

К ТЕОРИИ ДВИЖЕНИЯ ИОНОСФЕРНЫХ НЕОДНОРОДНОСТЕЙ

В. П. Докучаев

Рассмотрено стационарное движение цилиндрических неоднородностей электронной концентрации в ионосфере под воздействием ветра при учете магнитного поля Земли. Показано, что во всей ионосфере, за исключением некоторой области в E-слое, отклонения скоростей движения неоднородностей от скорости дрейфа окружающей ионизированной среды как правило незначительны.

Известно, что в ионосфере имеют место систематические перемещения неоднородностей электронной концентрации. При рассмотрении этих движений обычно считают, что неоднородности перемещаются со скоростью движения нейтральных молекулярных масс воздуха [1, 2]. Однако при учете магнитного поля Земли \vec{H}_0 такая точка зрения, строго говоря, является необоснованной, так как в этом случае возникает действующее на заряженные частицы динамо-поле $\vec{E} = c^{-1}[\vec{v}\vec{H}_0]$, где \vec{v} — скорость движения среды. В среде возникает электрический ток, и на нее действуют пондеромоторные силы, изменяющие характер движения.

Заметим, что с влиянием динамо-поля приходится иметь дело не только в интересующем нас здесь вопросе о движении ионизированного газа под действием ветра [1—6], но и при решении ряда других проблем физики ионосферы, как-то: при объяснении короткопериодических вариаций земного магнитного поля [8, 9], при анализе распределения ветров в ионосфере [10] и др.

Характер движения неоднородностей под действием ветра можно рассмотреть на примере ионизированного кругового цилиндра. Подобную задачу решал Мартин [6], который пришел к сомнительному выводу о невозможности стационарного движения цилиндра под действием ветра. В работе [1], тесно связанной с [6], авторы пришли к заключению о возможности стационарного движения, но при решении задачи они воспользовались некоторыми соотношениями, заведомо характерными для нестационарного случая, что, на наш взгляд, является ошибочным. В связи с этим возникает необходимость последовательного рассмотрения указанной задачи.

Прежде всего нами приведены основные исходные уравнения. Далее рассматривается движение ионизированного цилиндра под действием ветра и определяются компоненты его скорости в неподвижной системе отсчета. Наконец, полученные результаты обсуждаются в применении к движению неоднородностей в различных областях ионосферы.

1. Будем исходить из обобщенного закона Ома для анизотропной слабо ионизированной плазмы [5—7].

$$\vec{j} = \sigma_0 \vec{E}_{||} + \sigma_1 \vec{E}_{\perp} + \sigma_2 [\vec{h}\vec{E}], \quad (1)$$

где \vec{j} — плотность тока; σ_2 — проводимость Холла; $\vec{E}_{||}$ — компонента электрического поля в направлении \vec{H}_0 ; \vec{E}_{\perp} — компонента в плоскости, перпендикулярной к магнитному полю; \vec{E} — полная напряженность элек-

трического поля; \vec{h} — единичный вектор магнитного поля \vec{H}_0 . Полное поле включает в себя, наряду с прочими полями, также и динамо-поле:

$$\vec{E} = \vec{E}' + c^{-1}[\vec{v}\vec{H}_0], \quad (2)$$

где \vec{E}' — напряженность сторонних электрических полей, а второй член является динамо-полем или, как его еще называют, индуктивным полем [4, 11].

Продольная проводимость σ_0 определяется выражением [6]

$$\sigma_0 = \frac{Ne^2}{m_e \nu_e} + \frac{Ne^2}{m_i \nu_i}, \quad (3)$$

а поперечная проводимость σ_1 равна

$$\sigma_1 = \frac{Ne^2 \nu_e}{m_e (\nu_e^2 + \omega_e^2)} + \frac{Ne^2 \nu_i}{m_i (\nu_i^2 + \omega_i^2)}. \quad (4)$$

Проводимость Холла, связанная также как и σ_1 с анизотропией среды, определяется соотношением

$$\sigma_2 = \frac{Ne^2 \omega_e}{m_e (\nu_e^2 + \omega_e^2)} - \frac{Ne^2 \omega_i}{m_i (\nu_i^2 + \omega_i^2)}. \quad (5)$$

