

К ВОПРОСУ ОБ УСТОЙЧИВОСТИ СТАТИЧЕСКОГО РЕЖИМА С ДВУМЯ ПОТОКАМИ В ПЛОСКОМ МАГНЕТРОНЕ

M. I. Кузнецов

В настоящей работе рассмотрена устойчивость так называемого состояния с двумя потоками в плоском неразрезном магнетроне при токе в междудиэлектродном пространстве, ограниченном температурой катода. Показано, что исследуемое состояние неустойчиво в малом (по Ляпунову), если плотность тока эмиссии не слишком мала.

Исходя из уравнений Максвелла и уравнений движения электронов, Твисс показал [1, 2], что при наличии начальных скоростей электронов на катоде единственным возможным стационарным состоянием* пространственного заряда в неразрезном магнетроне является так называемое состояние с двумя потоками, описанное ранее в работах [3–8]. Однако экспериментальными исследованиями [9, 10, 11] установлено, что в действительности это состояние не осуществляется. Это, очевидно, может быть объяснено тем, что состояние с двумя потоками неустойчиво. В указанных выше работах [1–8] устойчивость состояния с двумя потоками не исследовалась.

В настоящей работе устойчивость состояния с двумя потоками исследована для некоторой области значения параметров, определяющих режим работы магнетрона, границы которой указаны ниже, и показано, в соответствии с результатами экспериментов, что это состояние, действительно, неустойчиво.

Неустойчивость состояния с двумя потоками объясняется одной особенностью траекторий электронов в режиме с двумя потоками. Траектории электронов, обладающих начальными скоростями, отличными от нуля, устойчивы в малом (по Ляпунову), но неустойчивы в большом и могут претерпевать коренные изменения, если возмущающее поле не слишком мало. Это свойство траекторий электронов в режиме с двумя потоками хорошо известно и было использовано многими авторами для объяснения фазовой сортировки при автоколебаниях в неразрезном магнетроне и других более сложных магнетронных генераторах (см., например, [12–14]). Процесс фазовой сортировки заключается в том, что электроны, ускоряющиеся за счет энергии переменного поля, после прохождения только одной петли возвращаются на катод, в то время как электроны, отдавшие переменному полю за время пролета по одной петле энергию большую, чем часть кинетической энергии в момент вылета электрона из катода, обусловленная компонентой начальной скорости, перпендикулярной к поверхности катода, не могут в конце петли возвратиться на катод. Траектории этих электронов, в отличие от стационарных, состоят не из одной, а из двух или

* Здесь и всюду ниже мы называем стационарными такие состояния пространственного заряда магнетрона, при которых плотность тока и плотность пространственного заряда не зависят от времени.

большего числа петель. Таким образом, траектория электрона, действительно, может коренным образом измениться, если возмущающее поле не слишком близко к нулю, т. е. она неустойчива в большом. „Запас устойчивости“ траектории электрона, т. е. максимальная величина возмущающего поля, при которой траектория не претерпевает коренных изменений, определяется величиной компоненты его начальной скорости, перпендикулярной к поверхности катода, и стремится к нулю вместе с последней. Поскольку в потоке, эмитируемом катодом реального магнетрона, имеются электроны со сколь угодно малыми начальными скоростями, то при сколь угодно малом возмущении поля находится некоторое количество электронов, траектории которых не обладают достаточным „запасом устойчивости“ и вследствие этого состоят не из одной, а двух или нескольких петель. Кулоновское поле электронов, двигающихся по вторым петлям траекторий, создает новое возмущение поля в лампе, значительно превосходящее первоначальное. Это новое возмущающее поле формирует вторую, значительно более многочисленную группу электронов с траекториями из двух или нескольких петель. Кулоновское поле второй группы электронов во время их движения по вторым петлям траекторий, в свою очередь, формирует третью, еще большую группу электронов, и т. д. Процесс формирования все новых и новых групп электронов с траекториями из двух или нескольких петель продолжается, по крайней мере, до тех пор, пока суммарный заряд электронов в группе не становится равным по порядку величины пространственному заряду магнетрона. Таким образом, сколь угодно малое начальное возмущение поля в лампе может вызвать движение пространственного заряда, которое приводит к значительному отклонению состояния пространственного заряда от стационарного, не зависящему по величине от начального возмущения. Это и означает, что исследуемое состояние пространственного заряда в магнетроне неустойчиво в малом (по Ляпунову), хотя траектории электронов в малом устойчивы (за исключением траекторий электронов с нулевыми начальными скоростями). Доказательство высказанных выше соображений о причинах неустойчивости состояния с двумя потоками в плоском неразрезном магнетроне составляет содержание настоящей статьи.

1. УСЛОВИЯ ВОЗВРАЩЕНИЯ ЭЛЕКТРОНОВ НА КАТОД ПОСЛЕ ПРОЛЕТА ПО ОДНОЙ ИЛИ n ПЕТЛЯМ ТРОЕКТОРИЙ

Будем рассматривать плоский магнетрон со сплошным анодом. Воспользуемся прямоугольной системой координат XZY , полагая, что плоскость $X=0$ совпадает с поверхностью катода, плоскость $X=d$ — с поверхностью анода, а однородное магнитное поле B направлено по оси Z . Пренебрегая краевыми эффектами, будем предполагать, что все интересующие нас величины зависят только от координаты X и времени τ . Кроме того, будем предполагать, что выполняются следующие условия:

1) плотность тока эмиссии I_0 постоянна и мала по сравнению с плотностью тока, ограниченного пространственным зарядом;

2) анодное напряжение φ_a очень велико по сравнению со средней начальной скоростью электронов, выраженной в единицах напряжения: $\left(\frac{e\varphi_a}{kT}\right)^{\frac{1}{2}} \gg 1$;

3) напряжение между электродами лампы не зависит от протекающего через нее тока, т. е. электроды лампы накоротко замкнуты по высокой частоте.

При этих предположениях исследование может быть проведе-

но без сложного математического аппарата. Тем не менее, оно позволяет выяснить механизм одного из процессов, являющегося источником неустойчивости состояния с двумя потоками и в более общих случаях.

Ниже мы будем пользоваться следующими безразмерными переменными:

$$x = \frac{X}{d}; \quad y = \frac{Y}{d}; \quad z = \frac{Z}{d}; \quad t = \frac{e}{m} B \tau; \quad E(x, t) = \frac{E(X, \tau) d}{\varphi_{акр}};$$

$$U_a = \frac{\varphi_a}{\varphi_{акр}}; \quad j_0 = \frac{I_0 d^2}{\varepsilon_0 \varphi_{акр}^2 \sqrt{2 \frac{e}{m}}}; \quad r(x, t) = \frac{d^2}{\varphi_{акр} \varepsilon_0} \rho(X, \tau),$$

где $E(X, \tau)$ —электрическое поле в лампе, а $\varphi_{акр} = \frac{e}{2m} d^2 B^2$ — критическое анодное напряжение (используется рационализированная система единиц **MKS**).

