ИЗВЕСТИЯ ВЫСШИХ УЧЕБНЫХ ЗАВЕДЕНИЙ

Том I, № 2 *РАДИОФИЗИКА* *1958*

РАСЧЕТ МОЩНОСТИ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ БЕГУЩЕЙ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ ВОЛНЫ И ЭЛЕКТРОННОГО ПОТОКА С УЧЕТОМ КУЛОНОВСКИХ СИЛ И РАЗБРОСА СКОРОСТЕЙ ЭЛЕКТРОНОВ

В. М. Лопухин

В статье рассчитана мощность взаимодействия электронного потока и бегущей электромагнитной волны с экспоненциально нарастающей амплитудой.

Учет кулоновских сил в потоке приводит к интегральному уравнению для плотности конвекционного тока $j(z, t)$, которое решено методом последовательных приближений. Использование кинетического уравнения для функции распределения электронов позволяет учесть разброс скоростей электронов. Установлено, что кулоновские силы и разброс скоростей электронов ухудшают условия взаимодействия потока и поля.

В последние годы в ряде работ взаимодействие электронного потока с медленными электромагнитными волнами рассчитывалось в приближении „заданного поля“. При этом вычислялась средняя за период мощность $\{P\}$ взаимодействия потока и поля. Области значений параметров системы, где $\{P\}<0$, соответствуют областям возбуждения системы.

В работах [1, 2] рассчитана мощность $\{P\}$ для случая, когда электронный поток вступает в бегущую электромагнитную волну постоянной и экспоненциально нарастающей амплитуды. В работе [3] приближенно учитывается пространственный заряд для случая, когда электронный поток пронизывает бегущую электромагнитную волну постоянной амплитуды. В работе [4] даются общие формулы для $\{P\}$ при произвольной функции поля. Они применяются затем к задаче о возбуждении волн в многоволновой замедляющей структуре. Заметим, что ряд расчетов, проведенных в работах [1—4], находится в удовлетворительном согласии с экспериментом.

В работе [5] дан общий метод учета кулоновских сил в нелинейной теории ЛБВ в применении к задаче, где согласованно решаются уравнения движения электронов и уравнения поля. В указанных работах [1—5] пренебрегается разбросом скоростей электронов.

В настоящей статье в линейном приближении дается общий метод учета кулоновских сил в электронном потоке при наличии „заданного внешнего поля“. Расчеты учитывают также разброс скоростей электронов в потоке. Конечное сечение электронного потока учитывается методом, примененным ранее рядом авторов [6—9].

1. ИНТЕГРАЛЬНОЕ УРАВНЕНИЕ ДЛЯ КОНВЕКЦИОННОГО ТОКА

Рассмотрим следующую (сначала одномерную) задачу. В полупространстве $z>0$ задано электрическое поле $E_{z1}(z)\,e^{i\omega t}$, где $E_{z1}(z)$ — комплексная амплитуда поля, ω — круговая частота. В это полупространство влетает электронный поток, обладающий постоянной $f_0(v)$ и переменной $f(v,z)e^{i\omega t}$, составляющими функции распределения электронов по скоростям. На плоскости $z=0$, ограничивающей полупространство $z>0$, задана функция $f(v,0)$.

Требуется рассчитать среднюю мощность взаимодействия электронного потока и поля:

$$\{P\} = \frac{1}{2}\operatorname{Re}\int_0^l E_z(z)j_z^*(z)\,dz,$$

$$E_z(z) = E_{z1}(z) + E_{z2}(z), \tag{1}$$

где $E_z(z)$—полная продольная составляющая электрического поля в потоке, E_{z1} — напряженность внешнего поля, E_{z2} — напряженность поля кулоновских сил, $j_z^*(z)$—комплексно сопряженное значение плотности конвекционного тока, l — длина системы. Плотность тока $j_z^*(z)$, а также поле $E_{z2}(z)$ следует вычислить, связав их с величинами $f_0(v)$ и $f(v, 0)$.

Ограничимся теорией электронных потоков с компенсированным средним электронным зарядом. Амплитуды всех переменных величин в дальнейшем будем считать малыми.