В выражениях (3) и (4): e — величина заряда электрона; N — концентрация электронов (предполагается квазинейтральность плазмы, т. е. $N_e = N_i = N$); m_e, i — соответственно массы электрона и иона; ν_e — число соударений электрона с нейтральными молекулами в единицу времени; ν_i — число соударений ионов с молекулами; $\omega_e = \frac{eH_0}{m_e c}$ — гирочастота электрона; $\omega_i = \frac{eH_0}{m_i c}$ — гирочастота иона в поле \vec{H}_0 . В случае выполнения условия $\nu_e^2 \gg \omega_e^2$ (при этом выполняется автоматически условие $\nu_i^2 \gg \omega_i^2$), закон Ома принимает обычный вид: $\vec{j} = \sigma_0 \vec{E}$.

Далее мы считаем, что имеется только динамо-поле, а поле $\vec{E}' = 0$. В этом случае (1) принимает вид:

$$\vec{j} = \sigma_1 \vec{E}_\perp + \sigma_2 [\vec{h} \vec{E}_\perp] \quad (6)$$

(динамо-поле не имеет компоненты в направлении \vec{H}_0). Выберем систему координат, в которой магнитное поле \vec{H}_0 направлено антипараллельно оси Oz . Тогда в проекциях на оси Ox, Oy, Oz из (6) получим:

$$j_x = \sigma_1 E_x + \sigma_2 E_y, \quad (7)$$

$$j_y = \sigma_1 E_y - \sigma_2 E_x, \quad (8)$$

$$j_z = 0. \quad (9)$$

Рассмотрим вначале движение в магнитном поле однородно ионизированного слоя, расположенного параллельно плоскости xy . При наличии в среде токов, текущих перпендикулярно к магнитному полю \vec{H}_0 , возникают пондеромоторные силы

$$\vec{F} = c^{-1}[\vec{j}\vec{H}_0], \quad (10)$$

которые влияют на характер движения ионизированного газа, вызывая дрейфовые скорости в направлениях, перпендикулярных к току и магнит

ному полю. Из основных уравнений движения заряженных частиц [12] можно получить выражение для механической силы, уравновешивающей пондеромоторную силу в стационарном состоянии,

$$(m_e v_e + m_i v_i) N \vec{u} = c^{-1} [\vec{j} \vec{H}_0], \quad (11)$$

где \vec{u} — скорость дрейфа ионизированного газа.

Если считать, что скорость ветра \vec{V}_0 направлена по оси Oy , то в движущейся среде возникает динамо-поле $\vec{E} = c^{-1} [\vec{V}_0 \vec{H}_0]$, антипараллельное оси x . Воспользовавшись соотношениями (7), (11), получим в системе координат, движущейся со скоростью \vec{V}_0 , следующие уравнения:

$$u_x = -G \sigma_2 V_0, \quad (12)$$

$$u_y = -G \sigma_1 V_0. \quad (13)$$

Переходя к неподвижной системе координат, для скорости $\vec{V} = \vec{V}_0 + \vec{u}$ имеем

$$V_x = -G \sigma_2 V_0, \quad (14)$$

$$V_y = (1 - G \sigma_1) V_0, \quad (15)$$

где

$$G = \frac{H_0^2}{N(m_e v_e + m_i v_i) c^2} \approx \frac{H_0^2}{N c^2 m_i v_i}. \quad (16)$$

Таким образом, под действием магнитного поля появляется компонента скорости в направлении, перпендикулярном к первоначальной скорости ветра V_x , которая целиком обусловлена холловской проводимостью. Кроме того, в направлении ветра скорость движения ионизированного газа уменьшается на величину $G \sigma_1 V_0$. Скорость дрейфа в общем случае отличается от скорости ветра по величине и по направлению.

Однако ионосфера не представляет собой однородно ионизированного плоского слоя. Помимо изменения электронной концентрации по высоте имеются, как показывают экспериментальные исследования, области с повышенной концентрацией электронов — ионосферные неоднородности. Существующие радиотехнические методы позволяют определять скорости этих неоднородностей [1, 3], но не дают возможности обнаружить движение однородной ионизированной среды. В связи с этим интересно установить соотношения между скоростями неоднородностей и скоростью ветра.

