

О ПОГЛОЩЕНИИ И ИЗЛУЧЕНИИ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН МАГНИТОАКТИВНОЙ ПЛАЗМОЙ

B. L. Гинзбург, B. V. Железняков

Тепловое излучение магнитоактивной плазмы, как это следует из теоремы Кирхгофа, особенно велико на тех частотах, которым соответствуют большие значения показателя поглощения для нормальных волн в этой среде. Указанные частоты, вообще говоря, не совпадают с частотой $\omega_H = eH_0/mc$. С другой стороны, электроны в нерелятивистской плазме, врачающиеся с гирочастотой ω_H , должны, казалось бы, излучать и поглощать в основном на этой же частоте. В статье содержится решение этого парадокса, что существенно, например, для теории спорадического радиоизлучения Солнца.

Известно, что электрон, движущийся в магнитном поле H_0 со скоростью V , вращается с частотой

$$\omega^* = \omega_H \sqrt{1 - \beta^2} = \frac{eH_0}{mc} \frac{mc^2}{E}, \quad (1)$$

где ω_H — гирочастота, $\beta = V/c$ (c — скорость света), E , m и e — соответственно энергия, масса и заряд электрона. Частота вращения ω^* нерелятивистского электрона ($\beta \rightarrow 0$) равна ω_H : при движении в вакууме такой электрон излучает на частоте $\omega = \omega^* = \omega_H$ и поглощает на той же частоте.

Сказанное, казалось бы, должно сохраняться и для излучения системы электронов в магнитном поле (магнитоактивной плазмы), если только время между двумя последовательными соударениями электрона много больше периода его вращения в магнитном поле ($\nu_{\text{эфф}} \ll \omega_H$, где $\nu_{\text{эфф}}$ — эффективное число соударений электрона с другими частицами плазмы). Последнее условие означает, что электроны в составе магнитоактивной плазмы большую часть времени вращаются с частотой ω_H , и, следовательно, излучение и поглощение отдельных электронов и всей плазмы в целом на частоте ω_H должно быть велико по сравнению с излучением и поглощением на других частотах.

С другой стороны, феноменологический подход к задаче о поглощении и излучении магнитоактивной плазмы приводит к иному результату. В самом деле, для плоской волны

$$e^{i(\omega t - n \frac{\omega}{c} \frac{kr}{k}) - \eta \frac{\omega}{c} \frac{kr}{k}},$$

распространяющейся в магнитоактивной среде под углом α к направлению магнитного поля H_0 ,

$$(n - i\eta)_{1,2}^2 = 1 - \frac{2v(1 - v - is)}{2(1 - is)(1 - v - is) - u \sin^2 \alpha \mp \sqrt{u^2 \sin^4 \alpha + 4u(1 - v - is)^2 \cos^2 \alpha}}, \quad (2)$$

где $v = \frac{\omega_0^2}{\omega^2} = \frac{4\pi e^2 N}{m\omega^2}$; $u = \frac{\omega_H^2}{\omega^2}$; $s = \frac{\nu_{\text{эфф}}}{\omega}$, ω_0 — частота собственных колебаний плазмы, N — концентрация электронов (см. [1] § 75). В приведенных соотношениях индекс 1 (и знак „—“) соответствует

необыкновенной волне, индекс 2 (и знак „+“) отвечает обыкновенной волне. Согласно (2), показатель поглощения магнитоактивной плазмы $\tau_{1,2}$ резко возрастает не на гирочастоте, а при тех значениях ω , для которых $n_{1,2}^2 \rightarrow \infty$ при $v_{\text{эфф}} = 0$ ($s = 0$); указанные значения частоты можно найти из уравнения

