачи о распространении волн между двумя плоскостями, то, очевидно, и функция Грина в (34) может быть представлена как предел функции Грина для той же задачи. Нетрудно убедиться, что при этом переизлучаемая мощность \bar{P} находится как предел суммы потоков мощностей, переносимых распространяющимися (исключая основную) типами волн, т. е.

$$\bar{P} = \lim_{d \rightarrow \infty} \sum_{m=1}^{N(d)} \bar{P}_m^{\pm}(d). \quad (35)$$

Для вычисления (35) найдем \bar{P}_m^{\pm} при больших значениях d . Предполагая, что $Q_1(z)$ удовлетворяет (25) и L достаточно велико, из (7) и (29) получим

$$\bar{P}_m^{\pm} = \frac{kz_0 Q_1^2}{4h_m \left(1 + Q_0^2 \frac{k^2}{\beta_m^2}\right)} \frac{2\delta L}{d \{\delta^2 + (h_0 - h_m)^2\} \left\{1 - \frac{Q_0 k}{(\beta_m^2 + Q_0^2 k^2) d}\right\}}, \quad (36)$$

где $\beta_m = -j\alpha_m$ и h_m определяются уравнениями

$$\beta_m \operatorname{tg} \beta_m d = -kQ_0, \quad h_m = \sqrt{k^2 - \beta_m^2}. \quad (37)$$

Из (37) найдем, что

$$\Delta \beta_m = \beta_{m+1} - \beta_m = \frac{\pi}{d} \left[1 + O\left(\frac{\sin 2\beta_m d}{2\beta_m d + 2\pi}\right)\right], \quad (38)$$

и, следовательно, при $d \rightarrow \infty$ поток мощности, переносимый в прямом и обратном направлениях волнами, для которых β в интервале от β до $\beta + \Delta\beta$, определится уравнением

$$\Delta \bar{P} = \frac{z_0 k L \delta Q_1^2}{2\pi} \frac{\delta^2 + h_0^2 + k^2 - \beta^2}{\left(1 + Q_0^2 \frac{k^2}{\beta^2}\right) (k^2 - \beta^2)^{1/2} \left\{(\delta^2 + h_0^2 + k^2 - \beta^2)^2 - 4h^2 (k^2 - \beta^2)\right\}} \Delta \beta. \quad (39)$$

Интегрируя (39) в интервале $0 \leq \beta \leq k$, найдем полную переизлученную мощность

$$\bar{P} = \frac{z_0 k L Q_1^2}{2\delta (\delta^2 + 4h^2)} \left\{ \left[(\delta^2 + h_0^2)^2 + 2k^2 (\delta^2 - h_0^2) + k^4 \right]^{1/4} (\delta \cos \varphi/2 + 2h \sin \varphi/2) - \frac{\delta^2 + 2h^2}{h_0} (h^2 - k^2)^{1/2} \right\}, \quad (40)$$

где
$$\varphi = \arcsin \operatorname{tg} \frac{2\delta h_0}{\delta^2 - h_0^2 + k^2}.$$

Для сравнения выпишем выражение, определяющее мощность, уносимую отраженной медленной волной; это выражение получается из (36) заменой $\beta_m^2 = -Q_0^2 k^2$ и $h_m = h_0$:

$$\bar{P}_0^- = z_0 k L Q_1^2 \frac{\delta (h_0^2 - k^2)^{1/2}}{2h_0 (\delta^2 + 4h_0^2)}. \quad (41)$$

Графики \bar{P} и \bar{P}_0^- в зависимости от δ при различных значениях h_0 приведены на рис. 3. Из графиков следует, что наибольшие значения переизлученной и отраженной мощностей по величине приблизительно одного порядка, но соответствуют различным значениям δ . Так,