Заметим, что, согласно принятым выше условиям, $|j_0| \ll 1$.

Уравнения движения электрона в этих переменных имеют вид:

$$\frac{\partial^2 x_e(t, t_b)}{\partial t^2} + x_e(t, t_b) = -\frac{1}{2} E(x_e, t) - V_{x0}; \quad \frac{\partial^2 y_e}{\partial t^2} = \frac{\partial x_e}{\partial t}, \quad (1)$$

где $x_e(t, t_b)$, $y_e(t, t_b)$ —координаты точки, где в момент t находится электрон, который вылетел из катода в момент t_b ; V_{x0} и V_{y0} —компоненты начальной скорости.

В этих же переменных уравнение Пуассона записывается следующим образом:

$$\frac{\partial E(x, t)}{\partial x} = r(x, t). \quad (2)$$

Для исследования устойчивости достаточно рассмотреть случай, когда возмущающее поле $E_{возм}$ (т. е. отклонение поля от стационарного) значительно меньше по абсолютной величине, чем стационарное поле $E_{ст}$. В этом случае можно пользоваться методом малых возмущений и пренебрегать членами порядка j_0 , $E_{возм}$, $E_{возм}^2, \dots$, что мы и будем делать во всех дальнейших выкладках.

Прежде всего, найдем необходимое и достаточное условие, при выполнении которого траектория электрона под воздействием возмущающего поля не претерпевает коренных изменений и состоит только из одной петли, как и стационарная. Пусть электрон возвращается на катод в конце первой петли траектории. Поскольку стационарное поле мало отличается от $E_0 = -U_a$ (в силу того, что $|j_0| \ll 1$), а $|E_{возм}| \ll |E_{ст}|$, то электрон возвращается на катод в момент $t_{возв} = t_b + 2\pi + \delta t$, где $|\delta t| \ll 1$. Из первого уравнения системы (1) и начальных условий

$$\left(\frac{\partial x_e}{\partial t} \right)_{t=t_b} = V_{x0}; \quad \left(\frac{\partial y_e}{\partial t} \right)_{t=t_b} = V_{y0}; \quad x_e(t, t_b)_{t=t_b} = 0$$

следует, что

$$\left(\frac{\partial x_e}{\partial t} \right)_{t=t_{возв}}^2 = - \int_{t_b}^{t_b+2\pi+\delta t} E[x_e(\xi, t_b), \xi] \left(\frac{\partial x_e}{\partial t} \right)_{t=\xi} d\xi + V_{x0}^2.$$

Учитывая, что поле $E_{ст}$ (как и поле $E_{возм}$) потенциально, имеем:

$$\left(\frac{\partial x_e}{\partial t} \right)_{t=t_{возв}}^2 = - \int_{t_b}^{t_b+2\pi+\delta t} E_{возм}[x_e(\xi, t_b), \xi] \left(\frac{\partial x_e}{\partial t} \right)_{t=\xi} d\xi + V_{x0}^2. \quad (3)$$

Следовательно, если электрон возвращается на катод в конце первой петли траектории, то имеет место неравенство:

$$V_{x0}^2 > \int_{t_b}^{t_b+2\pi+\delta t} E_{\text{возм}} [x_e(\xi, t_b), \xi] \left(\frac{\partial x_e}{\partial t} \right)_{t=\xi} d\xi. \quad (4)$$

Легко убедиться, что с указанной выше точностью оно может быть записано как.

$$V_{x0}^2 > \int_{t_b}^{t_b+2\pi} E_{\text{возм}} \left\{ \frac{U_a}{2} [1 - \cos(\xi - t_b)], \xi \right\} \left(\frac{\partial x_e}{\partial t} \right)_{t=\xi} d\xi. \quad (5)$$

Таким образом, необходимое условие возвращения электрона на катод после пролета по одной петле выражается неравенством (5). Покажем, что это условие является и достаточным. Из первого уравнения системы (1) следует, что возмущение скорости электрона во время его движения по направлению к катоду не превосходит по абсолютной величине $2\pi |\bar{E}_{\text{возм}}|$, где $\bar{E}_{\text{возм}}$ — максимальное возмущение поля во время пребывания данного электрона в междудиэлектродном пространстве. Отсюда следует, что скорость электрона не может пройти через нуль, по крайней мере, до тех пор, пока электрон не долетит до плоскости, в которой невозмущенная скорость равна $-2\pi |\bar{E}_{\text{возм}}|$. В частности, она не проходит через нуль, пока электрон не пролетит через плоскость $x=2\pi |\bar{E}_{\text{возм}}|$. Действительно, из (1) следует, что в этой плоскости

$$\left| \frac{\partial x_e}{\partial t} \right|_{x=2\pi |\bar{E}_{\text{возм}}|} = \sqrt{-2\pi |\bar{E}_{\text{возм}}| \frac{1}{2} E_{\text{ср}}(0) + V_{x0}^2} \gg 2\pi |\bar{E}_{\text{возм}}|.$$

Но при условии (5) электрон, достигнувший при движении к катоду плоскости $x=2\pi |\bar{E}_{\text{возм}}|$, непременно возвратится на катод. В самом деле, из уравнения (1) следует, что функция $x_e(t, t_b)$ может быть представлена в виде:

$$x_e(t, t_b) = \left(\frac{\partial x_e}{\partial t} \right)_{t=\bar{t}} \sin(t - \bar{t}) - \frac{1}{2} \int_{\bar{t}}^t E [x_e(\xi, t_b), \xi] \sin(t - \xi) d\xi + 2\pi |\bar{E}_{\text{возм}}| - \int_{\bar{t}}^t V_{y0} \sin(t - \xi) d\xi,$$

где \bar{t} — момент пролета электрона через плоскость $x=2\pi |\bar{E}_{\text{возм}}|$. Раскладывая функцию $x_e(t, t_b)$ в ряд Тейлора в окрестности точки $t=\bar{t}$, имеем с точностью до членов порядка $\Delta t^2 |\bar{E}_{\text{возм}}| + \Delta t^3$:

$$x_e(\bar{t} + \Delta t, t_b) = \left(\frac{\partial x_e}{\partial t} \right)_{t=\bar{t}} \Delta t - \frac{1}{2} [E_{\text{ср}}(0) - 2 V_{y0}] \frac{\Delta t^2}{2} + 2\pi |\bar{E}_{\text{возм}}|.$$

Правая часть последнего равенства при некотором значении Δt обращается в нуль, если выполняется неравенство (5), так как в этом случае дискриминант Δ соответствующего квадратного уравнения положителен:

$$\Delta = \left(\frac{\partial x_e}{\partial t} \right)_{t=\bar{t}}^2 + E_{\text{ср}}(0) 2\pi |\bar{E}_{\text{возм}}|.$$