$$1 - u - v + uv \cos^2 \alpha = 0. \quad (3)$$

Из (3) ясно, что только при распространении электромагнитных волн вдоль магнитного поля ($\alpha = 0$) величина $n_1^2 = \infty$ на частоте $\omega = \omega_H$. Если же $\alpha \neq 0$, то n_1^2 (или n_2^2) обращаются в бесконечность на других частотах. Например, для $\alpha = \frac{\pi}{2}$ (поперечное распространение) $n_1^2 \rightarrow \infty$, если $\omega^2 \rightarrow \omega_H^2 + \omega_0^2$. Поэтому в направлении $\alpha = \frac{\pi}{2}$ плазма будет поглощать в основном на частотах, близких к $\sqrt{\omega_H^2 + \omega_0^2}$. Таким образом, поглощение в плазме определяется не только свойствами одного электрона (вращение с частотой ω_H), но и параметрами, характеризующими плазму в целом (частота колебаний плазмы ω_0). Другими словами, коллективный характер движения плазменных электронов под действием поля волны приводит к изменению частоты поглощения на величину $\lesssim \omega_0$.

Отмеченный сдвиг резонансной частоты поглощения в магнитоактивной плазме можно получить также, рассматривая движение одного из электронов плазмы в поле нормальной волны. Коллективный характер движения электронов в плазме (влияние окружающих электронов среды на поглащающий электрон) отражается при подобном рассмотрении на поляризации нормальных волн в магнитоактивной плазме.

В качестве примера рассмотрим поведение одного из электронов плазмы под действием необыкновенной волны ($\alpha = \pi/2$). Уравнение движения электрона в переменном электрическом поле волны (в присутствии постоянного магнитного поля H_0) имеет следующий вид *:

$$m V + m v_{\text{эфф}} V = eE + \frac{e}{c} [V H_0]. \quad (4)$$

Компоненты скорости, отвечающие вынужденным колебаниям электрона, равны:

$$\begin{aligned} V_x &= -\frac{ieE_x}{m\omega(1-is)}, \quad V_y = \frac{ie}{m\omega} \frac{(1-is)E_y - i\sqrt{u}E_z}{u - (1-is)^2}, \\ V_z &= \frac{ie}{m\omega} \frac{(1-is)E_z + i\sqrt{u}E_y}{u - (1-is)^2} \end{aligned} \quad (5)$$

(постоянное магнитное поле H_0 направлено по оси x). Однако в случае поперечного распространения в необыкновенной волне $E_x = 0$, а компоненты поля E_y и E_z связаны соотношением (см. [1] § 75)

$$E_y v \sqrt{u} = iE_z[u + v(1-is) - (1-is)^2]. \quad (6)$$

Из (5) и (6) следует, что

$$V_x = 0; \quad V_y = \frac{ieE_y}{m\omega} \frac{v - (1-is)}{(1-is)^2 - v(1-is) - u}; \quad V_z = -\frac{ieE_z}{m\omega} \frac{1}{v}; \quad (7)$$

* В уравнении (4) не учитывается влияние магнитного поля волны H на движение электрона, что вполне допустимо при условии, если скорость электрона мала по сравнению со скоростью света c .

при этом средняя энергия, передаваемая в единицу времени от волны к электрону, равна ($s \ll 1$)

$$\operatorname{Re} \left(\frac{1}{2} e V E \right) = \operatorname{Re} \left(\frac{1}{2} e V_y E_y^* \right) \simeq \frac{e^2 E_y E_y^*}{2m\omega} \frac{u + (1-v)^2}{(1-v-u)^2} s.$$

Легко видеть, это выражение имеет максимум на частоте $\omega_{\text{рез}} = \sqrt{\omega_H^2 + \omega_0^2}$, удовлетворяющей уравнению $1 - v - u = 0$, а не на гирочастоте, как это можно было бы ожидать.

Положение здесь аналогично имеющему место в изотропной среде, состоящей из осцилляторов, с действующим полем $E_{\text{эфф}} = E + aP$, где $a = \text{const}$ и поляризация среды $P = eNr$ (в простейшем случае $a = 4\pi/3$). Уравнение движения для осциллятора в электрическом поле:

$$\ddot{r} + \gamma \dot{r} + \omega_i^2 r = \frac{e}{m} E_{\text{эфф}} \equiv \frac{e}{m} (E + aP)$$