Электронный поток будем описывать с помощью линеаризованного кинетического уравнения (множитель $e^{i\omega t}$ не выписываем)

$$i\omega f + v\frac{\partial f}{\partial z} + \frac{eE_z}{m}\frac{\partial f_0}{\partial v} = 0, \tag{2}$$

где $f_0(v)$ и $f(v, z)$— постоянная и переменная составляющие функции распределения электронов в потоке, $f_0 \gg |f|$, $\left|\frac{\partial f_0}{\partial v}\right| \gg \left|\frac{\partial f}{\partial v}\right|$, e и m — заряд и масса электрона, E_z дается формулой (1).

Интегрируя уравнение (2) с начальными условиями $f(v,z)\Big|_{z=0} = f(v, 0)$ и пользуясь выражением для плотности тока $i_z = e\int_{-\infty}^{\infty} vf(v,z)\,dv$, получаем [10]

$$j_z(z) = e\int_{-\infty}^{\infty} vf(v,0)\,e^{-i\frac{\omega}{v}z}\,dv -$$

$$-\frac{i\omega e^2}{m}\int_0^z (u-z)E_z(u)\,du\int_{-\infty}^{\infty}\frac{f_0(v)}{v^2}\,e^{i\frac{\omega}{v}(u-z)}\,dv. \tag{3}$$

Поле кулоновских сил $E_{z2}(z)$ для одномерной задачи дается формулой

$$E_{z2}(z) = -\frac{1}{i\omega\varepsilon_0}j_z(z), \tag{4}$$

где $\varepsilon_0 = 8{,}86\cdot 10^{-12}$ *ф/м*.

На основании (3), (1) и (4) приходим к интегральному уравнению Вольтерра для $j_z(z)$

$$j_z(z) = j^{(0)}(z) + \varkappa\int_0^z K(u,z)j_z(u)\,du, \tag{5}$$

где

$$j^{(0)}(z) = e\int_{-\infty}^{\infty} vf(v,0)\,e^{-i\frac{\omega}{v}z}\,dv - \frac{i\omega e^2}{m}\int_0^z K(u,z)E_{z1}(u)\,du, \tag{6}$$

$$\varkappa = \frac{e^2}{m\varepsilon_0}, \quad K(u,z) = (u-z)\int_{-\infty}^{\infty}\frac{f_0(v)}{v^2}\,e^{i\frac{\omega}{v}(u-z)}\,dv. \tag{7}$$

Решение уравнения (5) имеет вид

$$j_z(z) = j^{(0)}(z) + \varkappa j^{(1)}(z) + \varkappa^2 j^{(2)}(z) + \dots, \tag{8}$$

где

$$j^{(n)}(z) = \int_0^z K(u, z) j^{(n-1)}(u)\, du, \qquad n = 1, 2, 3 \dots . \tag{9}$$

Ниже рассматриваются только такие функции $f_0(v)$, при которых ядро $K(u, z)$ ограничено. В этом случае, как известно [11], ряд (8) сходится при любых значениях параметра $\varkappa$.

Формулы (8), (9), (6), (7) позволяют учесть кулоновские силы в многоскоростном электронном потоке. Рассматривая, например, поток, представляющий собой n однократных потоков со средними концентрациями N_k и средними скоростями электронов v_k, следует положить

$$f_0(v) = \sum_{k=1}^{n} N_k \delta(v - v_k),$$

где $\delta(v)$ — дельта-функция.

Для одного потока, полагая $f_0(v) = N_1 \delta(v - v_1)$, $f(v, 0) = 0$, $E_z(u) = \hat{E}_1 e^{\alpha u - i\beta u}$, $E_{z2}=0$, где $\hat{E}_1$ — амплитуда „заданного поля", $\alpha>0$, $\beta = \frac{\omega}{u_{\text{фаз}}}$, $\beta_e = \frac{\omega}{v_0}$, приходим к выражению для плотности конвекционного тока в поле экспоненциально нарастающей бегущей волны, которое использовалось в работах [2,4].

Рассмотрим подробнее случай одного электронного потока, характеризующегося следующей функцией распределения $f_0(v)$:

$$f_0(v) = \begin{cases} 0 \text{ для } -\infty < v < v_0 - \frac{\Delta v}{2}, \\ \frac{N_0}{\Delta v} \text{ для } v_0 - \frac{\Delta v}{2} < v < v_0 + \frac{\Delta v}{2}, \\ 0 \text{ для } v_0 + \frac{\Delta v}{2} < v < \infty , \end{cases} \tag{10}$$

где N_0 и v_0 — средние значения концентрации и скорости электронов, Δv — параметр разброса скоростей электронов, причем $\Delta v \ll v_0$ [10].

