

## О СПЛОШНОМ СПЕКТРЕ ЭДС ЦИКЛИЧЕСКОГО ПЕРЕМАГНИЧИВАНИЯ

А. А. Грачев

Рассчитывается сплошной спектр ЭДС, возникающий в катушке при периодическом перемагничивании ее ферромагнитного сердечника.

Приводятся результаты экспериментального исследования сплошного спектра и проводится их сравнение с расчетом.

При циклическом перемагничивании ферромагнитного сердечника катушки, из-за нестройкой периодичности процесса перемагничивания, спектр ЭДС индукции, кроме дискретных линий, содержит сплошную часть (шум)\*. В литературе уже исследовался подобный шум как теоретически, так и в меньшей степени экспериментально [1-6].

Настоящая работа посвящена в основном подробному экспериментальному исследованию сплошного спектра ЭДС перемагничивания. Полученный экспериментальный материал сравнивается с предлагаемой теорией.

Непериодичность процесса перемагничивания, происходящего необратимыми скачками, каждый из которых связан с необратимым перемагничиванием одной области, состоящей из домена, части домена или группы доменов, может вызываться следующими флуктуациями:

1. Флуктуациями временного хода процесса перемагничивания отдельной области.
2. Флуктуациями моментов перемагничивания отдельных областей.
3. Флуктуациями числа перемагничивающихся за период областей.

Для второго случая, который ниже и будет рассматриваться, можно воспользоваться результатами, полученными в [7, 8, 9]. В этих работах показано, что спектральная плотность последовательности одинаковых по форме и знаку импульсов, следующих через время  $T \pm \varepsilon$ , равна

$$g_1(f) = \Phi(f) \Phi^*(f) F [1 - (\cos 2\pi f \varepsilon)^2]. \quad (1)$$

Здесь

$$\Phi(f) = \int_0^T \varphi(t) e^{-i2\pi ft} dt,$$

где  $\varphi(t)$  — осциллограмма отдельного импульса,  $F = \frac{1}{T}$  — частота следования импульсов. Черта сверху означает усреднение по ансамблю.

Для применения этих результатов к расчету сплошного спектра ЭДС перемагничивания необходимо сделать определенные предположения о законе распределения  $\varepsilon$  и о связи вероятностных свойств  $\varepsilon$  с характеристиками ферромагнитного материала и условиями перемагничивания.

\* Дискретная часть спектра ЭДС в данной работе не рассматривается.

## 1. ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ РАСЧЕТ СПЕКТРА ШУМА

Рассчитаем спектр шума при следующих предположениях о процессе перемагничивания сердечника.

1. Образец состоит из  $N$  одинаковых по объему областей. Форма импульса ЭДС индукции, возникающего от перемагничивания одной области, одинакова для всех областей.

2. Шумы вызваны флуктуациями критической величины магнитного поля  $H_k$ , при которой начинается перемагничивание области. Другими словами,  $H_k = H_i \pm h_i$ , где  $h_i$  — случайная величина,  $\overline{h_i} = 0$ ,  $H_i$  — среднее значение  $H_k$  для  $i$ -той области.

3. Для  $h$  имеет место нормальный закон распределения с дисперсией  $\overline{h^2}$ , одинаковой для всех областей.

4. Для различных областей величины  $h_i$  статистически независимы ( $\overline{h_i h_j} = 0$ ). Для одной области в различные полупериоды перемагничивания величины  $h_i$  также независимы.

5. В течение каждого полупериода перемагничиваются все области.

При этих предположениях, а также при упрощающем выкладки допущении, что осциллограмма перемагничивающего поля имеет вид пилы с периодом  $2\tau$  и максимальным значением поля  $H_m$  (рис. 1), полная ЭДС индукции будет суперпозицией импульсов,

соответствующих перемагничиванию отдельных областей. При  $\dot{H} > 0$  они будут отрицательны, при  $\dot{H} < 0$  — положительны. Форма импульса ЭДС от каждой области во времени строго повторяется (без учета знака) через полупериод  $\tau$ . Однако момент появления импульса случаен; из-за флуктуаций  $H_k$  импульс одного знака будет появляться через время  $2\tau \pm \varepsilon$ .