Принимая во внимание, что согласно системе (1) и начальным условиям

$$\left(\frac{\partial x_e}{\partial t}\right)_{t=\overline{t}}^2 = -E_{ct}(0) 2\pi |\bar{E}_{\text{возм}}| + V_{x0}^2 + \int_{t_b}^{\bar{t}} E_{\text{возм}} [x(\xi, t_b), \xi] \left(\frac{\partial x_e}{\partial t}\right)_{t=\xi} d\xi - 2V_{y0} |2\pi \bar{E}_{\text{возм}}|,$$

имеем с точностью до членов порядка $j_0 E_{\text{возм}}$, $V_{y0} E_{\text{возм}}$, $E_{\text{возм}}^2 \dots$:

$$\Delta = V_{x0}^2 - \int_{t_b}^{t_b+2\pi} E_{\text{возм}} \left\{ \frac{U_a}{2} [1 - \cos(\xi - t_b)], \xi \right\} \frac{U_a}{2} \sin(\xi - t_b) d\xi > 0$$

(см. (5)). Следовательно, функция $x_e(t, t_b)$ проходит через нуль в окрестности $t = t_b + 2\pi$, т. е. электрон возвращается на катод в конце первой петли траектории.

Таким образом, неравенство (5) действительно является необходимым и достаточным условием возвращения электрона на катод в конце первой петли траектории, т. е. условием того, что траектория электрона не претерпевает коренных изменений. Легко видеть, что неравенство (5) имеет простой физический смысл: электрон возвращается на катод в конце первой петли траектории в том и только в том случае, если энергия, отданная им электрическому полю, не больше, чем та часть его кинетической энергии в момент вылета, которая обусловлена компонентой начальной скорости, перпендикулярной к поверхности катода. Аналогичным образом можно показать, что необходимые и достаточные условия того, что траектория электрона состоит из n петель, выражаются неравенствами:

$$V_{x0}^2 < \Phi(t_b), \quad V_{x0}^2 < \Phi(t_b) + \Phi(t_b + 2\pi), \quad V_{x0}^2 < \Phi(t_b) + \Phi(t_b + 2\pi) + \Phi(t_b + 4\pi), \quad \dots$$

$$V_{x0}^2 < \Phi(t_b) + \Phi(t_b + 2\pi) + \Phi(t_b + 4\pi) + \dots + \Phi[t_b + 4\pi(n-2)], \quad (6)$$

$$V_{x0}^2 > \Phi(t_b) + \Phi(t_b + 2\pi) + \Phi(t_b + 4\pi) + \dots + \Phi[t_b + 4\pi(n-1)],$$

где

$$\Phi(t_b) = \int_{t_b}^{t_b+2\pi} E_{\text{возм}} \left\{ \frac{U_a}{2} [1 - \cos(\xi - t_b)], \xi \right\} \frac{U_a}{2} \sin(\xi - t_b) d\xi. \quad (6a)$$

Таким образом, если начальная скорость электрона удовлетворяет неравенству (5), то малое возмущающее поле вызывает только малые отклонения его траектории от стационарной. Если же неравенство (5) не выполняется, то движение электрона мало отличается от стационарного только в интервале времени $(t_b, t_b + 2\pi)$. В дальнейшем же электрон описывает в междуэлектродном пространстве еще одну или несколько петель. Число последних может быть определено из неравенств (6).

2. УРАВНЕНИЯ ДВИЖЕНИЯ ПРОСТРАНСТВЕННОГО ЗАРЯДА МАГНЕТРОНА ВБЛИЗИ СТАЦИОНАРНОГО СОСТОЯНИЯ С ДВУМЯ ПОТОКАМИ

Для исследования устойчивости состояния с двумя потоками необходимо располагать системой уравнений, которая описывает движение пространственного заряда магнетрона вблизи этого состояния, т. е. определяет функцию $r(x, t)$. Мы получим такую си-

систему из системы уравнений движения электрона (1) и уравнения Пуассона (2), предварительно выразив правую часть последнего через функции $x_e(t, t_b)_{V_{x0}, V_{y0}}$, являющиеся решениями уравнения (1), при условии, что

$$\left(\frac{\partial x_e}{\partial t} \right)_{t=t_b} = V_{x0}, \quad \left(\frac{\partial y_e}{\partial t} \right)_{t=t_b} = V_{y0}.$$

Для вычисления плотности пространственного заряда $r(x, t)$ разобьем все электроны, пересекающие в данный момент t плоскость наблюдения, на n потоков ($n=1, 2, \dots$). Будем полагать, что l -тый поток включает в себя те электроны, которые вылетели из катода приблизительно в один и тот же момент $t_{bl}(x, t)$ (с точностью до членов порядка V_{x0}, V_{y0}). Нумерацию электронных потоков естественно вести следующим образом: поток имеет номер l , если

$$\frac{T_{\text{пр}}}{2}(l-1) < t - t_{bl} < \frac{T_{\text{пр}}}{2}l, \quad \text{где } T_{\text{пр}} \approx 2\pi - \text{время пролета электрона по}$$

одной петле траектории. Часть плотности пространственного заряда $\Delta r_l(x, t)$, обусловленная электронами l -того потока, может быть представлена, как

$$\Delta r_l(x, t) = \int \int j(V_{x0}, V_{y0}) \left| \frac{\partial x_e(t, t_b)_{V_{x0}, V_{y0}}}{\partial t_b} \right|^{-1}_{t_b=t_{bl}; x_l=x} dV_{x0} dV_{y0},$$

где $j(V_{x0}, V_{y0}) dV_{x0} dV_{y0}$ — часть плотности тока эмиссии, обусловленная электронами с начальными скоростями в интервале $(V_{x0}, V_{x0}+dV_{x0}), (V_{y0}, V_{y0}+dV_{y0})$. Интегрирование проводится по всем начальным скоростям, которые имелись в момент $t_{bl}(x, t)$ у электронов, составляющих в момент t l -тый поток через плоскость наблюдения. Очевидно, что $r(x, t) = \sum_l \Delta r_l(x, t)$ (суммирование про-

водится по всем электронным потокам, пересекающим плоскость в момент t). Таким образом, уравнение Пуассона имеет вид:

$$r(x, t) = \frac{\partial E}{\partial x} = \sum_{l(x, t)} \int \int \frac{j(V_{x0}, V_{y0}) dV_{x0} dV_{y0}}{\left| \frac{\partial x_e(t, t_b)_{V_{x0}, V_{y0}}}{\partial t_b} \right|_{t_b=t_{bl}; x_l=x}}. \quad (7)$$

Для получения уравнений первого приближения представим все интересующие нас величины в виде сумм:

$$E = E_{\text{ст}} + E_{\text{возм}}, \quad x_e = x_{e\text{ст}} + x_{e\text{возм}}, \quad r = r_{\text{ст}} + r_{\text{возм}}, \dots$$

и будем пренебрегать членами более высокого порядка малости, чем $x_{e\text{возм}}, E_{\text{возм}}, r_{\text{возм}}, \dots$, в том числе и членами порядка $j_0 x_{e\text{возм}}, j_0 E_{\text{возм}}, j_0 r_{\text{возм}}, \dots$ (следует отметить, что, согласно уравнениям (1) и (2), величины $x_{e\text{возм}}, E_{\text{возм}}, r_{\text{возм}}$ имеют, вообще говоря, один и тот же порядок малости).