Пусть этот поток, имеющий вид цилиндра радиуса a, пролетает вдоль оси волновода радиуса b $(a \leqslant b)$.

В этих условиях уравнение (4) примет вид [8]

$$E_{z2}(z) = -\frac{\alpha_0^2}{i\omega\varepsilon_0} j_z(z),$$

где $E_{z2}(z)$ и $j_z(z)$ — значения продольных составляющих поля и плотности конвекционного тока на оси электронного потока, α_0^2 — фактор депрессии поля пространственного заряда, вычислявшийся в ряде работ [6–9]. Величина $\alpha_0\left(\beta_e a, \frac{b}{a}\right)$ как функция $\beta_e a$ приведена на рис. 1 для ряда значений параметра $\frac{b}{a}$. Из графика видно, что в рассматриваемой задаче поперечные размеры электронного потока несущественны, если $\beta_e a \gg 1$.

Интегральное уравнение (5) для плотности конвекционного тока на оси потока принимает вид

$$j_z(z) = j^{(0)}(z) + \frac{e^2 \alpha_0^2}{m\varepsilon_0} \int_0^z K(u, z) j_z(u)\, du,$$

где $j^{(0)}(z)$ и $K(u, z)$ по-прежнему даются формулами (6) и (7).

Выражение для плотности конвекционного тока (8) примет вид

$$j_z(z) = j^{(0)}(z) + \varkappa_{\text{эфф}} j^{(1)}(z) + \varkappa^2_{\text{эфф}} j^{(2)}(z) + \ldots, \tag{11}$$

где $\varkappa_{\text{эфф}} = \frac{e^2\alpha_0^2}{m\varepsilon_0}$, а $j^{(0)}$ и $j^{(n)}$ $(n = 1, 2, 3\ldots)$ даются формулами (6) и (9).

Пусть электронный поток вступает в полупространство $z > 0$ немодулированным по скорости и плотности тока, так что $f(v,0)=0$.

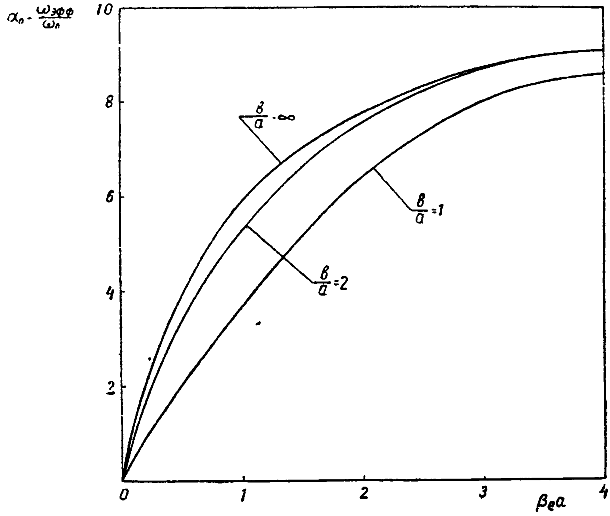

Рис. 1. Зависимость $\alpha_0 = \frac{\omega_{\text{эфф}}}{\omega_0}$ от $\beta_e a$, где $\omega_{\text{эфф}}$—эффективное значение плазменной частоты, ω_0—плазменная частота, $\beta_e = \frac{\omega}{v_0}$, a — радиус электронного потока, $\frac{b}{a}$ является параметром, b — радиус волновода.

Выражение (6) для $j^{(0)}(z)$ примет вид

$$j^{(0)}(z) = -\frac{i\omega e^2 N_0}{m v_0^2} \int\limits_0^z (u-z) E_{z1}(u)\,du \int\limits_{-\infty}^{\infty} \frac{f_0(v)}{v^2} e^{i\frac{\omega}{v}(u-z)}\,dv. \tag{12}$$

Подставляя (10) в (12), производя интегрирование по v и разлагая интеграл в ряд по степеням параметра $\varepsilon = \frac{\Delta v}{2v_0} \ll 1$, получаем

$$j^{(0)}(z) = -\frac{i\omega e^2 N_0}{m v_0^2} \int\limits_0^z (u-z) E_{z1}(u)\, e^{i\beta_e(u-z)} [1 + \varepsilon^2 -$$

$$- \frac{1}{6}\varepsilon^2 \beta_e^2 (u-z)^2 + i\beta_e (u-z)\varepsilon^2 + O(\varepsilon^4)]\,du, \tag{13}$$

где $O(\varepsilon^4)$ — остаточные члены порядка ε^4 и выше.