Учитывая все вышесказанное, на основании (1) можно получить спектральную плотность рассматриваемого шума

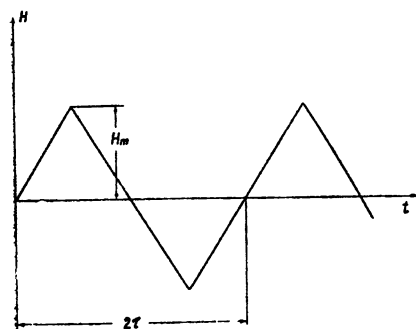


Рис. 1. Форма перемагничивающего поля.

$$g(f) = 2NF\Phi(f)\Phi^*(f) [1 - (\overline{\cos 2\pi f \varepsilon})^2].$$

Нетрудно видеть (см. рис. 1), что  $\varepsilon$  и  $h$  связаны соотношением

$$\frac{\varepsilon}{\tau/4} = \frac{h}{H_m},$$

откуда

$$\overline{\varepsilon^2} = \frac{\tau^2}{16 H_m^2} \overline{h^2}.$$

Учитывая нормальное распределение величины  $\varepsilon$ , получаем

$$\overline{\cos 2\pi f \varepsilon} = \exp(-2\pi^2 f^2 \overline{\varepsilon^2}) = \exp\left(-\frac{\pi^2}{32} \frac{f^2 \overline{h^2}}{F^2 H_m^2}\right).$$

Таким образом, для спектральной плотности шума от всего образца получаем окончательное выражение

$$g(f) = 2NF\Phi(f)\Phi^*(f) \left[1 - \exp\left(-\frac{\pi^2}{16} \frac{f^2 \overline{h^2}}{F^2 H_m^2}\right)\right]^n \quad (2)$$

## 2. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ СПЛОШНОЙ ЧАСТИ СПЕКТРА ЭДС ЦИКЛИЧЕСКОГО ПЕРЕМАГНИЧИВАНИЯ

Экспериментальное исследование проводилось на установке и по методике, кратко описанных в [2, 9, 10]. Измерительная аппаратура представляла собой высокоселективную систему, позволяющую выделять слабую сплошную часть спектра на фоне сильных дискретных линий. Исследовались сплошные части спектров ЭДС для следующих материалов:

1. Феррит НЦ-1000 в виде тороидов. Наружный диаметр тороида равен 21 мм, внутренний — 11 мм и толщина — 6 мм.

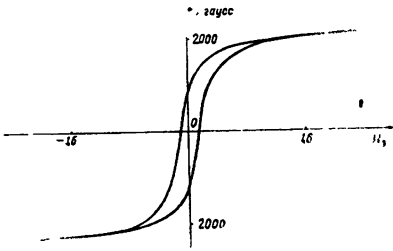


Рис. 2. Петля гистерезиса феррита НЦ-1000.

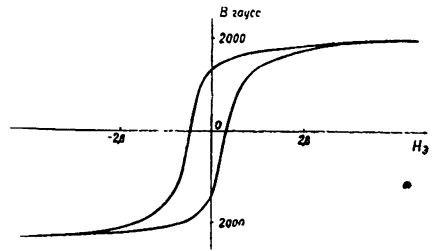


Рис. 3. Петля гистерезиса феррита НЦ-6-е.

На рис. 2 изображена петля гистерезиса этого феррита, полученная осциллографированием. Индукция насыщения и коэрцитивная сила соответственно равны  $B_s = 2400$  гс,  $H_c = 0,13$  э.

2. Феррит НЦ-6-е в виде тороидов тех же размеров. На рис. 3 дана его петля гистерезиса. Здесь  $B_s = 2000$  гс,  $H_c = 0,54$  э.

3. Пермаллой ( $Ni = 76,24\%$ ,  $Fe = 21,34\%$ ,  $C = 0,02\%$ ,  $Si = 0,09\%$ ,  $Mn = 0,32\%$ ), не подвергавшийся термообработке. Образцы брались в виде проволок длиной 40 см и диаметром 0,5 мм. На рис. 4 приведена петля гистерезиса этого пермаллоя, снятая баллистическим способом. Здесь  $B_s = 8800$  гс,  $H_c = 2,6$  э.