Покажем, прежде всего, что при вычислении величины $r_{\text{возм}}$ в первом приближении, т. е. с указанной выше точностью, нет необходимости учитывать малые отклонения траекторий электронов от стационарных. В самом деле, в тот интервал времени, когда движение электрона мало отличается от стационарного, он входит в состав первого или второго потока электронов. Подынтегральные выражения в интегралах из правой части уравнения (7), представляющих обусловленную этими потоками часть плотности про-

страннычного заряда, могут быть представлены в следующем виде:

$$dr_{V_{x0}, V_{y0}} = \frac{j(V_{x0}, V_{y0}) dV_{x0} dV_{y0}}{\left| \frac{\partial x_e}{\partial t_b} \right|_{x_e=x}} \approx \frac{j(V_{x0}, V_{y0})}{\left| \frac{\partial x_{\text{ект}}}{\partial t_b} \right|_{x_{\text{ект}}=x}} \left| 1 - \frac{\frac{\partial x_{\text{возм}}}{\partial t_b}}{\frac{\partial x_{\text{ект}}}{\partial t_b}} \right| dV_{x0} dV_{y0}.$$

Поскольку $\frac{\partial x_{\text{возм}}}{\partial t_b} \sim E_{\text{возм}}$, то последним членом в выражении для $dr_{V_{x0}, V_{y0}}$ можно пренебречь, т. е. действительно можно пренебречь изменениями плотности, обусловленными возмущениями движения тех электронов, которые в момент наблюдения составляют первый и второй потоки, т. е. движутся по первым петлям траекторий.

Из сказанного выше следует, что в первом приближении отклонение величины $r(x, t)$ от стационарного значения может быть обусловлено только наличием третьего, четвертого или следующих электронных потоков в плоскости наблюдения. При наличии возмущающего поля такие потоки, действительно, имеются в междуэлектродном пространстве. Они состоят из электронов, траектории которых претерпели коренные изменения, и которые в момент наблюдения движутся по вторым, третьим, четвертым или следующим петлям траекторий.

Покажем, что при условии $\gamma = \left| j_0 \frac{e \varphi_a \text{кр}}{kT} \right|^{1/3} \gg 1$, т. е. при не слишком малой плотности тока эмиссии, обусловленное этими потоками поле может значительно превзойти то начальное возмущающее поле, которое сформировало данные потоки, т. е. коренным образом изменило траектории электронов, составляющих их в момент наблюдения. Пусть поле $E_{\text{возм}}$ таково, что тормозит электроны, вылетающие из катода в некотором интервале времени $(t_{b1}, t_{b1} + t_1)$, где $t_1 \sim 1$. Плотность тока эмиссии, обусловленная электронами, которые в этом интервале времени вылетают из катода и в дальнейшем образуют третий поток, равна

$$j_1(t_b) = \int_0^{V_{x0}(t_b)} \int_{-\infty}^{+\infty} j(V_{x0}, V_{y0}) dV_{y0} dV_{x0},$$

где $\bar{V}_{x0}(t_b)$ — максимальная начальная скорость электронов из данной группы в момент t_b . Согласно неравенству (5), величина $\bar{V}_{x0}(t_b)$ может быть определена из уравнения

$$\bar{V}_{x0}^2(t_b) = \frac{U_a}{2} \int_{t_b}^{t_b+2\pi} E_{\text{возм}} \left\{ \frac{U_a}{2} \left[1 - \cos(\xi - t_b) \right], \xi \right\} \sin(\xi - t_b) d\xi. \quad (8)$$

* Это справедливо всюду, где $\left| \frac{\partial x_{\text{ект}}}{\partial t_b} \right| \gg \left| \frac{\partial x_{\text{возм}}}{\partial t_b} \right| \sim \left| \bar{E}_{\text{возм}} \right|$, т. е. в подавляющей части заполненного электронным облаком пространства. Но вблизи катода и у границы облака неравенство $\left| \frac{\partial x_{\text{ект}}}{\partial t_b} \right| \gg \left| \frac{\partial x_{\text{возм}}}{\partial t_b} \right|$, вообще говоря, не выполняется. Однако читатель может легко убедиться, что в слоях, где $\frac{\partial x_{\text{ект}}}{\partial t_b} \sim E_{\text{возм}}$, находится заряд, равный по порядку величины $j_0 E_{\text{возм}}$ (на единицу поверхности), т. е. заряд, величиной которого можно пренебречь.

Принимая во внимание, что при максвелловском распределении электронов по начальным скоростям

$$\int_0^{\bar{V}_{x0}(t_b)} \int_{-\infty}^{+\infty} j(V_{x0}, V_{y0}) dV_{y0} dV_{x0} = j_0 \left[1 - \exp \left(\frac{\bar{V}_{x0}^2 e \varphi_{акр}}{kT} \right) \right],$$

и полагая, что поле $E_{возм}$ столь мало, что $\frac{\bar{V}_{x0}^2 e \varphi_{акр}}{kT} \ll 1$, находим

$$j_1(t_b) = j_0 \frac{e \varphi_{акр}}{kT_c} = -\gamma^3 \bar{V}_{x0}^2(t_b).$$

Согласно (8), $\bar{V}_{x0}^2 \sim |E_{возм}|_{t_b < t < t_b + 2\pi}$ и, следовательно, $j_1(t_b) \sim -\gamma^3 |E_{возм}|$. Отсюда ясно, что суммарный заряд электронов, составляющих в интервале времени $(t_{b1} + 2\pi + t_1, t_{b1} + 3\pi + t_1)$ третий поток электронов, по порядку величины равен $q_1 = -\gamma^3 t_1 |E_{возм}|_{t_{b1} < t < t_{b1} + 2\pi} \gg -\gamma^3 t_1 |E_{возм}|_{t_{b1} < t < t_{b1} + 2\pi}$. Поскольку кулоновское поле, обусловленное этими электронами, по порядку величины тоже равно q_1 , оно значительно превосходит то поле $E_{возм}|_{t_{b1} < t < t_{b1} + 2\pi}$, которое имелось в интервале времени $(t_{b1}, t_{b1} + 2\pi)$ и сформировало данный поток.

Таким образом, уже в первом приближении необходимо учитывать составляющие плотности, обусловленные третьим, четвертым и следующими потоками. Заметим, что при расчете этих составляющих в подынтегральных выражениях формулы (7) можно пользоваться величиной $\frac{dx_e}{dt_b}$, вычисленной без учета пространственного заряда и начальных скоростей электронов. Читатель может легко убедиться в том, что обусловленная этим ошибка по порядку величины равна $|j_0 r_{возм}| + |r_{возм}| \bar{V}_{x0}^2$ и, следовательно, может не приниматься во внимание в уравнениях первого приближения.