Допустим, что $E_{z1}(u)$ имеет вид

$$E_{z1}(u) = \hat{E}_1 F(u), \tag{14}$$

где $\hat{E}_1$ — амплитуда поля, имеющая действительное значение, $F(u)$ — известная функция. Подставляя (14) в (13), получим

$$j^{(0)}(z) = A \int\limits_0^z (u-z) F(u) e^{i\beta_e(u-z)} \Psi[\varepsilon, (u-z)]\,du, \tag{15}$$

$$A = -i\omega^2 j_0 \mu \frac{1}{v_0^2}, \quad \mu = \frac{e\hat{E}_1}{m\omega v_0},$$

$$\Psi[\varepsilon, (u-z)] = 1 + \varepsilon^2 - \frac{1}{6}\varepsilon^2 \beta_e^2 (u-z)^2 + i\beta_e (u-z)\varepsilon^2.$$

Рассмотрим частный случай движения электронов в поле бегущей волны, амплитуда которой экспоненциально нарастает с координатой z. Положим

$$F(u) = e^{\alpha u - i\beta u}, \tag{16}$$

где $\alpha > 0$ и $\beta > 0$— действительные постоянные, зависящие от свойств замедляющей системы и параметров электронного потока. Значение α может быть вычислено из уравнения баланса мощностей $\{P\} = \{P_H\}$, где $\{P\}$ — средняя мощность взаимодействия электронов и поля на рассматриваемом интервале z, $0 < z < l$, $\{P_H\}$ — средняя высокочастотная мощность, попадающая в нагрузку или выходное устройство. Значение β связано с фазовой скоростью волны $u_\text{ф} = \frac{\omega}{\beta}$. В отсутствии электронного потока $\beta = \beta_0 = \frac{\omega}{u_\text{фо}}$ определяется частотой ω и свойствами холодной замедляющей системы. Электронный поток приводит к некоторому изменению β. Обозначим изменение β, относящееся к нарастающей по амплитуде волне, через $\Delta\beta$. Как показывает более полная теория [12], изменение β, вызванное электронным потоком, невелико, так что $\frac{\Delta\beta}{\beta} \sim C$, где C — параметр усиления по Пирсу [12]. В обычных режимах работы ЛБВ параметр $C \simeq 0{,}01 \div 0{,}03$, так что величиной $\frac{\Delta\beta}{\beta}$ можно пренебречь по сравнению с единицей. Таким образом, с достаточной точностью можно считать, что $C \ll 1$ и что β близко к β_0.

Полученные ниже формулы для средней мощности взаимодействия потока и поля $\{P\}$ можно также применять, если β зависит от параметров электронного потока.

Подставляя (16) в (15), имеем

$$j^{(0)}(z) = A\int_0^z (u-z) e^{\delta u} e^{-i\beta_e z} \Psi[\varepsilon, (u-z)]\, du, \tag{17}$$

где $\delta = \alpha + i\beta_e - i\beta$. Пусть далее $e^{\alpha z} \gg 1$, что соответствует случаю значительного усиления.

Производя в (17) интегрирование и оставляя только главный член, пропорциональный $e^{\alpha z}$, получаем:

$$j^{(0)}(z) = -\frac{A}{\delta^2}\left(1 + \xi\right) e^{\alpha z - i\beta z}, \tag{18}$$

где ξ дается равенством

$$\xi = \xi_1 + i\xi_2 = \varepsilon^2 - \frac{\beta_e^2 \varepsilon^2}{\delta^2} - i\frac{2\beta_e \varepsilon^2}{\delta}.$$

. . . .

Подставляя (17) в (9), используя (10) и ограничиваясь, по-прежнему, лишь главными членами, получаем для $j^{(1)}(z)$, $j^{(2)}(z)$ ...

$$j^{(1)}(z) = -\frac{1}{\delta^2} j^{(0)}(z) \frac{N_0}{v_0^2}(1 + \xi), \tag{19}$$

$$j^{(2)}(z) = -\frac{1}{\delta^2} j^{(1)}(z) \frac{N_0}{v_0^2}(1 + \xi), \tag{20}$$

. . . .