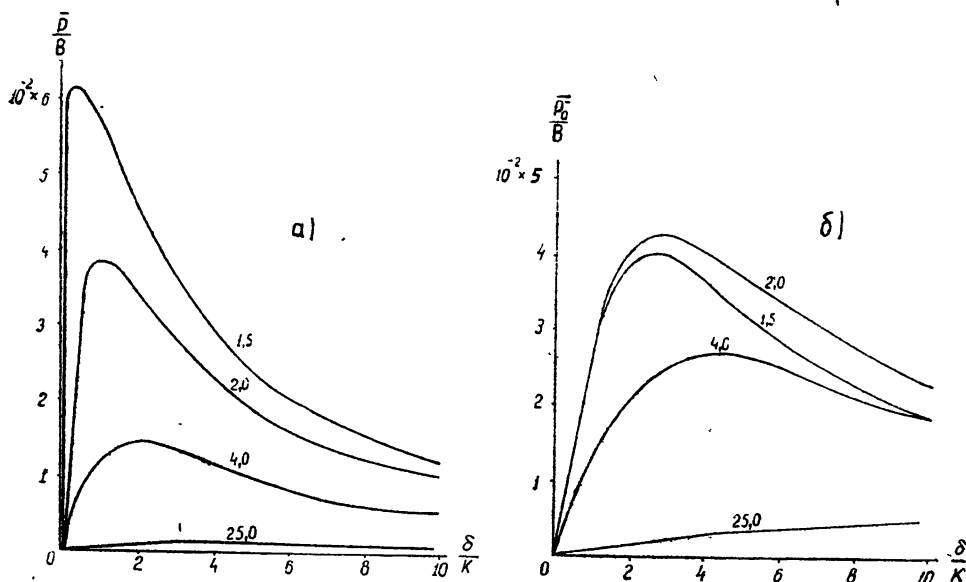


Рис. 3. Зависимость переизлученной (а) и отраженной (б) мощности от $\frac{\delta}{k}$. Числа над кривыми указывают величину h_0^2/k^2 ; параметр B на графиках равен $Z_0 k L Q_1^2$.

\bar{P} имеет максимум при $\delta \approx \sqrt{h_0^2 - k^2}$, а \bar{P}_0^- — при $\delta = 2h$. Отношения \bar{P}/P_0 и \bar{P}_0^-/P_0 стремятся к нулю при $h_0 \rightarrow k$. Несмотря на то, что в этом случае переизлученная мощность остается отличной от нуля, мощность, переносимая основной волной,

$$P_0 = \frac{h_0}{4(h_0^2 - k^2)^{1/2}} \frac{z_0}{k}$$

стремится к бесконечности.

В заключение сделаем несколько замечаний относительно усредненной диаграммы направленности излучения. Как следует из (25) и (34), поле излучения можно представить в виде суммы волн, переизлученных отдельными областями, размеры которых порядка δ^{-1} . Так как амплитуды и фазы этих волн не коррелированы, то в результате усреднения выражения для потока мощности перекрестные члены типа $[\mathbf{E}_k \mathbf{H}_e]$ при $k \neq e$, где индексами k и e помечены поля, переизлучаемые различными неоднородностями, пропадут, и останется сумма потоков, излученных отдельными неоднородностями. Отсюда следует, что при использовании в качестве антенн с бегущей волной неоднородных систем на основную диаграмму направленности накладывается диаграмма направленности поля рассеяния, имеющего в среднем такое же распределение в пространстве, что и поле излучения отдельных неоднородностей.

Автор благодарен А. В. Гапонову за интересные дискуссии и просмотр рукописи.

ЛИТЕРАТУРА

1. В. И. Беспалов, А. В. Гапонов, Радиотехника и электроника, 1, 6, 772 (1956).
2. В. И. Беспалов, ДАН СССР, 117, 2, 209 (1957).
3. М. А. Миллер, ЖТФ, 25, 11, 1810 (1955).
4. Г. А. Гринберг, В. А. Фок, Сб. под ред. Б. А. Введенского „Исследования по распространению радиоволн“, АН СССР, М.-Л., 1948.
5. G. Weill, App. Radioelectr., 10, 41, 228 (1955).
6. Л. А. Вайнштейн, ЖТФ, 23, 4, 646 (1953).
7. М. А. Миллер, Диссертация, Горьковский государственный университет, 1953.
8. Г. Крамер, Математические методы статистики, ИЛ, М., 1948.
9. А. Л. Фельдштейн, Радиотехника, 6, 5, 38 (1951).
10. В. И. Таланов, Изв. высш. уч. зав.—Радиофизика, 1, 3 (1958).

Исследовательский радиофизический институт
при Горьковском университете

Поступила в редакцию
27 января 1958.