Учитывая вышеизложенное, можно записать уравнение Пуасона в первом приближении в следующей форме:

$$r_{возм}(x, t) = \frac{\partial E_{возм}}{\partial x} = - \sum_{l=3}^{\infty} \frac{\gamma^3 \bar{V}_{x0l}[t_{bl}(x, t)]}{\left| \frac{\partial x_{e0}}{\partial t} \right|_{x_{e0}=x}}, \quad (10)$$

где $x_{e0}(t, t_b) = \frac{U_a}{2} [1 - \cos(t - t_b)]$ и $\bar{V}_{x0l}[t_{bl}(x, t)]$ — максимальная начальная скорость электронов, которые в момент t составляют l -ты поток, пересекающий плоскость наблюдения. Время вылета этих электронов из катода $t_{bl}(x, t)$ с точностью до членов порядка j_0 определяется соотношением

$$t_{bl} = t - \arccos \left(\frac{\frac{U_a}{2} - x}{\frac{U_a}{2}} \right) - \pi(l-1), \quad (11)$$

так что

$$\bar{V}_{x0l}[t_{bl}(x, t)] = \bar{V}_{x0l} \left[t - \arccos \left(\frac{\frac{U_a}{2} - x}{\frac{U_a}{2}} \right) - \pi(l-1) \right].$$

Из неравенств (6) следует, что функции $\bar{V}_{x0l}(t_b)$ должны удовлетворять следующим уравнениям:

Поскольку функция $\Phi(t_b)$ полностью определяется полем $E_{\text{возм}}$ в интервале $(t_b, t_b + 2\pi)$, из уравнений (12) следует, что функция $E_{\text{возм}}(x, t)$ полностью определяет все функции $\bar{V}_{x0l}^2(t_b)$ ($l = 3, 4, \dots, \infty$). С другой стороны, из (10) и (11) ясно, что полный набор функций $\bar{V}_{x0l}^2(t_b)$ ($l = 3, 4, \dots, \infty$) полностью определяет плотность пространственного заряда $r_{\text{возм}}(x, t)$ и поле $E_{\text{возм}}(x, t)$. Таким образом, система уравнений (10), (11) и (12) определяет полностью функцию $r_{\text{возм}}(x, t)$ и является искомой системой уравнений движения пространственного заряда и магнетрона вблизи стационарного состояния с двумя потоками. Эта система имеет тривиальное решение $\bar{V}_{x0l}^2 = 0$ ($l = 3, 4, \dots, \infty$), $r_{\text{возм}}(x, t) = 0$, которое, как и следует ожидать, соответствует невозмущенному стационарному состоянию с двумя потоками.

Уравнения (10) – (12), описывающие в первом приближении движение пространственного заряда вблизи стационарного состояния с двумя потоками, являются нелинейными. Известные методы исследования устойчивости, применяемые в тех случаях, когда уравнения первого приближения линейны, в данном случае не пригодны. Однако, можно доказать, что это состояние неустойчиво в области параметров, определяемой неравенствами $\gamma \gg 1$, $|v_0| \ll 1$.

3. НЕУСТОЙЧИВОСТЬ СОСТОЯНИЯ С ДВУМЯ ПОТОКАМИ ПРИ $\gamma \gg 1$, $j_0 \ll 1$

Для доказательства неустойчивости состояния с двумя потоками мы воспользуемся следующим методом: рассчитаем движение пространственного заряда, возникающее вследствие некоторого сколь угодно малого начального возмущения, и покажем, что оно приводит к такому отклонению состояния пространственного заряда от стационарного, которое превосходит некоторую конечную величину, не зависящую от начального возмущения. По общепринятой терминологии это означает, что данное состояние неустойчиво в малом (по Ляпунову).

Мы будем предполагать, что начальное возмущение представляет собой кратковременное (по сравнению со временем пролета электрона по одной петле) увеличение анодного напряжения. Точнее, будем считать, что анодное напряжение меняется по закону $U = U_a + U_1 \delta(t)$, где $0 < U_1 \ll U_a$, а $\delta(t)$ — дельта-функция. Соответствующее возмущенное поле равно $E_{\text{возм}} = -U_1 \delta(t)$. Это поле тормозит те электроны, которые вылетели из катода в интервале времени $-2\pi < t_b < -\pi$. Те из них, начальная скорость которых настолько мала, что неравенство (5) не выполняется, оказываются не в состоянии возвратиться на катод в конце первых петель траекторий. Поэтому с момента $t=0$ начинается движение некоторых электронов по вторым петлям траекторий, т. е. с момента $t=0$ в междуэлектродном пространстве появляется третий, а с момента $t=\pi$ — четвертый потоки электронов. Пятый поток электронов может появиться не ранее момента $t=2\pi$, шестой — не ранее момента $t=3\pi$ и т. д. Поэтому в интервале времени $0 < t < 2\pi$ уравнения движения пространственного заряда имеют вид:

$$\frac{\partial E_{\text{возм}}}{\partial x} = - \frac{\gamma^3 \bar{V}_{x03}^2 [t_{b3}(x, t)]}{\left| \frac{dx_{e0}}{dt} \right|_{x_{e0}=x}} - \frac{\gamma^3 \bar{V}_{x03}^2 [t_{b4}(x, t)]}{\left| \frac{dx_{e0}}{dt} \right|_{x_{e0}=x}}; \quad (13)$$

$\bar{V}_{x03}^2(t_b) = \Phi(t_b)$, если $\Phi(t_b) > 0$; $\bar{V}_{x03}^2(t_b) = 0$, если $\Phi(t_b) < 0$. Исключим из уравнения (13) ту часть возмущенного поля, которая обусловлена электронами третьего и четвертого потока. Она может быть представлена в виде суммы полей, созданных слоями электронов, которые образуются у поверхности катода в интервалах времени $(\xi_b + 2\pi, \xi_b + 2\pi + d\xi_b)$, имеют заряд на единицу поверхности, равный $-\gamma^3 \bar{V}_{x03}^2(\xi_b) d\xi_b$, и в интервале времени $(\xi_b + 2\pi, \xi_b + 2\pi + d\xi_b)$ движутся по закону $x_e = \frac{U_a}{2} [1 - \cos(t - \xi_b)]$. Каждое из этих полей, в свою очередь, может быть выражено через поле бесконечно тонкого слоя электронов, который имеет заряд на единицу поверхности, равный единице, и, начиная в момент $t=0$ двигаться по закону $x_e = \frac{U_a}{2} (1 - \cos t)$, возвращается на катод в момент $t=2\pi$. Если поле этого слоя есть $E_1(x, t)$, то искомое поле:

$$dE_{\text{возм}} = -\gamma^3 E_1(x, t - \xi_b - 2\pi) \bar{V}_{x03}^2(t_b) d\xi_b.$$