2. Рассмотрим движение неоднородности электронной концентрации, имеющей форму кругового цилиндра с осью, совпадающей с направлением магнитного поля \vec{H}_0 . Задача о движении такого цилиндра, как уже указывалось, рассматривалась Мартином [6]. Он предполагал, что скорость движения цилиндра точно совпадает со скоростью ветра. Однако в этом случае не выполняется либо условие электродинамической стационарности (непрерывность нормальной компоненты плотности тока на стенке цилиндра), либо условие гидродинамической стационарности на этой же поверхности (непрерывность нормальной компоненты потока ионизированного газа). Мартин использовал условие отсутствия накопления заряда на стенке и тем самым автоматически получил накопление квазинейтральной плазмы на одной стороне цилиндра и уменьшение ее на другой, что означало неустойчивость такого цилиндра.

Пусть скорость ветра \vec{V}_0 и искомая скорость цилиндра \vec{V} лежат в плоскости xy . Радиус цилиндра обозначим через R , концентрацию элек-

тронов внутри его через N , а в окружающей среде через N' . При $N \rightarrow N'$ цилиндр должен двигаться со скоростью дрейфа окружающей плазмы (14—15). В результате движения в магнитном поле на стенках цилиндра возникает поляризационный заряд. Однако конечная проводимость окружающей среды ведет к возникновению тока утечки, а пондеромоторные силы, действующие на этот ток, изменяют характер движения.

Для удобства выберем цилиндрическую систему координат, связанную с движущимся цилиндром $\{r, \varphi, z\}$, где ось Oz направлена по полю \vec{H}_0 , r — расстояние от оси цилиндра, φ — полярный угол. Динамо-поле в указанной системе координат будет равно

$$\vec{E} = c^{-1}[\vec{V}\vec{H}_0], \quad (17)$$

где \vec{V} — скорость цилиндра.

Кроме динамо-поля, имеется поле поляризационного заряда, потенциал которого мы обозначим через $S(r, \varphi)$. В цилиндрической системе отсчета (7) — (9) принимают вид:

$$j_r = \sigma_1 E_r + \sigma_2 E_\varphi, \quad (18)$$

$$j_\varphi = \sigma_1 E_\varphi - \sigma_2 E_r. \quad (19)$$

Выражения для компонент суммарного электрического поля запишем в виде:

$$E_r = E \cos(\varphi + \alpha) - \frac{\partial S}{\partial r}, \quad (20)$$

$$E_\varphi = -E \sin(\varphi + \alpha) - \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial S}{\partial \varphi}, \quad (21)$$

где E — величина динамо-поля, α — угол его с осью x в неподвижной системе координат. Так как рассматривается стационарное состояние, то должно выполняться условие $\text{div } \vec{j} = 0$ вне и внутри цилиндра, которое дает уравнение для потенциала поляризации [6]:

$$\frac{\partial^2 S}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial S}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \cdot \frac{\partial^2 S}{\partial \varphi^2} = 0. \quad (22)$$

Его решение должно удовлетворять следующим условиям: на бесконечности поляризационное поле должно исчезать, а при $r \rightarrow 0$ должно быть ограниченным. Таким решением являются функции:

$$S = Ar \cos(\varphi + \eta) \quad \text{при } r \leq R, \quad (23)$$

$$S' = A \frac{1}{r} \cos(\varphi + \eta') \quad \text{при } r \geq R. \quad (24)$$

На стенке цилиндра при любом φ должно выполняться условие непрерывности поляризационного потенциала $S_R = S'_R$, что дает $\eta = \eta'$. Неизвестными являются величины и направление динамо-поля E и α и поляризационного поля A и η .

Используя электродинамическое условие стационарности $j_R = j'_R$, которое означает отсутствие накопления поверхностного заряда на стенке цилиндра, получаем два уравнения для определения этих неизвестных:

$$\sigma_2(k-1)X - \sigma_1(k-1)Y - \sigma_2(k-1)Z - \sigma_1(k+1)W = 0, \quad (25)$$

$$\sigma_1(k-1)X + \sigma_2(k-1)Y + \sigma_1(k+1)Z - \sigma_2(k-1)W = 0. \quad (26)$$

Здесь введены следующие обозначения:

$$X = E \sin \alpha; \quad Y = E \cos \alpha; \quad Z = A \sin \eta; \quad W = A \cos \eta; \quad k = \frac{N'}{N}.$$

Далее необходимо воспользоваться гидродинамическим условием стационарности, рассматривая поверхность цилиндра как поверхность разрыва концентрации электронов

$$N'(\vec{u}' + \vec{V} - \vec{u}_0)\vec{n} = N\vec{u}\vec{n}, \quad (27)$$

где \vec{u} — скорость дрейфа, обусловленная током внутри цилиндра; \vec{u}' — скорость дрейфа, обусловленная током вне его; \vec{V} — скорость цилиндра; \vec{u}_0 — определяется (14) и (15); \vec{n} — вектор внешней нормали к стенке цилиндра, направленный по радиусу.