Всюду в эксперименте переменное перемагничивающее магнитное поле являлось синусоидальным с амплитудой  $H_m$  и частотой  $F$ .

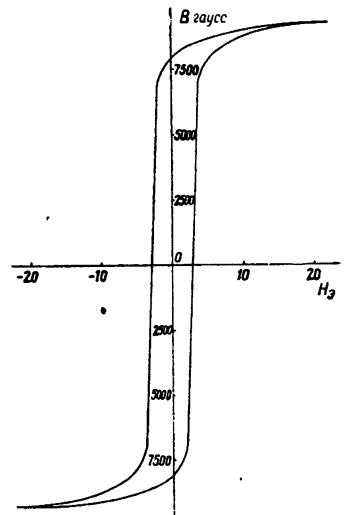


Рис. 4. Петля гистерезиса пермаллоя.

### А. СПЕКТРАЛЬНАЯ ПЛОТНОСТЬ ШУМА

На рис. 5 (а, б, в) изображены экспериментальные зависимости  $\sqrt{g(f)}$  всех трех материалов соответственно для нескольких значений  $H_m$  и  $F^*$ . Из рисунков видно, что  $\sqrt{g(f)}$  растет при увеличении частоты  $f$ . Этот рост в начале исследованного интервала частот является более резким, чем в конце. Эти качественные особенности экспериментальных кривых согласуются с теорией.

\* Все экспериментальные данные пересчитаны на 1 виток индикаторной катушки.

Чтобы в этом убедиться, проанализируем выражение (2), где как  $\Phi(f)\Phi^*(f)$ , так и  $\exp\left(-\frac{\pi^2 f^2 \bar{h}^2}{16 F^2 H_m^2}\right)$  зависят от  $f$ .

Для выяснения зависимости  $\Phi(f)\Phi^*(f)$  от  $f$  были получены осциллограммы импульсов при перемагничивании отдельных областей. Осциллографирование проводилось при перемагничивании настолько медленно нарастающим полем, что импульсы от отдельных областей появлялись разделенными. В ферритах длительность импульсов при этих условиях была порядка  $10^{-5}$  сек. В пер-

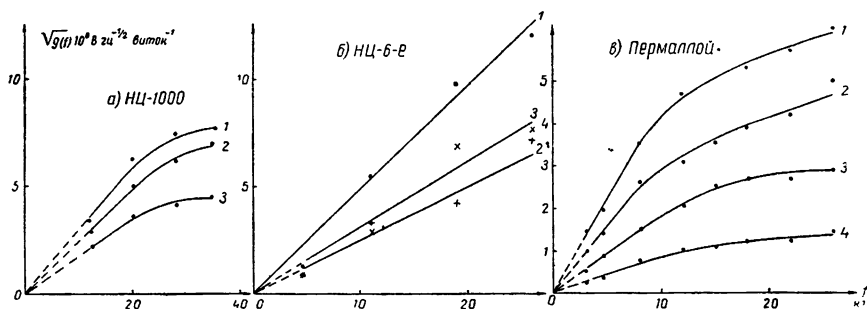


Рис. 5. Спектральная плотность шума:

а) феррит НЦ-1000: 1 -  $H_m = 0,18$  э,  $F = 8$  кГц; 2 -  $H_m = 0,45$  э,  $F = 8$  кГц; 3 -  $H_m = 0,9$  э,  $F = 8$  кГц. б) феррит НЦ-6-е: 1 -  $H_m = 0,79$  э,  $F = 2$  кГц; 2 -  $H_m = 0,79$  э,  $F = 8$  кГц; 3 -  $H_m = 0,4$  э,  $F = 2$  кГц. в) пермаллой: 1 -  $H_m = 2,9$  э,  $F = 4$  кГц; 2 -  $H_m = 2,9$  э,  $F = 13$  кГц; 3 -  $H_m = 0,83$  э,  $F = 13$  кГц; 4 -  $H_m = 2,9$  э,  $F = 40$  кГц.

малое, наряду с множеством небольших импульсов той же длительности, имелись большие импульсы, длительность которых достигала  $10^{-2}$  сек.

При перемагничивании быстро нарастающим полем (для которого ведется рассмотрение) длительность импульса  $\Delta$ , как известно, заведомо меньше, чем в случае медленно нарастающего поля.