(параметр γ характеризует затухание собственных колебаний осцилляторов). В случае, если $a = 0$, эффективное поглощение происходит на частотах, близких к ω_i — собственной частоте колебаний осциллятора. Однако при $a \neq 0$ учет члена $aP = aeNr$ в уравнениях осцилляторов, очевидно, эквивалентен (в смысле поглощения) изменению квадратов их собственных частот на величину $-ae^2N/m$. Заметим, что для магнитоактивной плазмы роль „действующего“ поля по оси u играет величина

$$E_{\text{эфф}} = E_y - \frac{i\sqrt{u}}{1-is} E_z,$$

не совпадающая с E_y (см. соотношение (5)). Это и приводит к сдвигу резонансной частоты поглощения $\omega_{\text{рез}}$.

Поскольку среда поглощает на частоте $\omega_{\text{рез}}$, ясно, что она и излучать в тепловом равновесии будет в основном на той же частоте.

Действительно, интенсивность излучения $I'_{0\omega}$, выходящего из ограниченной изотропной среды в вакуум, складывается из собственного излучения среды $I_{0\omega}$ и уменьшенного вследствие поглощения на фактор $e^{-\tau}$ падающего на среду излучения $I_{0\omega}$:

$$(8) \quad I'_{0\omega} = I_{0\omega} + I_{0\omega} e^{-\tau}$$

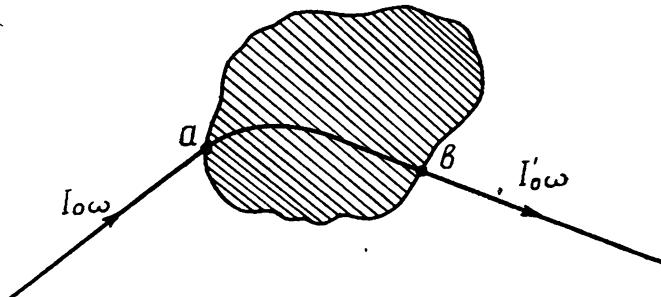


Рис. 1.

(см. рис. 1). Здесь $\tau = 2 \frac{\omega}{c} \int_a^b \eta dl$ — оптическая толщина, характеризующая степень поглощения проходящего через среду излучения; η — показатель поглощения электромагнитных волн; dl — элемент

траектории луча; входящий в выражение для τ интеграл берется вдоль той части траектории, которая лежит в рассматриваемой среде (интервал ab на рис. 1). В случае полного термодинамического равновесия интенсивность излучения в вакууме

$$I_{0\omega} = \frac{\hbar \omega^3}{4\pi^3 c^2} \frac{1}{e^{\hbar\omega/kT} - 1} \quad (9)$$

(k и \hbar — постоянные Больцмана и Планка, T — температура). Далее, в силу однородности и изотропности равновесного излучения в вакууме $I'_{0\omega} = I_{0\omega}$, и собственное тепловое излучение среды в вакуум, согласно (8),

$$I_\omega = I_{0\omega} (1 - e^{-\tau}), \quad (10)$$

где $I_{0\omega}$ определяется выражением (9). Из последнего соотношения следует, что интенсивность I_ω велика для тех частот, которым соответствуют большие значения оптической толщины (и показателя поглощения) *.

Что касается интенсивности излучения магнитоактивной плазмы в вакуум, то ее можно найти, исходя из следующих соображений. Если магнитоактивная плазма находится в состоянии теплового равновесия, то излучение, выходящее из плазмы, должно быть неполяризованным (как и любое равновесное излучение в вакууме)**. Это излучение может быть представлено в виде двух некогерентных волн, эллипсы поляризации которых равны и взаимно-перпендикулярны ([2] § 50). Интенсивность одной волны при этом, очевидно, равна $I_{0\omega}/2$. С другой стороны, известно, что эллипсы поляризации нормальных волн при выходе из магнитоактивной плазмы подобны и взаимно-перпендикулярны ([1] § 75). Отсюда следует, что интенсивность равновесного излучения в вакууме может быть представлена как сумма интенсивностей нормальных волн, соответствующих рассматриваемой магнитоактивной среде, причем на каждую из нормальных волн приходится интенсивность $I_{0\omega}/2$.