Условие (27) дает вторую пару уравнений, которые после несложных преобразований принимают вид:

$$G^{-1}Y - 2\sigma_2 Z - 2\sigma_1 W = G^{-1}H_0 u_{0y}, \quad (28)$$

$$G^{-1}X - 2\sigma_1 Z + 2\sigma_2 W = G^{-1}H_0 u_{0x}. \quad (29)$$

Из линейных неоднородных уравнений (25) — (26) и (28) — (29) можно найти поляризационное поле, а также скорость и направление движения цилиндра в неподвижной системе координат. Из уравнений (28) и (29) легко заметить, что отклонение от дрейфовых скоростей u_{0x} и u_{0y} , определяемых формулами (14) и (15), связано с утечкой поляризационного заряда, на которую действуют пондеромоторные силы.

Решим систему (25) — (26), (28) — (29) относительно X и Y и перейдем от этих компонент динамо-поля к компонентам скорости цилиндра. Согласно (17), имеем:

$$\frac{V_x}{V_0} = -G\sigma_2 - \frac{2 \frac{k-1}{k+1} G\sigma_2 \sigma^2 \left[\frac{2}{k+1} G\sigma_1 + \frac{k-1}{k+1} \right]}{\sigma_1^2 + \left(\frac{k-1}{k+1} \right)^2 \cdot \sigma_2^2}, \quad (30)$$

$$\frac{V_y}{V_0} = 1 - G\sigma_1 + 2 \frac{k-1}{k+1} \frac{G\sigma^2 \left[\sigma_1 (1 - G\sigma_1) - \frac{k-1}{k+1} G\sigma_2^2 \right]}{\sigma_1^2 + \left(\frac{k-1}{k+1} \right)^2 \cdot \sigma_2^2}, \quad (31)$$

где $\sigma^2 = \sigma_1^2 + \sigma_2^2$, а G определяется выражением (16). Условимся величины $G\sigma_1$ и $G\sigma_2$ называть в дальнейшем коэффициентами дрейфа, так как, сопоставляя формулы (14—15) с (30—31), легко заметить, что эти безразмерные величины характеризуют дрейф ионизированной среды, окружающей цилиндрическую неоднородность. Последние члены в (30) и (31) будем называть поляризационными поправками, так как они целиком обусловлены утечкой поляризационного заряда.

После этих замечаний перейдем к обсуждению полученных результатов.

3. Легко видеть, что при $k=1$ (30) и (31) переходят в (14) и (15), т. е. поляризационные поправки, как и следовало ожидать, исчезают. Заметим, что в отсутствии магнитного поля, $\vec{H}_0 = 0$ имеем $V_x = 0$, $V_y = V_0$, т. е. цилиндр движется со скоростью ветра. Если пренебречь холловской проводимостью $\sigma_2 = 0$, то происходит только уменьшение скорости цилиндра по сравнению со скоростью ветра V_0 , а компонента V_x , перпендикулярная V_0 , отсутствует. Кроме того, из (30) и (31) легко заключить, что на дрейф неоднородности накладывается дополнительное изменение скорости, связанное с токами утечки поляризованного заряда. Указанные изменения входят с некоторым коэффициентом, зависящим от $k = \frac{N'}{N}$.

В большинстве случаев, представляющих практический интерес, $k \sim 1$, что делает эти члены, по крайней мере, на порядок меньше по сравнению с коэффициентами дрейфов $G\sigma_1$ и $G\sigma_2$.