Используя выражения (18), (19), (20), имеем для плотности конвекционного тока на оси потока $j(z)$ выражение

$$i_z(z) = j^{(0)}(z)[1 - x + x^2 - x^3 + \ldots], \tag{21}$$

где

$$x = \frac{\beta^2_{\text{эфф}}}{\delta^2}(1+\xi), \qquad \beta^2_{\text{эфф}} = \frac{e^2 N_0 \alpha_0^2}{m\,\varepsilon_0 v_0^2} = \varkappa_{\text{эфф}} \frac{N_0}{v_0^2}.$$

Допустим, что $\beta^2_{\text{эфф}}$ достаточно мало, так что $|x| < 1$, в этом случае (21) принимает вид

$$j_z(z) = j^{(0)}(z) \frac{1}{1+x}. \tag{22}$$

Ряд (21) сходится лишь при значениях $|x| < 1$. Это условие не противоречит утверждению о сходимости ряда (8) при любых значениях параметра $\varkappa$, входящего в уравнение (5). При внимательном рассмотрении последовательных приближений (9) можно убедиться в том, что условие $|x| < 1$ связано с приближенным решением интегрального уравнения, при котором в последовательных приближениях отбрасываются слагаемые, имеющие порядок $e^{-\alpha z} \ll 1$.

Используя (18), а также выражения для A и x, преобразуем выражение (22) к виду

$$j_z(z) = \frac{i\,\omega^2 j_0\,\mu\,(1+\xi)\,e^{\alpha z - i\beta z}}{v_0^2 \delta^2 \left[1 + \frac{\beta^2_{\text{эфф}}}{\delta^2}(1+\xi)\right]}. \tag{23}$$

Выражение (23) позволяет вычислить плотность конвекционного тока $j_z(z)$ на оси цилиндрического потока в поле бегущей волны с экспоненциально нарастающей амплитудой с учетом кулоновских сил расталкивания, представленных слагаемым $\sim \beta^2_{\text{эфф}}$, и теплового движения электронов. Формула (23) справедлива в предположении $e^{\alpha z} \gg 1$. Если положить $\xi = 0$, $\beta_{\text{эфф}} = 0$, то (23) переходит в выражение для тока в поле экспоненциально нарастающей волны, найденное в работе [2]. (В этом выражении следует положить $e^{\alpha z} \gg 1$ и удержать главный член.)

Учитывая комплексность параметра ξ, из (23) можно сделать вывод о том, что разброс скоростей электронов влияет как на активную, так и на реактивную компоненту выражения для тока.

2. СРЕДНЯЯ МОЩНОСТЬ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ТОКА И ПОЛЯ

Введем цилиндрическую систему координат (z, r, φ), у которой ось z совпадает с осью потока.

Средняя за период мощность взаимодействия поля E_z и конвекционного тока плотности j_z дается формулой

$$\{P\} = \frac{1}{2}\,\mathrm{Re}\int_0^a r\,dr \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^l j_z^*(r, \varphi, z)\,E_z(r, \varphi, z)\,dz, \tag{24}$$

где a — радиус электронного потока, l — длина системы.

Ограничимся рассмотрением аксиально-симметричного случая и положим

$$E_z = E_{z1}(r, z) + E_{z2}(r, z), \tag{25}$$

где $E_{z1}(r, z)$ — „внешнее поле“, $E_{z2}(r, z)$ — поле, связанное с пространственным зарядом потока.

В отсутствии E_{z1} ток $j_z(r, z)$ и поле $E_{z2}(r, z)$ имеют вид [8]:

$$j_z(r, z) = J_0(\Gamma r)\,j(z), \tag{26}$$

$$E_{z2}(r, z) = J_0(\Gamma r)\,E_2(z),$$

$$E_2(z) = -\frac{1}{i\omega\varepsilon_0}\,\alpha_0^2\,j(z),$$

где $j(z)$ и $E_2(z)$ зависят только от координаты z, $J_0(\Gamma r)$ — функция Бесселя нулевого порядка, $\Gamma(\beta_e a)$ — известная функция $\beta_e a$ [8]. Эта функция, где отношение $\frac{b}{a}$ является параметром, приведена на рис. 2.