В соответствии с этим, часть функции $\Phi(t_b)$, обусловленная электронами данного элементарного слоя, равна

$$\begin{aligned} d\Phi(t_b, \xi_b) &= -\gamma^3 \bar{V}_{x03}^2(\xi_b) d\xi_b \int_{t_b}^{t_b+2\pi} E_1 \left\{ \frac{U_a}{2} [1 - \cos(\eta - t_b)], \eta - \xi_b - 2\pi \right\} \times \\ &\quad \times \frac{U_a}{2} \sin(\eta - t_b) d\eta = -\gamma^3 \bar{V}_{x03}^2(\xi_b) d\xi_b \times \\ &\quad \times \int_{t_b-\xi_b-2\pi}^{t_b-\xi_b} E_1 \left\{ \frac{U_a}{2} [1 - \cos(\xi - t_b + \xi_b + 2\pi)], \xi \right\} \frac{U_a}{2} \sin(\xi - t_b + \xi_b + 2\pi) d\xi = \\ &= -\gamma^3 \Phi_0(t_b - \xi_b - 2\pi) \bar{V}_{x03}^2(\xi_b) d\xi_b, \end{aligned} \quad (14)$$

где

$$\Phi_0(t_b) = \int_{t_b}^{t_b+2\pi} E_1 \left\{ \frac{U_a}{2} [1 - \cos(t - t_b)], t \right\} \frac{U_a}{2} \sin(t - t_b) dt. \quad (15)$$

Из (15) очевидно, что функция $\Phi_0(t_b) dq$ представляет часть функции $\Phi(t_b)$, обусловленную тем слоем электронов с зарядом dq на

единицу поверхности, который в момент $t = 0$ отделяется от поверхности катода, начинает двигаться в междуэлектродном пространстве по закону $x = \frac{U_a}{2} [1 - \cos(t - t_b)]$ и в момент $t = 2\pi$ возвращается на катод. Учитывая, что при $t > 0$ $U_a = \text{const}$, легко рассчитать, что поле, создаваемое таким слоем, равно:

$$E_1(x, t) = \begin{cases} -\frac{U_a}{2}(1 - \cos t) dq, & \text{если } x < \frac{U_a}{2}(1 - \cos t), \\ \left[1 - \frac{U_a}{2}(1 - \cos t)\right] dq, & \text{если } x > \frac{U_a}{2}(1 - \cos t). \end{cases} \quad (16)$$

Подставляя (16) в (15), находим, что $\Phi_0(t_b) = 0$, если $|t_b| > 2\pi$; $\Phi_0(t_b) = -\frac{t_b}{|t_b|} \left\{ \frac{U_a}{2} \left(1 + \cos \frac{|t_b|}{2}\right) - \frac{U_a^2}{4} \left[1 - \cos t_b + \frac{1}{2} (2\pi - |t_b|) \sin |t_b|\right] \right\}$. (17)

Графики функции $\Phi_0(t_b)$, вычисленные для различных значений U_a , приведены на рис. 1, 2.

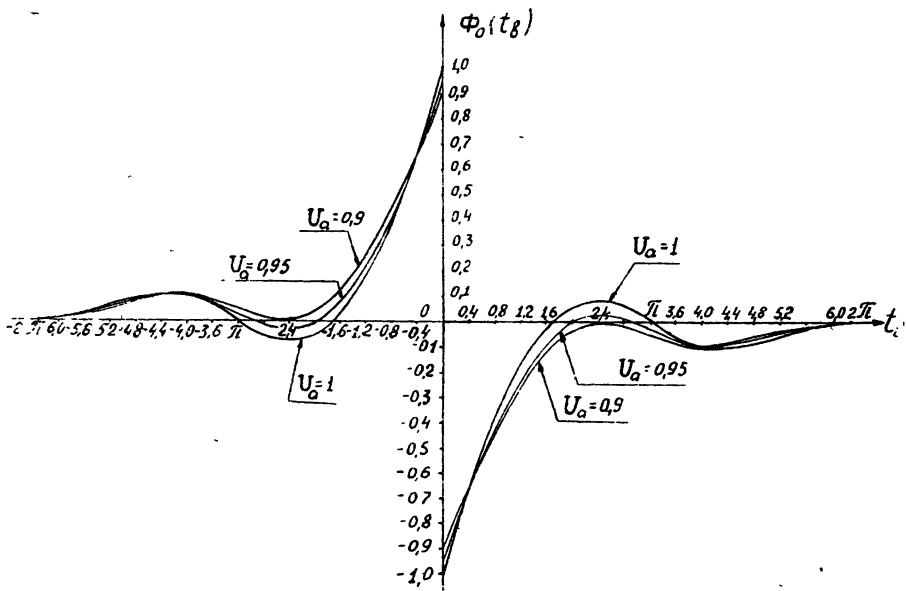


Рис. 1.

Учитывая вышеизложенное, легко установить, что с момента $t_b = -2\pi$ функция $\bar{V}_{x03}^2(t_b)$ должна удовлетворять следующим соотношениям:

$$\bar{V}_{x03}^2(t_b) = \frac{U_a U_1}{2} \sin t_b - \gamma^3 \int_{-2\pi}^{t_b} \Phi_0(t_b - \xi_b - 2\pi) \bar{V}_{x03}^2(\xi_b) d\xi_b, \quad (18)$$

если $\frac{U_a U_1}{2} \sin t_b - \gamma^3 \int_{-2\pi}^{t_b} \Phi_0(t_b - \xi_b - 2\pi) \bar{V}_{x03}^2(\xi_b) d\xi_b > 0$;

$$\bar{V}_{x03}^2 = 0,$$

если $\frac{U_a U_1}{2} \sin t_b - \gamma^3 \int_{-2\pi}^{t_b} \Phi_0(t_b - \xi_b - 2\pi) \bar{V}_{x03}^2(\xi_b) d\xi_b \leq 0$.

(Уравнения (18) представляют результат исключения поля третьего и четвертого потоков электронов из уравнения (13)).

Из графика функции $\Phi_0(t_b)$ видно, что при всех значениях U_a она положительна в интервале $-2\pi < t_b < -\pi$. Поэтому второе

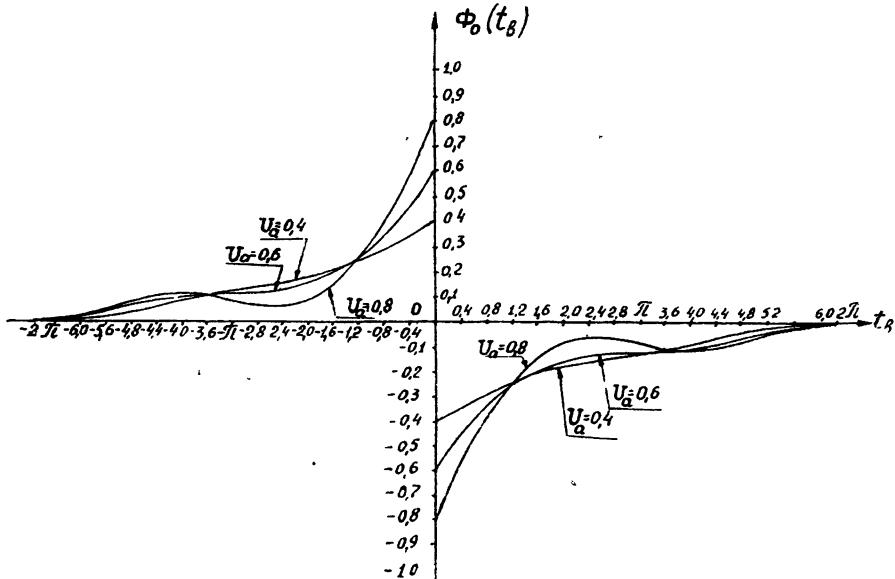


Рис. 2.