Предполагая, что нормальные волны независимы (т. е. отвляясь от эффектов типа утраивания и предельной поляризации, обусловленных взаимодействием нормальных волн), и учитывая ограничения, наложенные в случае изотропной среды, получим, что интенсивность излучения магнитоактивной плазмы в вакуум равна:

$$I_{\omega 1,2} = \frac{I_{0\omega}}{2} (1 - e^{-\tau_{1,2}}), \quad (11)$$

где $I_{\omega 1,2}$ и $\tau_{1,2}$ — величины, относящиеся к одной из нормальных волн***. Как и в изотропной плазме, излучение в присутствии магнитного поля в основном происходит на частотах, соответствующих большим значениям $\tau_{1,2}$ и $\eta_{1,2}$; согласно уравнению (3), эти частоты $\omega_{\text{рез}} \neq \omega_H$ при $\alpha \neq 0$.

Непосредственный расчет теплового излучения поглощающего элемента магнитоактивной плазмы в окружающую прозрачную магнитоактивную среду, проведенный в [3] методами теории элект-

* Равенство (10) выполняется в том случае, если не происходит расщепления луча (скажем, на прошедший и отраженный). Это имеет место при условии, что коэффициент отражения электромагнитных волн внутри среды и на границе среда-вакуум равен нулю (нет отражения) или единице (полное внутреннее отражение).

** Как известно, наложение магнитного поля на плазму не выводит ее из состояния термодинамического равновесия.

*** Оптическая толщина $\tau_{1,2}$ в магнитоактивной плазме определяется соотношением $\tau_{1,2} = 2(\omega/c) \int \eta_{1,2} \cos \theta dl$, где θ — угол между волновым вектором \mathbf{k} и вектором групповой скорости $d\omega/dk$.

ромагнитных флюктуаций, показал, что это излучение определяется фактором $\eta_{1,2}\tilde{I}_{\omega 1,2}$, где $\tilde{I}_{\omega 1,2}$ — интенсивность равновесного излучения в этой среде:

$$\tilde{I}_{\omega 1,2} = \frac{u_{0\omega}}{8\pi} cn_{1,2}^2 |\text{grad}_k \mathbf{k}|$$

($u_{0\omega}$ — плотность теплового излучения в вакууме, отнесенная к единице телесного угла, см. [4] § 21, 22). Отсюда также следует, что максимум теплового излучения приходится на частоты $\sim \omega_{\text{рез}}$ (где $n_{1,2}^2$ и $\eta_{1,2}$ достигают больших значений, см. (2)) и не совпадает с частотой ω_H при $\alpha \neq 0$.

Возникает парадокс: магнитоактивная плазма излучает и поглощает на частотах $\omega \simeq \omega_{\text{рез}}$, которые отличаются в общем случае от частоты вращения нерелятивистского электрона в магнитном поле ω_H .

В отношении поглощения ответ на этот парадокс уже, по существу, был дан выше, при рассмотрении поглощения электрона в плазме с учетом характера поляризации нормальных волн. Остается устранить противоречие для случая излучения.

Дело, оказывается, в том, что нерелятивистский электрон, вращающийся с частотой ω_H в магнитоактивной плазме, вообще не излучает на этой частоте в направлениях $\alpha \neq 0$.

Сказанное можно подтвердить, используя для расчета поля излучения метод Гамильтона, согласно которому вектор-потенциал

$$\mathbf{A} = \sqrt{4\pi} c \sum_{j\lambda} q_{j\lambda}(t) \mathbf{a}_{j\lambda} e^{i\mathbf{k}_\lambda \cdot \mathbf{r}} \quad (12)$$

находится путем решения системы уравнений амплитуд $q_{j\lambda}(t)$. В интересующем нас случае эти уравнения имеют вид [5]:

$$\ddot{q}_{j\lambda} + \omega_{j\lambda}^2 q_{j\lambda} = \sqrt{4\pi} \frac{e V \mathbf{a}_{j\lambda}^*}{n_{j\lambda}} e^{-i\mathbf{k}_\lambda \cdot \mathbf{r}_e} \equiv F(t). \quad (13)$$