Формулы (30) и (31) относятся к частному виду — цилиндрической неоднородности, ориентированной по магнитному полю. Подобная ситуация может иметь место в ионосфере на высотах больше 110 км, так как ввиду анизотропии коэффициентов диффузии [12—13] неоднородности приобретают вытянутую вдоль направления \vec{H}_0 , приблизительно цилиндрическую форму. Сильно ионизированные следы метеоров [14] также имеют форму круговых цилиндров и под действием ветра перемещаются в магнитном поле Земли. Именно эти особенности неоднородностей в ионосфере и определяют интерес к рассмотренной здесь задаче.

Для оценок скоростей движения по формулам (30) и (31) можно воспользоваться значениями проводимостей в ионосфере, приведенными в [6] и [15]. Предпочтение, на наш взгляд, следует отдать более аргументированным данным работы Мартина [6].

На высоте 60 км (нижняя граница D -слоя) проводимости имеют следующие значения: $\sigma_1 = 7 \cdot 10^3$, $\sigma_2 = 5 \cdot 10^2$, $G = 0,3 \cdot 10^{-14}$ *, следовательно, коэффициенты дрейфа $G\sigma_1 = 2,1 \cdot 10^{-11}$, $G\sigma_2 = 1,5 \cdot 10^{-12}$, т. е. можно считать, что однородная ионизированная среда практически движется со скоростью ветра. При $k \sim 1$ это утверждение справедливо и для неоднородностей. На высоте 100 км (нижняя граница E -слоя) по данным Митра $\sigma_1 = 0,3 \cdot 10^5$, $\sigma_2 = 2,7 \cdot 10^5$, $G = 10^{-13}$, коэффициенты дрейфа $G\sigma_1 = 0,3 \cdot 10^{-8}$, $G\sigma_2 = 2,7 \cdot 10^{-8}$. По данным Мартина $\sigma_1 = 1,4 \cdot 10^5$, $\sigma_2 = 2,7 \cdot 10^6$, $G = 10^{-9}$ и $G\sigma_1 = 1,4 \cdot 10^{-4}$, $G\sigma_2 = 2,7 \cdot 10^{-3}$.

Будем считать, в соответствии с экспериментальными данными, что $\frac{k-1}{k+1} = 10^{-2}$, тогда в рассматриваемой области по Мартину:

$$\frac{V_x}{V_0} = -G\sigma_2 - 0,1G\sigma_2 \approx -G\sigma_2, \quad (32)$$

$$\frac{V_y}{V_0} = 1 - G\sigma_1 - 7,4G\sigma_1 \approx 1 - 8G\sigma_1, \quad (33)$$

т. е. изменения коэффициентов дрейфа, связанные с токами утечки, очень существенны, хотя сами коэффициенты малы. На высоте 150 км (верхняя граница E -слоя) по Митра $\sigma_1 = 5,4 \cdot 10^5$, $\sigma_2 = 7,5 \cdot 10^5$, $G = 3,7 \cdot 10^{-9}$, $G\sigma_1 = 2,0 \cdot 10^{-3}$ и $G\sigma_2 = 2,8 \cdot 10^{-5}$. По Мартину $\sigma_1 = 4 \cdot 10^5$, $\sigma_2 = 40 \cdot 10^5$, $G = 4 \cdot 10^{-9}$, следовательно, коэффициенты дрейфа соответственно равны $G\sigma_1 = 1,6 \cdot 10^{-3}$; $G\sigma_2 = 1,6 \cdot 10^{-2}$.

Выражения для скорости цилиндра при $\frac{k-1}{k+1} = 10^{-2}$ принимают значения:

$$\frac{V_x}{V_0} = -G\sigma_2 + 2 \cdot 10^{-2}G\sigma_2 \approx 1,6 \cdot 10^{-2}, \quad (34)$$

$$\frac{V_y}{V_0} = 1 - G\sigma_1 - 2G\sigma_1 \approx 1 - 4,8 \cdot 10^{-3}. \quad (35)$$

На высоте 300 км по Мартину $\sigma_1 = 1,8 \cdot 10^6$, $\sigma_2 = 1,8 \cdot 10^5$, $G = 5 \cdot 10^{-8}$, коэффициенты дрейфа $G\sigma_1 = 0,1$ и $G\sigma_2 = 10^{-2}$; по Митра последние значения нужно уменьшить на порядок. Считая, как и прежде, $\frac{\Delta N}{N} = 10^{-2}$, будем иметь:

$$\frac{V_x}{V_0} = -G\sigma_2 + 2 \cdot 10^{-3}G\sigma_2 \approx -10^{-2}, \quad (36)$$