Допустим, далее, что поле $E_{z1}(r, z)$ слабо зависит от радиуса r и, следовательно, мало влияет на распределение тока $j_z(z, r)$ по радиусу, которое дается формулой (26). Подставляя (25) и (26) в (24), имеем

$$\{P\} = \pi \mathrm{Re} \int\limits_0^a J_0(\Gamma r) r dr \int\limits_0^l j^*(z) E_{z1}(z)\, dz. \qquad (27)$$

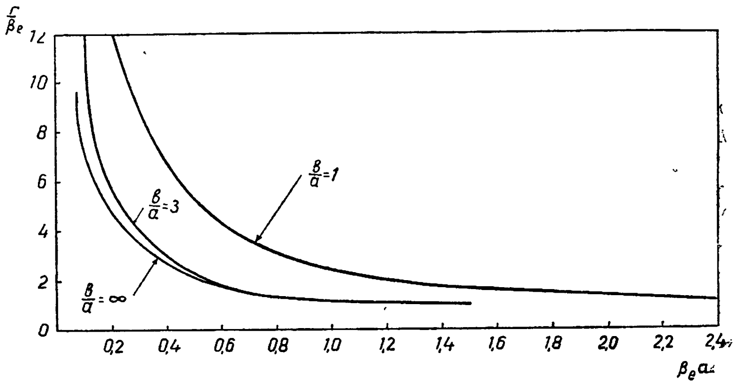

Рис. 2. Зависимость $\frac{\Gamma}{\beta_e}$ от $\beta_e a$, где Γ — радиальная постоянная распространения, $\beta_e = \frac{\omega}{v_0}$, a—радиус потока, b—радиус волновода.

Заметим, что поле E_2 не входит в (27), так как $\mathrm{Re} j^* E_2 = 0$.

Воспользовавшись, далее, равенством

$$\int\limits_0^a J_0(\Gamma r) r dr = \frac{a^2}{\Gamma a} J_1(\Gamma a),$$

где $J_1(\Gamma a)$ — функция Бесселя первого порядка, запишем (27) в виде

$$\{P\} = \frac{1}{2} S_{эфф} \int\limits_0^l i^*(z) E_{z1}(z)\, dz. \qquad (28)$$

Здесь $S_{эфф} = 2\pi \frac{a^2}{\Gamma a} J_1(\Gamma a)$ — „эффективная площадь" сечения электронного потока. Если $\Gamma a \ll 1$, то $S_{эфф} \simeq \pi a^2$.

Выражение (28), где $j(z)$ дается рядом (11), а E_{z1} — заданное поле (например, поле бегущей волны постоянной амплитуды, бегущей волны нарастающей амплитуды и т. д.), дает общее решение задачи о мощности взаимодействия заданного поля с электронным потоком с учетом кулоновских сил и разброса скоростей электронов.

Применим формулу (28) к частному случаю, когда „внешнее поле" дается выражением (16). В этом случае, в предположении $e^{\alpha z} \gg 1$, $j(z)$ дается выражением (23). Подставив (7), (14) и (23) в (28), производя интегрирование и удерживая только главный член, пропорциональный $e^{2\alpha l} \gg 1$, получаем

$$\{P\} = B \frac{-2\alpha(\beta - \beta_e)(1+\xi_1) - \xi_2[\alpha^2 - (\beta-\beta_e)^2]}{[\alpha^2 - (\beta-\beta_e)^2 + \beta^2_{эфф}(1+\xi)]^2 + [2\alpha(\beta-\beta_e) - \xi_2\beta^2_{эфф}]^2}, \qquad (29)$$

где

$$B = \frac{S_{\text{эфф}}}{4\alpha} e^{2\alpha l} \frac{\omega^2 j_0 \mu \widehat{E}_1}{v_0^2}, \qquad \mu = \frac{e\widehat{E}_1}{m\,\omega\, v_0},$$

$$\xi_1 = \varepsilon^2 \left\{ 1 + \frac{2\beta_e(\beta - \beta_e)\, l^2}{\gamma^2 l^2} - \frac{\beta_e^2[\alpha^2 - (\beta - \beta_e)^2]\, l^4}{\gamma^4 l^4} \right\},$$

$$-\xi_2 = \varepsilon^2 \left[\frac{2\beta_e\, \alpha\, l^2}{\gamma^2 l^2} + \frac{\beta_e^2 2\alpha\,(\beta - \beta_e)\, l^4}{\gamma^4 l^4} \right].$$

Напомним, что формула (29) получена в предположении $e^{\alpha l} \gg 1$, т. е. при условии большого усиления в системе. Эти условия выполняются при оптимальных условиях передачи мощности от потока волне. В работе [2] показано, что эти условия без учета кулоновских сил и разброса скоростей электронов осуществляются при $(\beta - \beta_e)\, l \simeq \pi$. В этом предположении дадим анализ выражения (29).