В приведенных соотношениях \mathbf{r}_e — радиус-вектор электрона, $\mathbf{a}_{j\lambda}$ — комплексный вектор поляризации для j -ой нормальной волны (λ — длина волны) с компонентами по осям x , y , z , равными

$$\frac{1}{V^{\frac{1}{2}}}; \quad i \frac{\alpha_j}{V^{\frac{1}{2}}}; \quad i \frac{\beta_j}{V^{\frac{1}{2}}}. \quad (14)$$

Здесь α_j и β_j — некоторые параметры, определяемые из следующих соотношений:

$$\begin{aligned} \alpha_j &= K_j \cos \alpha + \gamma_j \sin \alpha, \\ \beta_j &= \gamma_j \cos \alpha - K_j \sin \alpha, \end{aligned} \quad (15)$$

где

$$K_j = \frac{2\sqrt{u}(1-v)\cos\alpha}{u\sin^2\alpha \pm \sqrt{u^2\sin^4\alpha + 4u(1-v)^2\cos^2\alpha}}, \quad (16)$$

$$\gamma_j = \frac{v\sqrt{u}\sin\alpha + K_j u v \sin\alpha \cos\alpha}{1-u-v(1-u\cos^2\alpha)}.$$

(Через α здесь по-прежнему обозначен угол между магнитным полем \mathbf{H}_0 и волновым вектором \mathbf{k}_λ ; поле \mathbf{H}_0 направлено вдоль оси z .)

Для электрона, движущегося по окружности радиуса r^* со скоростью $V \perp H_0$ ($V = \omega^* r^*$),

$$F(t) = -V\sqrt{4\pi} \frac{ie}{n_{j\lambda}} \sum_{p=-\infty}^{+\infty} G_p e^{-ip\omega^* t}, \quad (17)$$

где

$$G_p = V \left\{ J'_p(\xi) + \frac{p\alpha_j}{\xi} J_p(\xi) \right\}; \quad \xi = k_\lambda r^* \sin \alpha.$$

$J_p(\xi)$ и $J'_p(\xi)$ — функция Бесселя и ее производная.

Излучение электрона происходит на частотах $\omega_{j\lambda} = p\omega^*$, которым соответствуют нарастающие во времени решения осцилляторных уравнений (13); интенсивность излучения пропорциональна G_p^2 (см. [5]).

Для нерелятивистского электрона ($n_j \frac{V}{c} \equiv n_j \beta \rightarrow 0$) интенсивность определяется фактором

$$G_1^2 = V^2 (1 + \alpha_j)^2, \quad (18)$$

который существенно зависит от характера поляризации нормальных волн в среде. Из соотношений (15) и (16) следует, что в случае, когда частота вращения электрона ω^* (и первая гармоника излучения ω) стремится к ω_H (т. е. $\mu \rightarrow 1$), параметр $\alpha_j \rightarrow -1$, интенсивность дипольного излучения становится равной нулю ($\alpha \neq 0, v \neq 0$).

Если $v = 0$ (электрон в вакууме), то излучение не исчезает при $\mu \rightarrow 1$; напротив, при сколь угодно малом, но конечном v и $\mu \rightarrow 1$ интенсивность уменьшается до нуля. Нетривиальный характер перехода от среды к вакууму связан с тем, что при малых концентрациях электронов ($N\lambda^3 \ll 1$) весь подход к плазме как сплошной среде становится неверным.

Из соотношений (15) — (18), полученных без учета теплового движения, формально следует, что интенсивность необыкновенного излучения в направлении $\alpha = 0$ отлична от нуля и в то же время она равна нулю для всех других направлений. Фактически же при $\mu = 1$ указанные соотношения несправедливы в некоторой области малых углов α , поскольку для этих направлений n_1^2 весьма велико и тепловое движение становится существенным ($n_1^2 \rightarrow \infty$ при $\mu \rightarrow 1, \alpha \rightarrow 0$; см. в этой связи [6, 11]).