О зависимости  $\Phi(f)\Phi^*(f)$  от  $f$  можно сказать следующее:  $\Phi(f)\Phi^*(f)$  слабо зависит от частоты при малых  $f$  таких, что  $f^{-1} \gg \Delta$ , и начинает убывать, когда  $f^{-1}$  станет приближаться к  $\Delta$ . Величина  $\Phi_0\Phi^*_0$  равна квадрату изменения магнитного потока, происходящего при перемагничивании одной области. Если все области одинаковые, то изменение потока на 1 виток катушки выражается через индукцию насыщения  $B_s$ , площадь сечения образца  $S$  и число областей  $N$  в виде

$$\Phi(0)\Phi^*(0) = 4 \frac{B_s^2}{N^2} S^2 \cdot 10^{-16}.$$

Максимальная частота  $f$ , на которой измерялась спектральная плотность, равна 35 кГц. Так как и в ферритах длительность импульса меньше  $10^{-5}$  сек, то только в конце исследованного интервала частот можно ожидать уменьшения  $\Phi(f)\Phi^*(f)$  по сравнению с  $\Phi(0)\Phi^*(0)$ . В пермаллоиде импульсы более длительные, поэтому уменьшение  $\Phi(f)\Phi^*(f)$  для пермаллоя начнется при более низких частотах.

Поскольку  $\bar{h}^2 \ll H_m^2$ , то во всем исследованном нами диапазоне величин  $f/F$  можно считать, что выполняется неравенство

$$\frac{\pi^2 f^2 \bar{h}^2}{16 F^2 H_m^2} \ll 1,$$

тогда

$$1 - \exp\left(-\frac{\pi^2}{16} \frac{f^2 \bar{h}^2}{F^2 H_m^2}\right) \approx \frac{\pi^2}{16} \frac{f^2 \bar{h}^2}{F^2 H_m^2}.$$

Таким образом, для достаточно низких частот  $f$  будем иметь

$$\sqrt{g(f)} = \frac{\pi}{\sqrt{2}} \frac{f S B_s}{\sqrt{F} H_m} \sqrt{\frac{\pi^2}{N} 10^{-8}}. \quad (3)$$

Отсюда видно, что в согласии с экспериментом величина  $\sqrt{g(f)}$  пропорциональна частоте. При приближении  $f$  к  $\Delta^{-1}$  спектральная плотность должна расти более медленно, так как  $\Phi(f)\Phi^*(f)$  начинает убывать. Отметим, что для пермаллоя  $\Delta^{-1}$  меньше, чем для феррита, и в соответствии с этим уменьшение наклона кривых спектральной плотности для пермаллоя наступает при более низких частотах.

Так как для реальных образцов импульсы неодинаковы по длительности, то точного совпадения расчета с экспериментом ожидать нельзя.

#### Б. ЗАВИСИМОСТЬ СПЕКТРАЛЬНОЙ ПЛОТНОСТИ ШУМА ОТ ЧАСТОТЫ ПЕРЕМАГНИЧИВАЮЩЕГО ПОЛЯ

На рис. 6 (а, б, в) приведены экспериментальные зависимости спектральной плотности шума от частоты перемагничивающего поля для различных значений  $H_m$  и  $f$ . Из этого рисунка видно, что величина  $\sqrt{g(f)}$  при увеличении частоты перемагничивания убывает на всех исследованных нами частотах  $f$ , для всех материалов и для всех амплитуд перемагничивающего поля.

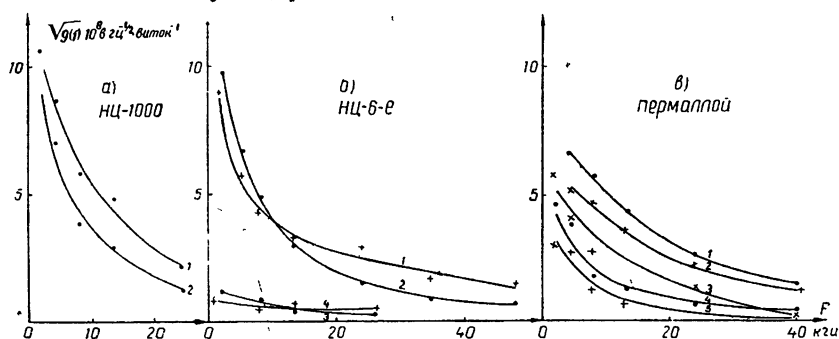


Рис. 6. Зависимость спектральной плотности шума от частоты перемагничивающего поля:

а) 1 -  $H_m = 0,18$  э,  $f = 19$  кГц; 2 -  $H_m = 0,13$  э,  $f = 19$  кГц. б) 1 -  $H_m = 0,66$  э,  $f = 19$  кГц; 2 -  $H_m = 0,4$  э,  $f = 19$  кГц; 3 -  $H_m = 0,79$  э,  $f = 4,5$  кГц; 4 -  $H_m = 0,4$  э,  $f = 4,5$  кГц. в) 1 -  $H_m = 1,8$  э,  $f = 20$  кГц; 2 -  $H_m = 2,9$  э,  $f = 20$  кГц; 3 -  $H_m = 0,88$  э,  $f = 20$  кГц; 4 -  $H_m = 1,8$  э,  $f = 4,5$  кГц; 5 -  $H_m = 0,88$  э,  $f = 4,5$  кГц.

Выражение (3) содержит множитель  $\frac{1}{\sqrt{F}}$ . Входящая в эту формулу величина  $\bar{h}^2$ , вообще говоря, также зависит от частоты перемагничивания, и эта зависимость нам неизвестна. В проводящих материалах из-за скин-эффекта от  $F$  зависит также  $N$ . Поэтому сравнение расчета с экспериментом нельзя использовать для проверки правильности предположений, принятых при расчете. Если эти предположения правильны, то сравнение расчета с экспериментом для ферритов, где скин-эффект для исследованной области частот

несущественен, дает сведения о зависимости  $h^2$  от  $F$ . В самом деле, из (3) следует, что  $g(f)F$  пропорционально  $\bar{h}^2$ . В таблице 1 приведены значения произведения  $g(f)F$  для различных частот  $F$ , вычисленные по экспериментальным данным.

Т а б л и ц а 1

Феррит НЦ-1000  
 $f = 19$  кгц,  $H_m = 0,45$  э.

$F$ (кгц)	2	4,5	8	13	24
$g(f)F$ (э <sup>2</sup> )	$1,5 \cdot 10^{-11}$	$2,1 \cdot 10^{-11}$	$1,2 \cdot 10^{-11}$	$1,1 \cdot 10^{-11}$	$4,6 \cdot 10^{-12}$

Феррит НЦ-6-е  
 $f = 19$  кгц,  $H_m = 0,66$  э.

$F$ (кгц)	2	4,5	8	13	24	35
$g(f)F$ (э <sup>2</sup> )	$1,9 \cdot 10^{-11}$	$2 \cdot 10^{-11}$	$1,9 \cdot 10^{-11}$	$1,2 \cdot 10^{-11}$	$0,5 \cdot 10^{-11}$	$0,3 \cdot 10^{-11}$

Из этой таблицы видно, что  $g(f)F$  убывает с ростом частоты. Для пермаллоя аналогичное произведение убывает гораздо резче; это объясняется тем, что из-за скин-эффекта с ростом частоты уменьшается также объем перемгничивающегося ферромагнетика, т. е. убывает величина  $N$ .

#### В. ЗАВИСИМОСТЬ СПЕКТРАЛЬНОЙ ПЛОТНОСТИ ШУМА ОТ АМПЛИТУДЫ ПЕРЕМГНИВАЮЩЕГО ПОЛЯ

На рис. 7 (а, б, в) показана экспериментальная зависимость  $\sqrt{g(f)}$  от  $H_m$  для всех материалов при различных  $F$  и  $f$ . На рисунках также указаны значения коэрцитивной силы  $H_c$ . Из этих рисунков видно, что для всех образцов и для всех частот спектральная плотность шума вначале с увеличением амплитуды поля растет, достигает максимума при полях порядка коэрцитивной силы, а затем падает.