слагаемое в правой части уравнения (18) в интервале $-2\pi < t_b < -\pi$ отрицательно. Поскольку $\gamma \gg 1$, следует ожидать, что при некотором значении $t_b = -2\pi + \bar{t}_1$, где $0 < \bar{t}_1 \ll 1$, правая часть уравнения (18) изменит знак. Будем искать решение уравнения (18) в окрестности точки $t_b = -2\pi$. Раскладывая функцию $\Phi_0(t_b - \xi - 2\pi)$ в ряд по степеням величины $\xi_1 = \xi_b + 2\pi$ и полагая, что $\xi_b + 2\pi \ll 1$, имеем: $\Phi_0(t_b - \xi_b - 2\pi) = \frac{U_a}{16}(t_b - \xi_b)^2 + \dots$. Подставляя это выражение в правую часть уравнения (18), получим

$$\bar{V}_{x03}^2(t_1 - 2\pi) = \frac{U_a U_1}{2} t_1 - \frac{\gamma^3 U_a}{16} \int_0^{t_1} [t_1 - \xi_1]^2 \bar{V}_{x03}^2(\xi_1 - 2\pi) d\xi_1. \quad (19)$$

Уравнение (19) имеет решение

$$\bar{V}_{x03}^2(t_1 - 2\pi) = \frac{U_a U_1}{2} t_1 - \frac{\gamma^3 U_a^2 U_1}{384} t_1^4 + O(t_1^7), \quad (20)$$

где $O(t_1^7)$ — член порядка t_1^7 . Из (20) находим, что функция $\bar{V}_{x03}^2(t_1 - 2\pi)$ обращается в нуль в точке $\bar{t}_1 = \frac{4\sqrt[3]{3}}{\gamma U_a^{1/2}} \gg 1$. Следовательно, траектории электронов, вылетающих из катода в интервале времени от момента $\bar{t}_1 - 2\pi$ до момента t_2 (который будет определен ниже), не испытывают коренных изменений. Принимая во внимание (9), находим, что суммарный заряд электронов, которые в интервале времени $(\bar{t}_1, \bar{t}_1 + 2\pi)$ движутся по вторым петлям траекторий, равен

$$q_1 = - \int_{-2\pi}^{-2\pi + \bar{t}_1} \gamma^3 \bar{V}_{x03}^2(\xi_b) d\xi_b = -4\sqrt[3]{9} \gamma U_a^{1/3} U_1.$$

Для вычисления дальнейшего движения пространственного заряда возвратимся к уравнению (18). Подставляя в его правую часть выражение для функции $\bar{V}_{x03}^2(t_b)$ из (20) и учитывая, что в интервале времени $\bar{t}_1 - 2\pi < t_b < \bar{t}_2$, $\bar{V}_{x03}^2 = 0$, имеем:

$$\begin{aligned}\Phi(t_b) &= \frac{U_a U_1}{2} \sin t_b - \gamma^3 \int_0^{\bar{t}_1} \Phi_0(t_b - \xi_1) \left(\frac{U_a U_1}{2} \xi_1 - \frac{\gamma^3 U_a U_1}{384} \xi_1^4 \right) d\xi_1 = \\ &= \frac{U_a U_1}{2} \sin t_b - \gamma^3 \frac{U_a U_1}{2} \Phi_1(t_b),\end{aligned}$$

где

$$\Phi_1(t_b) = \int_0^{\bar{t}_1} \Phi_0(t_b - \xi) \xi d\xi = \frac{\bar{t}_1^2}{2} \Phi_0(t_b - \theta)$$

(θ — некоторое, вообще говоря, зависящее от t_b , число, находящееся в интервале $0 < \theta < \bar{t}_1$).

Всюду, где функция $\Phi_0(t_b)$ дифференцируема, т. е. всюду, кроме ближайшей окрестности точки $\bar{t}_b = 0$, с точностью до членов порядка \bar{t}_1^3 функция $\Phi_1(t_b)$ равна $\frac{1}{2} \bar{t}_1^2 \Phi_0(t_b)$. Мы будем аппроксимировать функцию $\Phi_1(t_b)$ выражением $\Phi_1(t_b) = \frac{\bar{t}_1^2}{2} \Phi_0(t_b)$ и в

окрестности точки $\bar{t}_b = 0$. Допустимость этой аппроксимации была проверена нами путем решения задачи без такого упрощения. Однако изложение этого решения оказалось бы слишком громоздким. При указанной же аппроксимации решение задачи значительно упрощается, а относительная ошибка при вычислении всех интересующих нас величин не превышает $0,3 \bar{t}_1 \ll 1$.

Таким образом, функция $\Phi(t_b)$ может быть записана в виде

$$\Phi(t_b) = \frac{U_a U_1}{2} \sin t_b + q_1 \Phi_0(t_b). \quad (21)$$

При значениях t_b , не слишком близких к $t_b = \bar{t}_1 - 2\pi$, первым слагаемым в правой части (21) можно пренебречь и считать, что

$$\Phi(t_b) = q_1 \Phi_0(t_b). \quad (22)$$

Выражение (22) справедливо вплоть до того момента t_2 , в который функция $\Phi(t_b)$ вновь проходит через нуль. Из графиков функции $\Phi_0(t_b)$ видно, что ближайший к $t_b = -2\pi$ корень уравнения $\Phi_0(t_b) = 0$ находится в окрестности точки $t_b = -\pi$ (если $0,9 < U_a < 1$). Если же $U_a < 0,9$, то функция $\Phi_0(t_b)$ проходит через нуль только в момент $t_b = 0$. Будем для определенности полагать, что $U_a < 0,9$. В этом случае функция $\Phi(t_b)$ изменяет знак в момент $t_b = 0$. В соответствии с уравнениями (18) с этого момента функция $\bar{V}_{x03}^2(t_b)$ будет удовлетворять соотношению:

$$\bar{V}_{x03}^2(t_b) = q_1 \Phi_0(t_b) - \gamma^3 \int_0^{t_b} \Phi_0(t_b - \xi - 2\pi) \bar{V}_{x03}^2(\xi) d\xi. \quad (23)$$

Решая уравнение (23) теми же методами, что и аналогичное уравнение (18), находим, что

$$\bar{V}_{x03}^2(t_b) = q_1 \Phi_0(+0) - \frac{q_1 \gamma^3 U_a \Phi_0(+0)}{48} t_b^3. \quad (24)$$

Правая часть (24) изменяет знак в момент $t_b = \bar{t}_2 = \frac{2\sqrt[3]{6}}{\gamma U_a^{1/3}}$. Следовательно, траектории электронов, которые вылетают из катода в интервале времени $\bar{t}_2 < t_b < t_3$, не претерпевают коренных изменений (момент t_3 будет определен позднее).