Как известно, движущийся по окружности нерелятивистский электрон эквивалентен (в смысле излучения) двум элементарным взаимно-перпендикулярным диполям, сдвинутым по фазе на $\frac{\pi}{2}$ и расположенным в плоскости движения электрона. Интересно отметить, что в магнитоактивной плазме излучение обоих диполей на обыкновенной (или необыкновенной) волне одинаково и сдвинуто по фазе на π (предполагается, что $\alpha \neq 0; v \neq 0$), так что суммарное излучение равно нулю.

Согласно изложенному выше, дипольное излучение электрона, вращающегося с частотой ω_H в магнитоактивной плазме, возникает лишь в весьма малом телесном угле около $\alpha = 0$. Учет в (17) высших членов разложения функции Бесселя $J_1(\xi)$ по степеням ξ приводит к появлению мультипольного излучения на основной частоте $\omega^* = \omega_H$ с интенсивностью $\sim P_\omega \beta^2$, где P_ω — интенсивность дипольного излучения электрона в изотропной среде. В то же время интенсивность излучения гармоник $p\omega^*$ ($p \geq 2$) составляет $\sim P_\omega \beta^{2p-2}$ ($\beta \ll 1$, см., например, [7]), и, следовательно, излучение

электрона в магнитоактивной плазме при $\alpha \neq 0$ является существенно релятивистским эффектом.

Таким образом, излучение нерелятивистского электрона в магнитоактивной плазме в основном представляет собою тормозное излучение в кулоновском поле ионов, а не магнитотормозное излучение, связанное с вращением электрона в магнитном поле H_0 . Повышенное излучение плазмы на частотах $\omega \approx \omega_{рез}$ обусловлено высокими значениями $n_{1,2}^2$, близ $\omega_{рез}$, так как интенсивность тормозного излучения (как и дипольного излучения вообще) увеличивается с ростом показателя преломления.

Недостаточно ясное понимание вопроса об излучении и поглощении магнитоактивной плазмы иногда приводит к недоразумениям. Так, например, во введении к статье [3] известное отражение нашла точка зрения, согласно которой резонансное поглощение имеет место лишь в случае продольного распространения ($\omega_{рез} = \omega_H$). На самом же деле отличная от ω_H (вследствие коллективных свойств плазмы) резонансная частота существует и при $\alpha \neq 0$. В работах [8,9] спорадическое радиоизлучение Солнца связывается с излучением нагретой до температуры $T \lesssim 10^8$ °К системы электронов в локальных магнитных полях солнечной короны. Однако из соотношения (11) ясно, что эффективная температура излучения такой системы не может быть выше $T \lesssim 10^8$ °К, что явно недостаточно для объяснения наблюдаемого радиоизлучения (подробнее см. об этом [7,10,12]).

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Я. Л Альперт, В. Л. Гинзбург, Е. Л. Фейнберг, Распространение радиоволи, Гостехиздат, М., 1953.
2. Л. Ландау, Е. Лифшиц, Теория поля, Гостехиздат, М.—Л., 1948.
3. Ф. В. Бункин, ЖЭТФ, 1957, 32, 4, 811.
4. С. М. Рытов, Теория электрических флюктуаций и теплового излучения, изд. АН СССР, М., 1953.
5. В. Я. Эйдман, ЖЭТФ, 1958, 34, 1, 131.
6. Б. Н. Гершман, ЖЭТФ, 1953, 24, 6, 659.
7. В. В. Железняков, УФН, 1958, 64, 1, 113.
8. К. О. Киренецег, Nature, 1946, 158, 340.
9. U. E. Kruse, L. Marshall, J. R. Platt, Astrophys. J., 1956, 124, 601.
10. В. Л. Гинзбург, УФН, 1947, 32, 26.
11. Б. Н. Гершман, В. Л. Гинзбург и Н. Г. Денисов, УФН, 1957, 61, 4, 561.
12. В. Л. Гинзбург, В. В. Железняков, Астрономич. ж. (в печати).

Исследовательский
радиофизический институт
при Горьковском университете

Поступила в редакцию
16 января 1958 г.