$\sqrt{g(f)} \cdot 10^8 \cdot \text{в} \cdot \text{гц}^{-1/2} \cdot \text{в} \cdot \text{макс}^{-1}$  НЦ-1000 НЦ-6-е

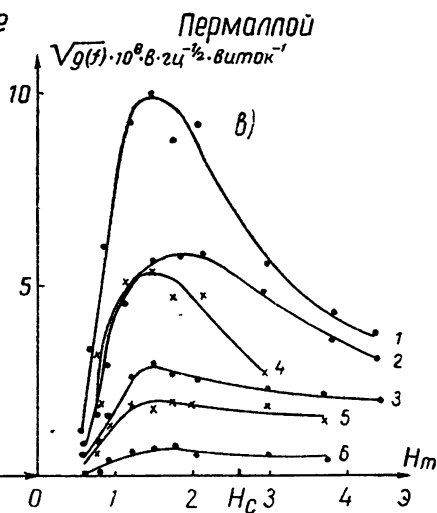
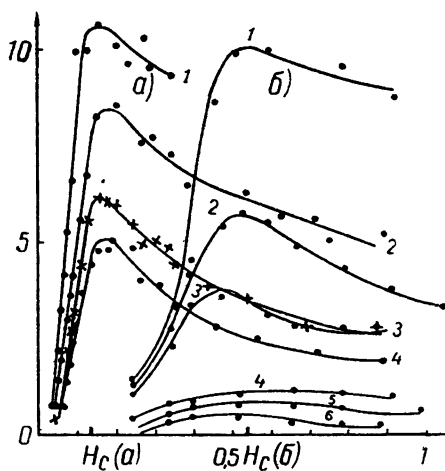


Рис. 7. Зависимость спектральной плотности шума от амплитуды перемгничивающего поля:

а) 1 -  $F = 2$  кгц,  $f = 19$  кгц; 2 -  $F = 4,5$  кгц,  $f = 19$  кгц; 3 -  $F = 9$  кгц,  $f = 19$  кгц; 4 -  $F = 13$  кгц,  $f = 19$  кгц; 6) 1 -  $F = 2$  кгц,  $f = 19$  кгц; 2 -  $F = 8$  кгц,  $f = 19$  кгц; 3 -  $F = 13$  кгц,  $f = 19$  кгц; 4 -  $F = 2$  кгц,  $f = 4,5$  кгц; 5 -  $F = 8$  кгц,  $f = 4,5$  кгц; 6 -  $F = 13$  кгц,  $f = 4,5$  кгц;  
 в) 1 -  $F = 2$  кгц,  $f = 20$  кгц; 2 -  $F = 8$  кгц,  $f = 20$  кгц; 3 -  $F = 24$  кгц,  $f = 20$  кгц; 4 -  $F = 2$  кгц,  $f = 4,5$  кгц; 5 -  $F = 8$  кгц,  $f = 4,5$  кгц; 6 -  $F = 24$  кгц,  $f = 4,5$  кгц.

Для сравнения расчета с экспериментом мы не можем в этом случае пользоваться формулой (3), так как в ней вместо  $\Phi(0)\Phi^*(0)$  подставлено  $4 \frac{B_s^2}{N^2} \cdot S^2 \cdot 10^{-16}$ , что справедливо, если намагничивание происходит с насыщением. В общем случае будем иметь

$$g(f) = \frac{\pi^2}{S} \frac{f^2}{F^2} \bar{h}^2 \frac{N}{H_m^2} \Phi(0)\Phi^*(0), \quad (4)$$

куда  $H_m$  входит явно и неявно, так как от  $H_m$  зависит  $N$  и  $\bar{h}^2$ .

Известно, что  $N$  растет с ростом  $H_m$ ; наиболее резкий рост имеет место при  $H_m$ , равном коэрцитивной силе, затем рост замедляется и совсем прекращается, когда  $H_m$  попадает в область насыщения. Ввиду этого отношение  $\frac{N}{H_m^2}$  имеет максимум при значении поля, близком к величине коэрцитивной силы. Чем резче возрастает  $N$  при полях около  $H_c$  (т. е. чем круче петля гистерезиса), тем меньше смещается максимум относительно  $H_c$ . В области насыщения  $N$  постоянно и зависимость  $g(f)$  от  $H_m$  определяется неизвестной нам зависимостью  $\bar{h}^2/H_m^2$  от  $H_m$ . Из формулы (4) с учетом сказанного следует, что при  $H_m > H_c$  произведение  $g(f)H_m^2$  пропорционально  $\bar{h}^2$ . Значение этого произведения, полученное из экспериментальных данных, при различных  $H_m$  приведено в таблице 2.