Рассчитывая суммарный заряд электронов, которые в интервале времени $0 < t_b < \bar{t}_2$ начинают двигаться по вторым петлям траекторий, находим, что он равен $q_2 = -\gamma^3 \Phi_0 (+0) \bar{t}_2 q_1 - |q_2| \gg |q_1|$. Таким образом, поле этих электронов значительно превосходит поле электронов, которые начали двигаться по вторым петлям траекторий в интервале времени $0 < t < \bar{t}_1$. Поэтому можно считать, что в интервале времени $(2\pi + \bar{t}_2, 4\pi)$ поле $E_{\text{возм}}$ создается только теми электронами, которые в данном интервале времени движутся по вторым петлям траекторий. В соответствии с этим функция $\Phi(t_b)$ в моменты времени, не слишком близкие к $t_b = 0$, равна

$$\Phi(t_b) = -\gamma^3 q_1 \Phi_0 (+0) \bar{t}_2 \Phi_0(t_b - 2\pi) = q_2 \Phi_0(t_b - 2\pi),$$

Она проходит через нуль в момент $t_3 = 2\pi$. С этого момента функция $\bar{V}_{x03}^2(t_b)$ становится отличной от нуля и определяется уравнением

$$\bar{V}_{x03}^2(t_b) = q_2 \Phi_0(t_b - 2\pi) - \gamma^3 \int_{2\pi}^{t_b} \Phi_0(t_b - \xi - 2\pi) \bar{V}_{x03}^2(\xi) d\xi. \quad (25)$$

Последнее отличается от уравнения (23) только коэффициентом при функции $\Phi_0(t_b - 2\pi)$ и смещением аргумента на величину 2π . Поэтому его решение может быть получено из решения уравнения (23) смещением аргумента на величину 2π и умножением полученной функции на коэффициент $K_1 = \frac{q_2}{q_1}$. Учитывая это, легко убедиться, что функция $\bar{V}_{x03}^2(t_b)$ отлична от нуля в интервале $(2\pi, 2\pi + \bar{t}_3)$ и изменяется в этом интервале по закону

$$\bar{V}_{x03}^2 = q_2 \Phi_0 (+0) - \frac{\gamma^3 q_2 \Phi_0 (+0) U_a}{48} (t_b - 2\pi)^3 + \dots \quad (26)$$

Используя (26), можно найти суммарный заряд электронов q_3 , которые начинают двигаться по вторым петлям траекторий в интервале времени $(4\pi, 4\pi + \bar{t}_2)$: $q_3 = -\gamma^3 \Phi_0 (+0) \bar{t}_2 q_2 = K_2 q_2$. Очевидно, что

$$q_3 \gg |q_2|, \text{ так как } K_2 = -\frac{\gamma^3 2 \sqrt[3]{6}}{U_a^{1/3}} \Phi_0 (+0) \gg 1.$$

Рассуждения, аналогичные приведенным выше, показывают, что следующая группа электронов, траектории которых состоят более чем из одной петли, покидает катод в интервале времени $(4\pi, 4\pi + \bar{t}_2)$. Эти электроны начинают двигаться по вторым петлям траекторий в интервале времени $(6\pi, 6\pi + \bar{t}_2)$ и имеют суммарный заряд, равный $q_4 = K_2 q_3$ (на единицу поверхности катода). В интервале времени $(8\pi, 8\pi + \bar{t}_2)$ по вторым петлям траекторий начинает двигаться пятая группа электронов с суммарным зарядом $q_5 = K_2 q_4$ и т. д.

Процесс формирования групп электронов, траектории которых состоят более чем из одной петли, будет продолжаться до тех пор, пока справедливы допущения, принятые при выводе уравнений (12), т. е. до тех пор, пока состояние пространственного заряда магнет-

рона не станет существенно отличаться от состояния с двумя потоками. Таким образом, сколь угодно малое начальное возмущение приводит к такому движению пространственного заряда магнетрона, в результате которого отклонение его состояния от первоначального статического состояния с двумя потоками превосходит некоторую конечную величину, не зависящую от начального возмущения. Это и означает, что состояние с двумя потоками неустойчиво в малом (по Ляпунову).

Рассуждения, аналогичные приведенным выше, могут быть приведены и для случая $0.9 < U_a < 1$. Оказывается, что состояние с двумя потоками при $\gamma \gg 1, |j_0| \ll 1$ неустойчиво и в этом случае.

В заключение необходимо отметить, что движение пространственного заряда магнетрона, рассчитанное на основании уравнений (12) в окрестности состояния с двумя потоками, не позволяет сделать никаких заключений о его движении при состояниях, значительно отличающихся от стационарного. В частности, не известно, в каких состояниях будет находиться пространственный заряд магнетрона через достаточно большой промежуток времени после первоначального возмущения исходного состояния с двумя потоками. Решение этой проблемы должно быть предметом специального исследования, которое, по-видимому, потребует значительно более сложного математического аппарата.

ЛИТЕРАТУРА

1. R. Q. Twiss, Adv. in Electronics, 5, 247 (1953).
2. R. Q. Twiss, Electronics, 1, 1 (1955).
3. С. Я. Брауде, ЖТФ, 15, 107 (1945).
4. С. В. Беллюстин, ЖТФ, 10, 455 (1940).
5. С. В. Беллюстин, ЖЭТФ, 10, 190 (1940).
6. L. Page a. P. Adams, Phys. Rev., 69, 492 (1941).
7. L. Brillouin a. B. Bloch, Adv. in Electronics, 3, 145 (1951).
8. М. Н. Глаголев, ЖТФ, 19, 943 (1949).
9. D. L. Reverdin, J. Appl. Phys., 22, 257 (1951).
10. D. L. Jepsen a. M. W. Muller, J. Appl. Phys., 22, 1196 (1951).
11. L. E. S. Mathias, Electronics, 1, 8 (1955).
12. Магнетроны сантиметрового диапазона (под ред. Зусманского), 1; изд. Сов. радио, М., 1950.
13. Г. Хольман, Генерирование и усиление дециметровых и сантиметровых волн, изл. Сов. радио, М., 1948.
14. С. И. Тетельбаум, Радиотехника и электроника, 2, 696 (1957).

Исследовательский радиофизический
институт при Горьковском университете

Поступила в редакцию
5 октября 1957 г.