1. Заметим, прежде всего, что в отсутствии кулоновских сил ($\beta_{\text{эфф}} = 0$) и разброса скоростей электронов ($\varepsilon = 0$) формула (29) совпадает с главным членом $\sim e^{2\alpha l} \gg 1$ выражения для мощности взаимодействия потока и поля бегущей нарастающей по амплитуде волны, найденного в работе [2].

2. Рассмотрим случай $\varepsilon = 0$. Выражение (29) примет вид

$$\{P\} = B \frac{-2\alpha\,(\beta - \beta_e)}{[\alpha^2 - (\beta - \beta_e)^2 + \beta_{\text{эфф}}^2] + [2\alpha(\beta - \beta_e)]^2}.$$

Из этого следует, что кулоновские силы, которые входят сюда посредством члена $\beta_{\text{эфф}}^2$, уменьшают $|\{P\}|$, т. е. ухудшают условия передачи энергии от потока к полю.

3. Если в формуле (29) положить $\beta_{\text{эфф}} = 0$, то мы получаем

$$\{P\} = B \frac{-2\alpha\,(\beta - \beta_e)\,(1 + \xi_1) - \xi_2[\alpha^2 - (\beta - \beta_e)^2]}{[\alpha^2 - (\beta - \beta_e)^2]^2 + 4\alpha^2\,(\beta - \beta_e)^2}. \tag{30}$$

Это выражение позволяет установить, как влияет разброс скоростей электронов, входящий через параметры ξ_1 и ξ_2, на мощность взаимодействия потока и поля волны в случае, когда кулоновское взаимодействие несущественно. Принимая, для определенности, режим усиления, близкий к оптимальному ($\beta_e l \simeq 10^2$, $\alpha l = 4$, $(\beta - \beta_e)\, l = \pi$), получаем $\xi_1 < 0$, $-\xi_2 > 0$. Формула (30) свидетельствует о том, что в рассматриваемом случае разброс скоростей электронов ухудшает условия передачи энергии от потока полю, уменьшая $|\{P\}|$.

4. Отметим следующие особенности поведения ξ_1 и ξ_2. Величина ξ_1 при изменении параметров α, $\beta - \beta_e$, β_e может изменить знак; величина $(-\xi_2)$ всегда положительна. Учитывая сказанное, на основании формулы (29) делаем следующие выводы:

а) Влияние ξ_1 в числителе и знаменателе выражения для $\{P\}$ направлено в разные стороны и частично компенсируется одно другим.

б) При $\alpha^2 > (\beta - \beta_e)^2$ величина ξ_2 уменьшает $|\{P\}|$ ($\{P\} < 0$). Таким образом, ξ_2 влияет на $\{P\}$ сильнее, чем ξ_1, разброс скоростей ε^2, входящий в ξ_2, уменьшает значение оптимальной мощности взаимодействия потока и поля.

ЛИТЕРАТУРА

1. С. Д. Гвоздовер, В. М. Лопухин, Энергетика электронного потока, движущегося в поле электромагнитных волн, отчет, физфак МГУ, 1948.
2. В. Н. Шевчик, Радиотехника и электроника, 1957, 1, 104.
3. В. Н. Шевчик, В. С. Стальмахов, Радиотехника и электроника, 1957, 2, 2, 230.
4. В. М. Лопухин, Г. А. Ситникова, Радиотехника и электроника (в печати).
5. Л. А. Вайнштейн, Радиотехника и электроника, 1957, 2, 7, 863.
6. S. Ramo, Proc. IRE, 1939, 27, 757.
7. D. A. Watkins, PIRE, 1952, 40, 65.
8. P. Parzen, J. of Appl. Phys., 1952, 23, 215.
9. Л. А. Вайнштейн, ЖТФ, 1956, 26, 125, 141.
10. В. М. Лопухин, Возбуждение электромагнитных колебаний и волн электронными потоками, ГИТТЛ, 1953.
11. С. Г. Михлин, Интегральные уравнения и их приложения, ГИТТЛ, 1949.
12. Д. Р. Пирс, Лампа с бегущей волной, изд. Сов. радио, 1952.

Московский государственный университет

Поступила в редакцию
20 ноября 1957 г.