Т а б л и ц а 2

Феррит НЦ-1000  
 $F = 8$  кГц,  $f = 19$  кГц.

$H_m$ (э)	0,45	0,9	1,35	1,8
$\left(\frac{g(f)H_m^2}{\left(\frac{\text{вольт э}}{\text{Гц}}\right)^2}\right)^2$	$0,3 \cdot 10^{-15}$	$0,7 \cdot 10^{-15}$	$0,9 \cdot 10^{-15}$	$1,2 \cdot 10^{-15}$

Феррит НЦ-6-е  
 $F = 8$  кГц,  $f = 19$  кГц.

$H_m$ (э)	0,66	0,92	1,2
$\left(\frac{g(f)H_m^2}{\left(\frac{\text{вольт э}}{\text{Гц}}\right)^3}\right)^3$	$1,0 \cdot 10^{-15}$	$1,2 \cdot 10^{-15}$	$1,4 \cdot 10^{-15}$

Таблица показывает, что  $\bar{h}^2$  растет с ростом  $H_m$ . Возможно, что этот рост связан с тем, что, как известно, даже при самых больших полях еще сохраняются зародыши доменов, намагниченность которых направлена против поля.

Обсуждение результатов для проводящих материалов затрудняется влиянием скин-эффекта. Из-за скин-эффекта с изменением  $F$  и  $H_m$  изменяется перемангничивающийся объем ферромагнетика, а следовательно, изменяется  $N$ . Тем не менее зависимость спектральной плотности шума от  $f$ ,  $F$ ,  $H_m$  для проводящих материалов качественно схожа с аналогичными зависимостями для ферритов, где скин-эффект отсутствует.

Для того, чтобы на основании расчета получить абсолютное значение спектральной плотности шумов, необходимо знать из независимых экспериментов величину дисперсии поля  $\bar{h}^2$  и число

независимых областей  $N$ . Нам не известны ни  $\overline{h^2}$ , ни  $N$ , но если принять, что  $N$  совпадает с числом доменов в образце, тогда при объеме домена  $10^{-9} \text{ см}^3$  ( $N = 10^9$ ) получаем из данных опыта по формуле (3) для НЦ-1000  $\sqrt{\overline{h^2}} = 0,2 \div 0,8 \text{ э}$ , для НЦ-6-е  $\sqrt{\overline{h^2}} = 0,3 \div 1,2 \text{ э}$ . Эти значения по порядку величины совпадают с коэрцитивной силой.

Так как в действительности флюктуации поля, при котором наступает перемагничивание того или иного домена, много меньше коэрцитивной силы, то можно заключить, что нельзя считать независимыми процессы перемагничивания различных доменов. Поэтому точный анализ должен учитывать, в частности, возможную корреляцию моментов перемагничивания доменов.

#### Л И Т Е Р А Т У Р А

1. I. A. Krumhasl, Beuer, J. Appl. Phys., 1949, 20, 5, 432 — 437; J. Appl. Phys., 1949, 20, 6, 582 — 586.
2. А. А. Грачев, ДАН СССР, 1950, 71, 269.
3. F. C. Williams, S. W. Noble, Proc. IEE, part II, 1950, 97, 445 — 459.
4. D. Haneman, J. Appl. Phys., 1955, 26, 3, 355 — 366.
5. Ф. В. Бункин, ЖТФ, 1956, 26, 8.
6. G. Biogsci, D. Pescetti, J. Appl. Phys., 1957, 28, 7, 777 — 780.
7. С. И. Боровицкий, Диссертация, Горьковский госуниверситет, 1949. ДАН СССР, 1950, 74, 233.
8. G. G. Macfarlane. Proc. IRE, 1949, 37, 10, 1139.
9. Г. С. Горелик, Изв. АН СССР, сер. физ., 1950, 14, 174.
10. А. А. Грачев, Р. М. Стрельский, Труды Горьковского исследовательского физико-технического института, 1957, 35.

Исследовательский радиофизический  
институт при Горьковском университете

Поступила в редакцию  
15 ноября 1957 г.