* Везде σ берется в электростатических единицах, G — в секундах.

$$\frac{V_y}{V_0} = 1 - G\sigma_1 - 2 \cdot 10^{-2} G\sigma_1 \approx 0,9, \quad (37)$$

т. е. при $\sigma_1 > \sigma_2$ изменения, связанные с утечкой поляризационного заряда, незначительны. Физически это связано с тем, что частичное запрещение тока Холла ведет к появлению эффективной проводимости $\sigma_3 = \sigma_1 + \frac{\sigma_2^2}{\sigma_1}$, которая при $\sigma_2 > \sigma_1$ сильно возрастает (подробнее см. [6]).

Выше 150 км этот эффект уже не имеет места.

Для метеорных следов, которые образуются в E -слое [14], на высотах 90—150 км, можно считать, что $k \ll 1$ и формулы (30), (31) принимают вид:

$$\frac{V_x}{V_0} = -3G\sigma_2 = -5 \cdot 10^{-2}, \quad (38)$$

$$\frac{V_y}{V_0} = 1 - 3G\sigma_1 = 1 - 5 \cdot 10^{-3}, \quad (39)$$

т. е. существенного отклонения от скорости ветра V_0 в E -слое не возникает. Таким образом, метод измерения скоростей ветров в верхней атмосфере с помощью радиолокации движущихся метеорных следов можно считать вполне удовлетворительным.

Несмотря на то, что приводимые оценки носят сугубо приближенный, ориентировочный характер, можно сделать следующие заключения. В области D -слоя и нижней части E -слоя можно считать, что ионизированный газ движется со скоростью ветра; дрейфовые скорости составляют десятые и сотые доли процента от скорости ветра. Изменения скорости неоднородностей из-за утечки поляризационного заряда в E -слое составляют несколько процентов от скорости ветра и имеют тот же порядок малости, что и дрейфовые скорости (при выполнении условия $\sigma_2 > \sigma_1$). В F -слое скорость однородно ионизированных масс заметно отличается от скорости ветра. Их разность составляет приблизительно 10% от последней и (в силу условия $\sigma_1 \gg \sigma_2$) сильно уменьшается поперечная составляющая скорости V_x дрейфа. Поляризационные поправки, как следует из (36) и (37), также малы по сравнению с дрейфовыми скоростями $G\sigma_1$ и $G\sigma_2$.

Выражаю благодарность профессору В. Л. Гинзбургу за ряд ценных замечаний и Б. Н. Гершману за постоянный интерес к работе.

ЛИТЕРАТУРА

1. P. C. Clemmaw, M. A. Johnson, K. Weekes. The Physics of the Ionosphere (Report of the Physical Society Conference), Cambridge, 1955, p. 136.
2. A. Maxwell. Phil. Mag., 1954, 45, 365.
3. D.W.R. Mc Kinley. Astrophys. J., 1951, 113, 225.
4. Х. Альфвен. Космическая электродинамика, ИЛ, 1952.
5. Б. Н. Гершман и В. Л. Гинзбург. Уч. зап. ГГУ, 1955 (сер. физ.), 29, 3.
6. W. G. Baker, D. F. Martin. Philos. Trans., 1953, 246, 913.
7. T. G. Cowling. Proc. Roy. Soc., 1945, A 183, 433.
8. S. Chapman, I. Bartels. Geomagnetism, 1940, Oxford University.
9. S. K. Chakrabarty, R. Pratar. J. Geoph. Res., 1954, 59, 1.
10. E. H. Vestine. J. Geoph. Res., 1954, 59, 1.
11. Т. Дж. Каулинг. Солнечная электродинамика, см. сборник «Солнце», ИЛ, 1957.
12. Б. Н. Гершман. Радиотехника и электроника, 1956, 1, вып. 6.
13. A. A. Weiss. Austr. J. Phys., 1955, 8, 279.
14. Б. Ловелл и Дж. Клегг. Радиоастрономия, ИЛ, 1953.
15. С. К. Митра. Верхняя атмосфера, ИЛ, 1955.

Горьковский государственный университет

Поступила в редакцию
5 октября 1957 г.